

# MATEMATIKA 6

**udžbenik za šesti razred  
devetogodišnjeg osnovnog obrazovanja**

**MATEMATIKA 6**  
udžbenik za šesti razred devetogodišnjeg osnovnog obrazovanja

**Autori:**

Krutan Rasimi  
Valentina Gogovska  
Snežana Ristovska

**Recenzenti:**

Slađana Brsakoska  
Elena Apostoloska  
Nikolina Đorčevska

**Originalni naslov:**

МАТЕМАТИКА 6  
учебник за шесто одделение во деветгодишното основно образование  
Крутан Расими  
Валентина Готовска  
Снежана Ристовска

**Prevod sa makedonskog jezika na bosanski jezik:** Tamara Jovanović Nešovska

**Lektor:** Izeta Babačić

**Stručna redakcija:** Izeta Babačić

**Urednik:** Izeta Babačić

**Grafičko i tehničko uređivanje:** Vesna Depinovska, Vladimir Mladenovski – ARS STUDIO

**Štampa:** Evropa 92 – Kočani

**Tiraž:** 15

**Mjesto i godina izdavanja:** Skoplje, 2023

**Izdavač:**

Ministarstvo obrazovanja i nauke Republike Severne Makedonije ul. „Sv. Kiril i Metodij“ br. 54, 1000 Skoplje

Odlukom o odobravanju i upotrebi udžbenika iz predmeta Matematika za VI razred u devetogodišnjem osnovnom obrazovanju br. 26-2185/1 od 15.09.2023 godine donesene od strane Nacionalne komisije za udžbenike.

\* U udžbeniku su korišćene fotografije makedonskog novca i kursna lista sa <https://www.nbrm.mk/>

CIP - Каталогизација во публикација  
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(075.2)=163.4(497.6)

RASIMI, Krutan

Matematika 6 : udžbenik za šesti razred devetogodišnjeg osnovnog obrazovanja / [autori Krutan Rasimi, Valentina Gogovska, Snežana Ristovska ; prevod sa makedonskog jezika na bosanski jezik Tamara Jovanović Nešovska]. - Skoplje : Ministarstvo obrazovanja i nauke Republike Severne Makedonije, 2023. - 393 str. ; илустр. ; 27 см

Превод на делото: Математика 6 : учебник за шесто одделение во деветгодишното основно образование / Крутан Расими, Валентина Готовска, Снежана Ристовска

ISBN 978-608-273-642-6

1. Gogovska, Valentina [автор] 2. Ristovska, Snežana [автор]

COBISS.MK-ID 62345477

# KAKO DA KORISTIŠ OVAJ UDŽBENIK?

Udžbenik je podijeljen na **5 tema** i svaka tema ima drugu boju:

Tema 1: Brojevi

Tema 2: Geometrija

Tema 3: Operacije sa brojevima

Tema 4: Mjerenje

Tema 5: Rad sa podacima

Svaka lekcija počinje uvodnom aktivnošću koja će te uvesti u novi sadržaj.

## Uvodna aktivnost

Ovde se nalaze pitanja i zadaci kojima će se podsjetiti naučenog ili ćeš istražiti nešto.

U lekciji ćeš sresti različita polja.

Tekst iz ove oblasti je najvažniji i treba ga naučiti, jer će vam biti potreban za rješavanje zadataka.



Tekst u ovoj oblasti je takođe važan i govori vam o nekim dodatnim pravilima koja će ti pomoći da savladaš gradivo.



Tekst u ovom polju služiće kao podsjetnik ili pomoć u rješavanju zadataka.



Tekst u ovoj oblasti je podsticaj ili pravac za razmišljanje.

## Primjer.

U ovom polju se nalazi riješeni primjer koji će ti pomoći da naučiš da koristiš nova pravila u lekciji.

Posle svakog riješenog primjera dati su zadaci koji su slični riješenim primjerima i možeš ih samostalno rješavati. Na taj način iz lekcije učiš šta ti je potrebno.

Na kraju svake lekcije nalaze se zadaci za vježbanje.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

Ovi zadaci se odnose na naučeno na času i služe za uvježbavanje naučenog. Imaju i zadatke koji služe za produbljivanje i proširenje naučenog. Ti zadaci su označeni sa \*.

Na kraju svake teme nalaze se zadaci za samoocjenjivanje. Samoprocjena sadrži zadatke iz svakog časa iz predmeta i uz njih možete ponoviti naučeno.

Na kraju je zanimljiv zadatak u obliku slagalice ili zadatka, koji će biti izazov za najradoznalije matematičare.

# SADRŽAJ

## TEMA 1 BROJEVI

Skup .....	9
Zapisivanje skupova.....	11
Simboli $\in$ i $\notin$ . Prazan skup .....	15
Broj elemenata skupa .....	17
Podskup .....	19
Konačni i beskonačni skupovi .....	22
Skup prirodnih brojeva .....	24
Prirodni brojevi brojevne prave .....	27
Klase i vrijednost mjesta .....	29
Upoređivanje i sređivanje prirodnih brojeva .....	33
Zaokruživanje prirodnih brojeva .....	36
Nizovi prirodnih brojeva.....	41
Pisanje brojeva rimskim brojevima.....	44
Skup cijelih brojeva .....	47
Cijeli brojevi na brojevnoj pravoj .....	52
Poređenje i uređivanje cijelih brojeva .....	55
Nizovi cijelih brojeva .....	58
Nizovi razlomaka .....	61
Pisanje nepravilnog razlomka kao mješovitog broja i obrnuto .....	65
Mjesna vrijednost cifara u decimalnom broju .....	68
Nizovi decimalnih brojeva .....	71
Zaokruživanje decimalnih brojeva.....	73
Razlomci proširivanja i skraćivanja .....	76
Predstavljanje mješovitih brojeva na brojevnoj pravoj.....	81
Upoređivanje razlomaka .....	84
Upoređivanje decimalnih brojeva.....	88
Procenti.....	90
Razmjer .....	94
Zadaci za samoocjenjivanje.....	98

## TEMA 2 GEOMETRIJA

Prava. Duž.....	101
Sabiranje i oduzimanje dužine duži .....	105
Uzajamno normalne i uzajamno paralelne prave .....	109

Udaljenost od tačke do prave.....	113
Simetrala duži .....	116
Ugao.....	118
Susjedni, uporedni i unakrsni uglovi.....	122
Mjerenje uglova .....	125
Komplementarni i suplementarni uglovi .....	128
Simetrala ugla.....	132
Kružnica. Krug.....	134
Uzajamni položaj tačke i kruga i prave i kružnice.....	139
Uzajamni položaj dvije kružnice .....	142
Mnogouglovi .....	144
Dijagonale mnogouglova .....	149
Visina trougla. Ortocentar.....	153
Težišna linija u trouglu. Težište.....	155
Opisana kružnica kod trougla.....	157
Upisana kružnica u trouglu.....	160
Odnos stranica i uglova u trouglu.....	163
Zbir uglova u trouglu .....	166
Odnos između 2D i 3D oblika .....	171
Mreže prizme i piramide .....	175
Mreža valjka.....	182
Pravougaoni koordinatni sistem.....	185
Osna simetrija u odnosu na koordinatne ili.....	188
Osna simetrija u odnosu na prave paralelne sa koordinatnim osama.....	193
Translacija .....	196
Rotacija.....	199
Zadaci za samoocjenjivanje.....	204

### TEMA 3 OPERACIJE SA BROJEVIMA

Sabiranje i oduzimanje brojeva od kojih je jedan blizak najbližoj 10, 100 i 1000.....	209
Sabiranje brojeva do 1000000. Svojstva sabiranja.....	214
Oduzimanje brojeva do 1000000 .....	219
Množenje punim deseticama, punim stotinama ili punim hiljadama .....	222
Osobine množenja u $N_0$ .....	225
Množenje brojeva, od kojih je jedan blizu pune desetice ili stotine .....	229
Množenje udvostručavanjem ili prepolovljnjem činioca .....	232

Množenje dvocifrenog, trocifrenog i četvorocifrenog broja jednocifernim .....	234
Množenje dvocifrenog, trocifrenog i četvorocifrenog broja dvocifrenim brojem.....	236
Dijeljenje dvocifrenog broja jednocifernim brojem.....	240
Dijeljenje trocifrenog broja jednocifernim .....	243
Dijeljenje brojeva do 1000000 dvocifrenim brojem.....	245
Više izraza .....	247
Rješavanje jednačina.....	249
Primjena jednačina u rješavanju problema .....	251
Djelioci i sadržioci.....	253
Rastavljanje dvocifrenog broja na činioce .....	256
Prosti i složeni brojevi.....	257
Predstavljanje složenog broja kao proizvoda prostih činilaca .....	259
Prznaci djeljivosti sa 2, 5 i 10 .....	261
Prznaci djeljivosti sa 9, 3 i 6 .....	263
Prznaci djeljivosti sa 4 i 8 .....	266
Zajednički djelioci. Najveći zajednički djelilac .....	267
Zajednički sadržioci. Najmanji zajednički sadržalac .....	270
Sabiranje i oduzimanje pravih razlomaka sa jednakim imenocima .....	273
Sabiranje i oduzimanje nepravih razlomaka .....	276
Parovi decimalnih brojeva sa dvije decimale čiji je zbir 1 i parovi decimalnih brojeva sa jednom decimalom čiji je zbir 10 .....	278
Sabiranje decimalnih brojeva sa jednakim brojem decimalnih mesta .....	280
Oduzimanje decimalnih brojeva sa jednakim brojem decimalnih mesta.....	282
Sabiranje i oduzimanje decimalnih brojeva, od kojih je jedan blizak cijelom broju .....	284
Sabiranje i oduzimanje decimalnih brojeva sa različitim brojem decimalnih mesta .....	285
Množenje decimalnih brojeva prirodnim brojem .....	288
Množenje decimalnih brojeva sa jednom decimalom .....	290
Dijeljenje decimalnog broja sa jednom i dvije decimale jednocifernim brojem .....	291
Zadaci za samoocjenjivanje.....	294

#### **TEMA 4 MJERENJE**

Dužina. Mjere dužine .....	297
Masa. Mjere za masu .....	300
Zapremina. Mjere za zapreminu.....	303
Istoimeni brojevi. Pretvaranje istoimenih brojeva u drugi istoimeni broj.....	306
Višeimenski brojevi. Pretvaranje jednoimenog broja u višeimenski broj i obrnuto.....	308
Poređenje mjerjenja dužine, mase i zapreme .....	311

Procjena dužine, mase i zapremine .....	313
Perimetar mnogougaonika .....	315
Vrijeme. Mjere vremena.....	317
Digitalni i analogni satovi.....	320
Poređenje vremena .....	322
Vremenski intervali.....	325
Kalendar.....	329
Novac.....	333
Površina. Mjere za površinu.....	337
Površina oblika koji se mogu podijeliti na pravougaonike .....	340
Površina pravouglog trougla .....	345
Procjena površine nepravilnog mnogougla u kvadratnoj mreži.....	348
Zadaci za samoocjenjivanje.....	351

## **TEMA 5 RAD SA PODACIMA**

Čitanje podataka iz tabela i dijagrama .....	355
Predstavljanje podataka sa tabelom učestalosti .....	365
Predstavljanje podataka linijskim dijagramom.....	367
Predstavljanje podataka stubastim dijagramom.....	371
Istraživanje .....	375
Moda. Aritmetička sredina.....	379
Rang. Medijana .....	382
Sigurni događaj, nemogući događaj i podjednako vjerovatni događaji.....	386
Zadaci za samoocjenjivanje.....	390

Proučavanjem ove teme moći ćeš da:

- 1.** koristiš znanje o skupovima da objasniš i zapišeš skupove prirodnih brojeva, cijelih i pozitivnih racionalnih brojeva.
- 2.** primjenjuješ rimske brojeve u praktičnim primjerima.
- 3.** da koristiš razlomke, decimalne brojeve, procente i razmjer u svakodnevnom kontekstu.
- 4.** da otkrivaš pravilo za određivanje svakog člana datog niza cijelih brojeva.

## SKUP

### Uvodna aktivnost

1. Pogledajte matematičke pločice. Kako ih možemo grupisati?
2. Napravite što više različitih grupa matematičkih pločica.
3. Po kojim svojstvima se izvršilo grupisanje matematičkih pločica?

**Skup** je osnovni pojam u matematici i nije definisan kao takav. Pod pojmom skup podrazumijeva se cjelina različitih objekata (predmeta, pojmove ili živih bića stvorenja) koja imaju jednu ili više istih karakteristika.

**Primjer 1.** Nabrojte objekte u skupu:

- a) svih članova vaše porodice.
- b) svih slova bosanske abecede.
- c) svih učenika iz tvog odjeljenja.

Objekte koji čine skup nazivamo **elementima** skupa.

U primjeru 1 a) elementi su otac, majka, baka, deda, kćerka, sin i drugi članovi porodice. U primjeru 1 b) elementi su slova a, b, v, ..., š iz bosanske abecede, dok su u 1 c) dječaci i djevojčice koji uče u tvom razredu.

**Primjer 2.**

Riječima: stado, jato, učenici... nisu određeni skupovi, jer nije rečeno konkretno o kom stadu, jatu ili o kojim učenicima je riječ.

Skup je definisan ako su njegovi elementi tačno poznati.

1. Nabroj nekoliko skupova u učionici u kojoj učiš i nekoliko skupova u školi.
2. Skup cifara kojim zapisujemo brojeve ima 10 elemenata. Zapiši sve te elemente.

**Primjer 3.**

- a) Navedi elemente skupa slova od kojih je sastavljena riječ STO.

Elementi skupa slova kojima je napisana riječ STO su: S, T, O

- b) Napiši elemente skupa cifara kojima je napisan broj 123124.

Elementi skupa cifara kojima je napisan broj 123124 su: 1, 2, 3 i 4.



Elementi koji se ponavljaju zapisuju se samo jednom.

**Primjer 4.**

- a) Brojevi 1, 2, 3, ..., 9 čine skup.

Ovaj skup ima devet elemenata. Radi kraćeg pisanja ne zapisujemo elemente: 4, 5, 6, 7, 8. Umjesto njih, napisali smo tri tačke, jer znamo da posle 3 dolazi 4, posle 4 dolazi 5 itd. Čita se: jedan, dva, tri i tako dalje do devet.

- b) Nabroj elemente skupa parnih brojeva.

Elementi skupa parnih brojeva su 2, 4, 6, 8, ... Čitaj: dva, četiri, šest, osam i tako dalje.



Kada skup ima veliki broj elemenata, za zapisivanje njegovih elemenata koriste se tri tačke odnosno ...

**ZADACI ZA VJEŽBANJE**

1. Navedi primjere 3 različita skupa koristeći date prijedloge:

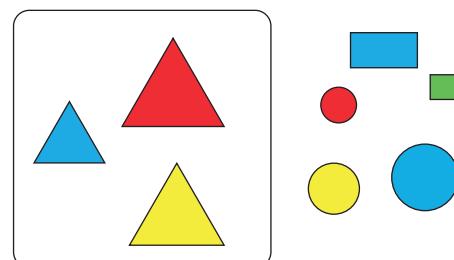
- |                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| a) brojevi veći od... | b) dani u nedjelji  |
| c) slova riječi...    | č) mjeseci u godini |

2. Napiši zajedničku osobinu prema kojoj bi formirao skup grupisanjem kao što je prikazano na slici, ako imamo više različitih 2D oblika.

3. Prirodni brojevi manji od 5 formiraju jedan skup. Napiši sve elemente tog skupa.

4. a) Zapiši elemente skupa slova iz riječi MATEMATIKA.

- b) Zapiši elemente skupa neparnih brojeva iz treće desetice.



**5.** Gradovi kroz koje prolazi rijeka Vardar čine jedan skup.

- a) Napiši elemente ovog skupa.
- b) Da li je Skoplje element ovog skupa? Objasni!
- c) Da li su stanovnici elementi ovog skupa? Objasni!

**\*6.** Svi učenici vaše škole koji idu u šesti razred ove školske godine čine jedan skup. Odgovori i objasni odgovore.

- a) Da li si ti element tog skupa?
- b) Da li su Nikola i Ismet iz sedmog razreda elementi tog skupa?
- c) Da li je vaš razred element tog skupa?

## ZAPISIVANJE SKUPOVA

### Uvodna aktivnost

1. Napravi nekoliko zakriviljenih zatvorenih linija od vune.
2. U jednu od krivih zatvorenih linija stavi: olovku, guminicu, hemijsku; u drugoj sveske i u trećoj udžbenike.
3. Imenuj skupove koje si formirao.

Skupove obilježavamo (označavamo) velikim slovima latinice A, B, C, D, ... i oni su određeni svojim elementima.

Skupove razlikujemo po elementima od kojih su sastavljeni, a ne po njihovim nazivima.

**Primjer 1.** Koji od brojeva ispisanih na tabli su:

- a) parni brojevi iz prve desetice?

To su brojevi 2, 4 i 6.

- b) brojevi manji od 8 i veći od 3?

Brojevi manji od 8 i veći od 3 su: 4, 6 i 7.

- c) neparni brojevi iz druge desetice?

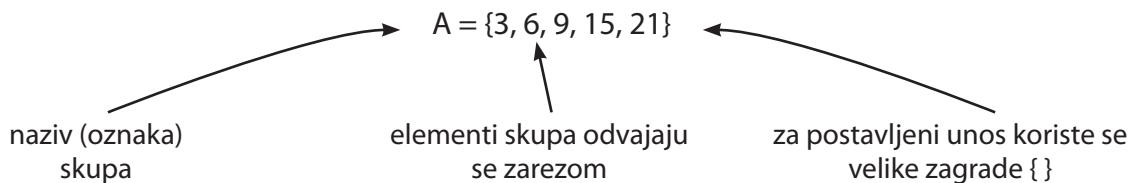
Neparni brojevi iz druge desetice su: 11 i 15.

- č) brojevi sadržioci broja 3?

Sadržioci broja 3 sa table su brojevi: 3, 6, 9, 15 i 21.

2	7	11
25	4	3
6	21	15

Skup brojeva na tabli koji sadrži broj 3 može se napisati:



Način zapisivanja skupova sa zagradama u kojima se nabrajaju elementi skupa naziva se **tabelarni način** zapisivanja skupa.

### Primjer 2.

Zapiši na tabelaran način skup:

- a) dvocifrenih neparnih brojeva  $A = \{11, 13, 15, \dots, 99\}$
- b) skup neparnih brojeva  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$
- c) slova riječi ČEP  $C = \{\text{Č}, \text{E}, \text{P}\}$

1. Zapiši na tabelaran način skup:

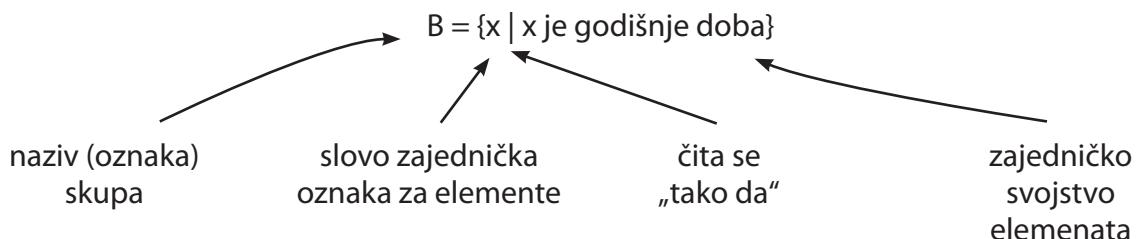
- a) cifara broja 794257
- b) prirodnih brojeva većih od 12 i manjih od 30
- c) dvocifrenih prirodnih brojeva

### Primjer 3.

Koja je zajednička osobina za elemente skupa  $B = \{\text{ proljeće, ljeto, jesen, zima}\}$ ?

Zajedničko svojstvo elemenata ovog skupa je da je svaki element godišnje doba.

Skup godišnjih doba se može napisati:



Čita se:  $B$ , skup svih elemenata  $x$ , tako da je  $x$  godišnje doba.

Način na koji se opisuju elementi skupa naziva se **opisni način** zapisivanja skupa.

#### Primjer 4.

Zapiši skup  $F = \{2, 4, 6\}$  na opisni način.

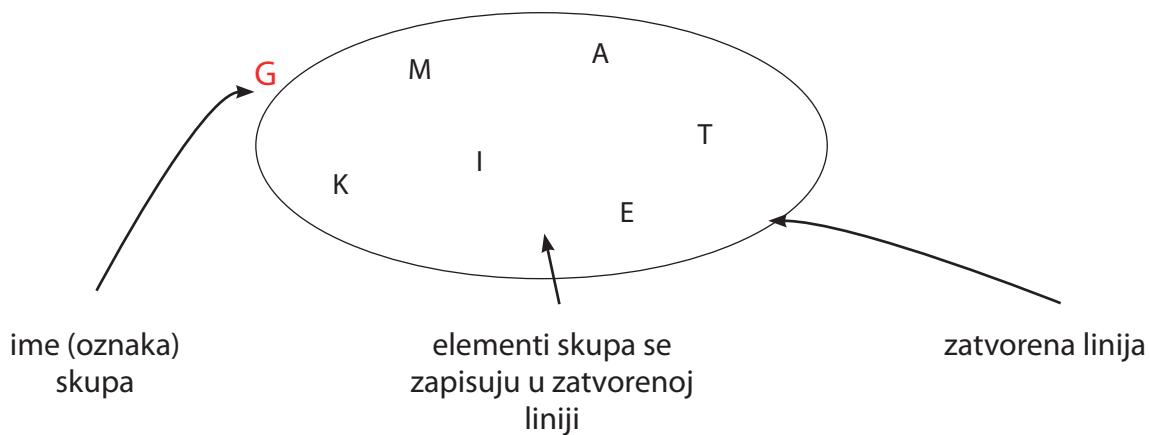
$F = \{x \mid x \text{ je paran broj manji od } 8\}$

Čita se „F je skup svih elemenata x tako da su x parni brojevi manji od 8.“

2. Zapiši tabelarno skup:

- a) tvojih sretnih brojeva
- b) slova kojima je napisano tvoje ime
- c) dana u nedjelji koji počinju slovom p
- č) trocifrenih brojeva sa punom deseticom

**Primjer 5.** Zapišite skup  $G = \{x \mid x \text{ je slovo od riječi MATEMATIKA}\}$  na grafički način.



Način zapisivanja skupa zatvorenom linijom u kome su upisani njegovi elementi je **grafički način** zapisivanja skupova.

Ovaj način zapisivanja skupa se naziva i **Venov dijagram** u čast engleskog filozofa Džona Vena (1834-1923).

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Na koliko različitih načina se može zapisati jedan skup?
2. Zapiši na opisan način skupove:
  - a)  $A = \{a, e, i, o, u\}$
  - b)  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
  - c)  $C = \{\text{ponedjeljak, utorak, srijeda, četvrtak, petak, subota, nedjelja}\}$
  - č)  $D = \{71, 73, 75, 77, 79\}$

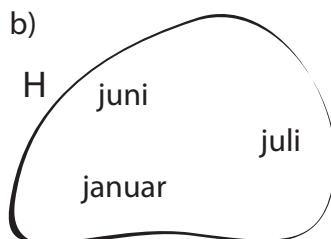
3. Zapiši na tabelarni način i Venovim dijagramom skup:

- a)  $E = \{x \mid x \text{ je paran broj i } x > 4\}$
- b)  $F = \{x \mid x \text{ je neparan broj i } 20 < x < 30\}$
- c)  $G = \{x \mid x \text{ je slovo riječi BRZALICA}\}$

4. Zapiši na opisan način skupove J i H.

a)

J	100	300
	500	
	200	400



Pronađi  
zajedničko svojstvo  
elemenata za svaki  
od ovih skupova.



5. Venovim dijagramom zapiši skupove:

- a)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- b)  $M = \{p, u, n, e, r\}$
- c)  $P = \{x \mid x \text{ je dvocifreni neparan broj manji od } 50\}$
- č)  $B = \{x \mid x \text{ je dvocifreni broj čiji je zbir cifara } 12\}$

6. Zapiši na opisan način skup prirodnih brojeva između 50 i 400.

# SIMBOLI $\in$ I $\notin$ PRAZAN SKUP

## Uvodna aktivnost

1. Zapiši skup A čiji su svi elementi zemlje koje se graniče sa Republikom Sjevernom Makedonijom.
2. Zapiši skup M svih susjednih država naše zemlje čije ime počinje na slovo A.
3. Zapiši skup S svih susjednih država naše zemlje čije ime počinje na slovo H.

Koji su elementi skupa A? Koliko elemenata ima skup M?  
Koliko elemenata ima skup S?

Da li je Republika Grčka element skupa A?

Da li je Republika Bugarska element skupa M?



U matematici, skup je i skup sa jednim elementom, kao i skup bez elemenata.

### Primjer 1.

- a) Zapiši skup svih suglasnika u imenu Eva.

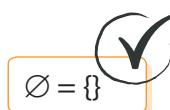
Ako sa A označimo skup suglasnika u imenu Eva, onda je  $A = \{v\}$ , jer postoji samo jedan suglasnik, a to je slovo v.

- b) Zapiši skup ljudi koji su visoki 10 metara.

Ako sa C označimo skup svih ljudi koji su visoki 10 metara, onda skup C neće imati elemente.

Kažemo da je C prazan skup i zapisujemo  $C = \emptyset$

Skup koji nema elemenata naziva se **prazan skup** i označava se sa  $\emptyset$ .



1. Zapiši tabelarno skup  $H = \{x \mid x \text{ je prirodan broj i } 11 < x < 12\}$ .

**Primjer 2.** Dat je skup  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Elementi skupa A su: 1, 2, 3 i 4.

Rečenica: „Broj 2 je element skupa A“ u matematici se zapisuje kao:  $2 \in A$ .

Rečenica: „Broj 5 nije element skupa A“ u matematici se zapisuje kao:

$5 \notin A$ .

Simbol  $\in$  se čita: „...je elemenat... ili pripada ...“.

Simbol  $\notin$  se čita: „...nije elemenat ... ili ne pripada ...“

**2.** Sa A, B, C i D označi redom skupove rješenja sledećih jednačina:

$x - 16 = 11$ ,  $125 - x = 63$ ,  $5 \cdot x = 345$ ,  $x : 24 = 1$ . Koje od datih tvrdnji su tačne?

- a)  $27 \in A$       b)  $87 \in B$       c)  $68 \in C$       č)  $24 \in D$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Dat je skup  $B = \{30, 32, 34, 36, 38, 40\}$ .

- a) Da li je broj 34 elemenat skupa B? Zapiši matematički potrebnim simbolom.  
b) Da li je broj 37 elemenat skupa B? Zapišite matematički potrebnim simbolom.

**2.** Na času fizičkog vaspitanja učenice su se takmičile u trčanju na 50 metara. Nastavnik je podatke zabilježio u tabelu:

ime učenika	vrijeme u sekundama
Marija	10
Ajše	9
Sara	10
Ivana	10
Afrodita	12
Gordana	9

Predstavi tabelarno i Venovim dijagramom skupove čiji su elementi učenici koji su trčali 50 m za:

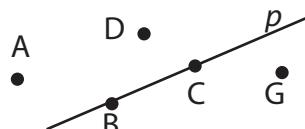
- a) tačno 10 sekundi  
b) tačno 11 sekundi  
c) tačno 9 sekundi  
č) više od 11 sekundi

**3.** U skupu prirodnih brojeva riješi jednačine:  $8 + x = 12$ ,  $x - 42 = 14$ ,  $14 \cdot x = 154$  i  $x : 1 = 14$ . Sa A, B, S i D označi redom skupove rješenja jednačina.

Utvrđite tačnost iskaza:

- a)  $4 \in A$  b)  $4 \in B$  c)  $4 \notin C$  č)  $4 \notin D$

**4.** Znacima  $\in$  i  $\notin$  zapiši odnos između datih tačaka i prave  $p$ .



**\*5.** Od elemenata skupa  $M = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$  sastavljeno je nekoliko skupova.

Utvrdi koji su skupovi prazni.

- a)  $A = \{x \mid x \in M \text{ i } x + 5 = 15\}$       b)  $E = \{x \mid x \in M \text{ i } x + 1 = 0\}$       c)  $B = \{x \mid x \in M \text{ i } x + 8 = 5\}$   
č)  $F = \{x \mid x \in M \text{ i } x + 3 < 2\}$       č)  $C = \{x \mid x \in M \text{ i } x = 0\}$   
d)  $G = \{x \mid x \in M \text{ i } 35 \cdot x = 36\}$       dž)  $D = \{x \mid x \in M \text{ i } x + 4 = 1004\}$

## BROJ ELEMENATA SKUPOVA

### Uvodna aktivnost

1. Venovim dijagramom predstavi skup brojeva 21, 23, 25, 27 i 29 i nazovi ga B.
2. Izvucite četiri karte iz skupa karata sa brojevima do 30. Nazovite ga A i predstavi tabelarno skup čiji su elementi brojevi koje si izvukao.  
Koliko elemenata ima skup B? Koliko elemenata ima skup A? Uporedi skupove. Objasni šta primjećuješ.

**Primjer 1.** Elementi skupa A su cifre broja 325 i elementi skupa B su cifre broja 523.

a) Skupove A i B predstavi tabelarno.  $A = \{3, 2, 5\}$  i  $B = \{5, 2, 3\}$

b) Koliki je broj elemenata skupova A i B?

Skup A ima tri elementa i pišemo:  $(A) = 3$ .

c) Kom skupu pripada broj 5?  $5 \in A$  i  $5 \in B$ .

Čita se: Broj elemenata skupa A je 3.

č) Da li svaki element skupa A takođe pripada skupu B?

Svaki element skupa A takođe pripada skupu B.

ć) Da li svaki element skupa B takođe pripada skupu A?

Svaki element skupa B takođe pripada skupu A.

Iz č) i ć) možemo zaključiti da skupovi A i B imaju iste elemente.

Skupovi A i B su **jednaki** ako imaju iste elemente, odnosno ako svaki element skupa A takođe pripada skupu B i ako svaki element skupa B pripada skupu A.

Redoslijed kojim su elementi skupa zapisani nije bitan.

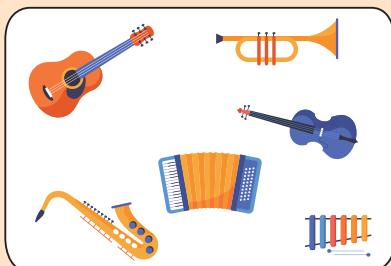
Na primjer:  $\{2, 4, 6\} = \{4, 2, 6\} = \{6, 4, 2\}$

**1.** Koji su od datih skupova jednaki?

$A = \{5, 6, 9\}$ ,  $B = \{5, 9, 6\}$ ,  $C = \{5, 6, 6\}$ ,  $D = \{5, 5, 6, 6, 9, 9\}$ ,  $E = \{5, 6, 6, 9, 9, 9\}$

**Primjer 2.** Na crtežu su predstavljena dva skupa Venovim dijagramima.

I



D



- Poveži jedan instrument samo sa jednim djetetom.
- Da li svakom instrumentu odgovara po jedno dijete koje će svirati na njemu?  
Skup instrumenata nema više elemenata nego skup djece.
- Da li svakom djetu odgovara po jedan instrument na kojem će svirati?  
Takođe, u skupu djece nema više elemenata nego u skupu instrumenata.

Za dva skupa A i B kažemo da su **istobrojna** ako imaju jednak broj elemenata, odnosno A nema više elemenata od B i B nema više elemenata od A.  
Često se, istobrojni skupovi A i B nazivaju **ekvivalentni skupovi**.

**2.** Provjeri koji od skupova su jednaki, a koji istobrojni (ekvivalentni) i objasni tvoj odgovor.

$$A = \{x \mid x \text{ je učenik šestog razreda}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ je ime učenika šestog razreda}\} \quad C = \{x \mid x \text{ je slovo riječi OLOVO}\}$$

$$D = \{L, O, V\}$$

$$E = \{z, \Delta, \Pi\}$$

$$F = \{x \mid x \in A\}$$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Koji od datih skupova su jednaki? Objasni tvoj odgovor.

$$M = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \right\} \quad N = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5} \right\} \quad P = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right\} \quad S = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right\} \quad U = \left\{ \frac{2}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3} \right\}$$

**2.** Provjeri da li su jednaki ili istobrojni (ekvivalentni) skupovi A, B i C. Objasni tvoj odgovor.

$$A = \{x \mid x \text{ je paran broj i } 4 < x < 10\} \quad B = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } 1 < x < 4\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ e dan iz sedmice koji počinje na slovom p}\}$$

**3.** Odredi broj elemenata skupova:

$$A = \{\text{lijevo, desno, naprijed, nazad, gore, dole}\}$$

$$B = \{\text{tačka, prava, ravan}\}$$

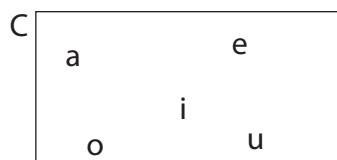
$$C = \emptyset \quad D = \{x \mid x \text{ je slovo bosanske abecede}\}$$

$$E = \{\Delta, c\} \quad F = \{x \mid x \subset E\}$$

$$M = \{\emptyset\} \quad N = \{0\}$$

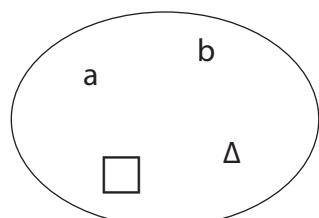
**4.** Provjeri koji od datih skupova su jednaki, a koji su istobrojni (ekvivalentni):

$$A = \{x, y\} \quad B = \{x \mid x \text{ je slovo riječi KLUPA}\} \quad D = \{+, -\}$$



**\*5.** Pokaži da su dati skupovi ekvivalentni:

A



$$B = \{x \mid x \text{ je samoglasnik bosanske abecede}\}$$

$$C = \{\text{olovka, hemijska, kreda, tabla, sunđer}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ je ocjena za ocjenjivanje znanja učenika}\}$$

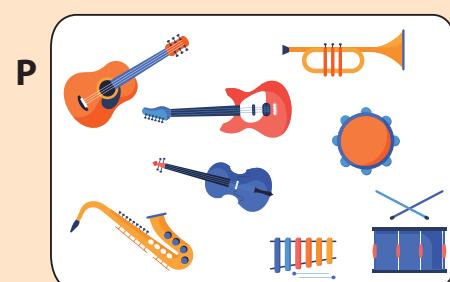
## PODSKUP

### Uvodna aktivnost

1. Koristeći traku i kartice sa brojevima do 20 predstavi skup  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  Venovim dijagramom.
  2. U Venovom dijagramu kojim je predstavljen skup A, trakom u drugoj boji zatvorenom linijom izdvoji skup  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ .
- Zapiši šta primjećuješ u vezi skupova A i B?

**Primjer 1.** Na crtežu je predstavljen skup P čiji su elementi muzički instrumenti.

- a) Predstavi tabelarno skup P tako što ćeš elemente zapisati kao imena muzičkih instrumenata.



$P = \{\text{gitara, električna gitara, violinina, saksofon, truba, ksilofon, daire, bubanj}\}$

- b) Predstavi tabelarno skup  $Q$  čiji su elementi žičani muzički instrumenti.

$Q = \{\text{gitara, električna gitara, violinina}\}$

- c) U Venovom dijagramu skupa  $P$  zatvorenom linijom izdvoji elemente skupa  $Q$ .



Ako svaki elemenat skupa  $B$  pripada skupu  $A$  i postoji elemenat  $b \in A$ , tako da  $b \notin B$ , onda kažemo da je  $B$  e **pravi podskup** skupa  $A$  i zapisujemo  $B \subset A$ .

**Primjer 2. Dat je skup**  $S = \{a, b, c, d\}$ . Zapiši sve njegove podskupove.

- a) podskup bez elemenata (0 elementi)

$$\emptyset \subset S$$

- b) podskup sa 1 elementom:

$$\{a\} \subset S, \{b\} \subset S, \{c\} \subset S, \{d\} \subset S$$

- c) podskup sa 2 elementa:

$$\{a, b\} \subset S, \{a, c\} \subset S, \{a, d\} \subset S, \{b, c\} \subset S, \{b, d\} \subset S, \{c, d\} \subset S$$

- č) podskup sa 3 elementa:

$$\{a, b, c\} \subset S, \{a, b, d\} \subset S, \{b, c, d\} \subset S, \{a, c, d\} \subset S$$

- ć) podskup sa 4 elementa:

$$\{a, b, c, d\} \supseteq S$$

Skup  $S$  je podskup samom sebi i zapisujemo  $S \supseteq S$ .



Prazan skup  
je pravi podskup  
svakog skupa.



Svaki skup je  
podskup samom sebi,  
ali nije pravi  
podskup.

1. Zapiši sve prave podskupove skupa  $M = \{a, b, c\}$ .

2. Zapiši sve prave podskupove skupa  $N = \{\odot, \ominus, \otimes\}$ .

3. Odredi koji su iskazi tačni, a koji netačni. Objasni tvoj odgovor.

a)  $\{a, e, c\} \subset M = \{x \mid x \text{ je slovo bosanske azbuke}\}$

b)  $\{+, *, \&, \#, \%, @\} \subset \{*, \&, \%, @\}$

c)  $\{2, 4, 7, 9, 11\} \subset M = \{x \mid x \text{ je cifra}\}$

4. Dati su skupovi:  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ .

- a) Zapiši skupove A, B i C Benovim dijagramom.  
 b) Koristeći znake  $\subset$ ,  $\subseteq$ ,  $\not\subset$ , prepiši i popuni tabelu tako da dobijeni iskazi budu tačni.

Skupovi	A	B	C
A		$\subset$	
B			
C	$\not\subset$		

Možeš da  
zapišeš riječima nije  
pravi podskup ili  
simbolom  $\not\subset$ .

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Dat je skup  $D = \{x \mid x \text{ je neparan prirodni broj i } 2 < x < 12\}$  i  $B = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } 5 < x < 10\}$ . Koje od sljedećih tvrdnji su tačne?

- a)  $10 \notin D$  b)  $4 \in B$  c)  $12 \in D$  č)  $7 \in B$   
 č)  $10 \notin B$  d)  $4 \notin D$  dž)  $5 \notin B$

2. Odredi koji su od sljedećih skupova prazni:

- a)  $A = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } 2 + x = 1\}$   
 b)  $B = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } 1 + x = 2\}$   
 c)  $C = \{0\}$   
 č)  $D = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } x < 1\}$   
 č)  $E = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } x \text{ je manje ili jednako } 1\}$

3. Venovim dijagramom predstavi skupove M i N ako je poznato da:

$$2 \in M, 1 \in M, 6 \in N, 7 \in M, 1 \in N, 4 \in N, 5 \in N, 3 \in M, 5 \in M, 10 \in N.$$

- \*4. Dat je skup  $B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\}$ . Odredi podskupove M, N i P čiji su elementi elementi skupa B i pri dijeljenju sa 3, 4 i 5 imaju ostatak 0.

- \*5. Ako je  $A = \{e, r, t, q, w, y\}$ , koje od sljedećih tvrdnji nisu tačne?

- a)  $e \subset A$       b)  $\emptyset \subset A$       c)  $\{q, r, t\} \subset A$       č)  $\{e, r, t, q, w, y\} \subset \{e, r, t, q, w, y\}$

# KONAČNI I BESKONAČNI SKUPOVI

## Uvodna aktivnost

1. Izvucite tri broja iz vašeg skupa karata i predstavite Venovim dijagramom skup B čiji su elementi izvučeni brojevi.
2. Zapiši sve realne podskupove skupa B.
3. Koliko elemenata ima svaki realni podskup skupa B? Sa kojim realnim podskupom, je skup B istobrojan?

**Primjer 1.** Dat je skup  $A = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } x < 4\}$ .

a) Zapiši realne podskupove skupa A.

Elementi skupa A su 1, 2 i 3, odnosno  $A = \{1, 2, 3\}$ .

$$\begin{array}{llll} \emptyset \subset A & \{1\} \subset A & \{2\} \subset A & \{3\} \subset A \\ \{1, 2\} \subset A & \{1, 3\} \subset A & \{2, 3\} \subset A. \end{array}$$

b) Sa kojim je realnim poskupom, skup A istobrojan?

Skup A nije istobrojan ni sa jednim njegovim realnim podskupom.

Ako se elementi skupa mogu prebrojati onda je taj skup **konačan skup**.

**Primjer 2.** D je skup parnih prirodnih brojeva.

a) Tabelarno predstavi skup D.

$$D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots\}$$

b) Koliko elemenata ima skup D?

Ne možemo izbrojati sve elemente skupa D.

Skup D ima beskonačno mnogo elemenata.

Skup D je beskonačan skup.



Kada želimo beskonačan skup da zapišemo tabelarno, poslije elementa kojem zapisujemo kao poslednjeg stavljamo tri tačke (...).

Jedan skup je **beskonačan** ako nije konačan.

Beskonačan skup je skup koji ima beskonačno mnogo elemenata.

**1.** Odredi koji su od datih skupova konačni, a koji beskonačni. Objasni tvoj odgovor.

- a)  $A = \{a, b\}$       b)  $B = \{1, 2, 3\}$       c)  $C = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$   
 č)  $D = \{x \mid x \text{ je učenik tvog razreda}\}$       ď)  $E = \{59, 69, 79, 89, \dots\}$

**2.** Date skupove zapiši na tabelaran način:

- a)  $M = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } 15 < x < 27\}$   
 b)  $N = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i } x > 10000\}$   
 c)  $K = \{x \mid x \text{ je prirodni broj i djeljiv je brojem } 4\}$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Zapiši broj elemenata datih skupova:

- a)  $P = \{52, 54, 56, 58, 60\}$       b)  $Q = \{5, 10, 15, \dots, 50\}$       c)  $K = \{\emptyset\}$       ď)  $M = \emptyset$

**2.** Elementi skupa B su svi brojevi veći od 250 i manji od 300.

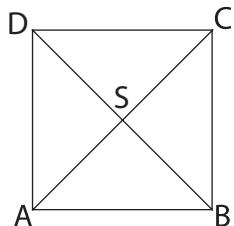
- a) Skup B predstavi tabelarno.      b) Koliko elemenata ima skup B?

**3.** Svi elementi skupa M su prirodni brojevi veći od 150.

- a) Skup M predstavi tabelarno.      b) Koliko elemenata ima skup M?

**4.** Tabelarno prikaži tri konačna i tri beskonačna skupa.

**5.** Koliko elemenata ima skup svih trouglova prikazanih na crtežu?



Prvo tabelarno  
zapiši skup svih trouglova  
na crtežu.

**\*6.** Koji su od sljedećih skupova konačni, a koji beskonačni? Objasni svoj odgovor.

- a) Komplet svih lješnjaka u jednoj kesi.  
 b) Skup svih prirodnih brojeva čija je cifra jedinice 4.  
 c)  $B = \{x \mid x \text{ je prirodan broj i } x < 1000000\}$   
 č)  $C = \{8, 18, 28, 38, \dots\}$       ď)  $M = \{7, 17, 27, \dots, 97\}$

**\*7.** Napiši primjere skupova koji su konačni i skupova koji nisu konačni. Koja svojstva imaju elementi tvojih skupova?

# SKUP PRIRODNIH BROJEVA

## Uvodna aktivnost

Na slici su prikazane kartice sa brojevima od 1 do 100.

- Izaberi jednu karticu i broj unaprijed po redoslijedu. Do kojeg broja umiješ da brojiš? Ima li brojeva većih od 100?
- Izaberi drugu karticu i broj unazad po redoslijedu. Do kojeg broja možeš da brojiš? Ima li brojeva manjih od 1 koji nisu negativni?

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Brojevi kojima obično brojimo, počevši od 1, povećavajući za 1 unaprijed ili unazad po redu nazivaju se **prirodni brojevi**.

Ovo su brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ... koji čine beskonačni skup brojeva koji se naziva **skup prirodnih brojeva**.

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom **N**.

$$N = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots]$$

Da li je nula prirodan broj?

Ako u skupu prirodnih brojeva kao elemenat uzimamo i broj 0, onda dobijamo skup  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$



Najmanji prirodan broj je broj 1.  
Ne postoji najveći prirodni broj, jer uvijek postoji prirodan broj koji je za 1 veći od prethodnog.



Nula nije prirodni broj.

Skup prirodnih brojeva i nule naziva se **proširen skup prirodnih brojeva** i označimo ga sa **N<sub>0</sub>**.

Prirodne brojeve zapisujemo ciframa 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.

Nula se koristi kao znak (cifra) za pisanje nekih prirodnih brojeva, na primjer 10, 20, ...100, ...120...

**Primjer 1.** Date skupove zapiši tabelarno.

a)  $M = \{x \mid x \in N \text{ i } h \text{ je jednocifreni broj}\}$

$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  Broj 0 ne pripada ovom skupu, jer su elementi samo brojevi koji pripadaju N.

b)  $S = \{x \mid x \in N_0 \text{ i } x < 12\}$

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  Ovom skupu pripada broj 0, jer elementi su samo brojevi koji pripadaju  $N_0$ .

**1.** Date skupove zapiši tabelarno. Zatim zapiši broj elemenata svakog skupa.

a)  $A = \{x \mid x \in N \text{ i } x \text{ je broj osme desetice}\}$       b)  $B = \{x \mid x \in N \text{ i } 234 < x < 372\}$

c)  $C = \{x \mid x \in N_0 \text{ i } x < 9\}$       č)  $D = \{x \mid x \in N_0 \text{ i } x \text{ je rješenje jednačine } x + 0 = x\}$

**2.** Zapiši tabelarno zadate skupove. Utvrdi koji su od njih beskonačni.

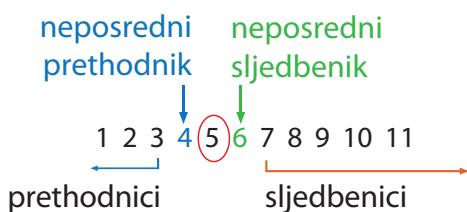
a)  $A = \{x \mid x \in N \text{ i } x \text{ je paran broj veći od } 20 \text{ i manji od } 40\}$

b)  $B = \{x \mid x \in N \text{ i } x > 2500 \text{ i } x \text{ je neparan broj}\}$

c)  $C = \{x \mid x \in N_0 \text{ i } x < 25 \text{ i } x \text{ je paran broj}\}$

č)  $D = \{x \mid x \in N_0 \text{ i } x \text{ je paran i neparan broj}\}$

U skupu prirodnih brojeva svaki broj osim broja 1 ima svog **neposrednog prethodnika i neposrednog sljedbenika**.



 Broj 1 ima samo sljedbenike, ali nema prethodnike.

**Primjer 2.** Brojevima odredi neposredne prethodnike, neposredne sljedbenike, skupove prethodnika i sljedbenika.

a) 22      b) 789      c) 34567

a) neposredni prethodnik broja 22 je broj 21; neposredni sljedbenik broja 22 je broj 23

Skup prethodnika je  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 21\}$

Skup sljedbenika je  $\{23, 24, 25, 26, 27, \dots\}$

b) neposredni prethodnik 789 je 788; Neposredni sljedbenik 789 je 790

Skup prethodnika je  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 788\}$

Skup sljedbenika je  $\{790, 791, 792, 793, 794, \dots\}$

c) neposredni prethodnik 34567 je 34566;

neposredni sljedbenik 34567 je 34568

Skup prethodnika je  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 34566\}$

Skup sljedbenika je  $\{34568, 34569, 34570, 34571, 34572, \dots\}$

Neposredni prethodnik broja je broj koji je za 1 manji od datog broja.

Neposredni sljedbenik broja je broj koji je za 1 veći od datog broja.

**3.** Brojevima odredite neposredne prethodnike, neposredne sljedbenike, skupove prethodnika i sljedbenika.      a) 89      b) 980      c) 34871

**4.** Odredi broj ako je:

a) 2309 njegov neposredni prethodnik      b) 9000 njegov neposredni sljedbenik

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** U kom slučaju se dobija samo prirodan broj? Objasni svoj odgovor.

a) Broj učenika u jednoj školi.

b) Udaljenost između dva grada izražena u kilometrima.

c) Visina vrata izražena u metrima.

č) Broj bombona u jednoj kutiji.

ć) Temperatura vazduha izražena u stepenima Celzijusa.

d) Brojevi između 34 i 35.

**2.** Predstavite na opisni način:

a) Skup parnih prirodnih brojeva.

b) Skup prirodnih brojeva većih od 80 i manjih od 100.

**3.** Tabelarno prikaži skupove prethodnika i skupove sljedbenika broja 2130.

**\*4.** Pronađite brojeve za koje je tačno da:

- 345, 349, 352 su njegovi prethodnici, ali broj nije veći od 355.
- 1003, 1007, 1010 su njegovi sljedbenici, ali broj nije manji od 1000.

## PRIRODNI BROJEVI NA BROJEVNOJ PRAVI

### Uvodna aktivnost

Nacrtajte brojevnu pravu u svesci kao što je prikazano na crtežu. Vjeverica napravi jedan skok brojeći po dva.

- Gdje će biti vjeverica nakon tri skoka?
- Označite brojeve za svaki skok.

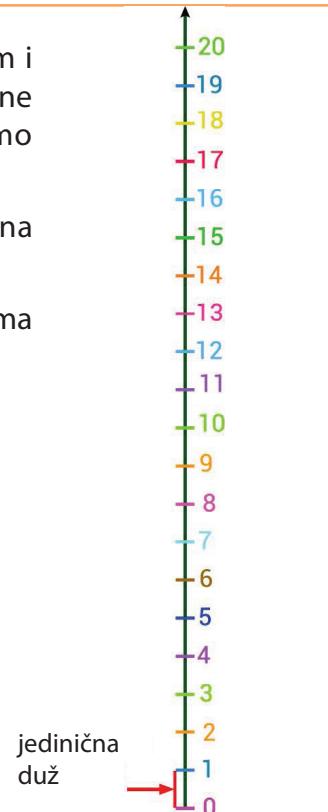
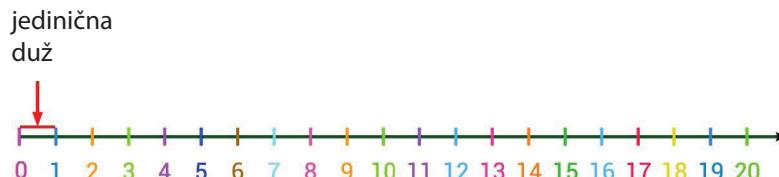


54      55

Možemo predstaviti prirodne brojeve i broj 0 na horizontalnim i vertikalnim pravama na kojima su označene jednakе duži (jedinične duži) i kod svake duži je zabilježen broj. Ovu pravu nazivamo **brojevnom pravom**.

Na horizontalnoj brojevnoj pravi zapisujemo brojeve s lijeva na desno, počevši od 0, redom.

Na vertikalnoj brojevnoj pravi zapisujemo brojeve odozdo prema gore.

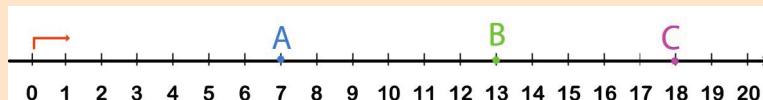


**Primjer.** Na brojevnoj pravi predstavi brojeve 7, 13, 18 i označi ih tačkama A, B i C.

Počevši od 0, brojimo udesno i na broju 7 označavamo tačku A.

Počevši od 0, brojimo udesno i na broju 13 označavamo tačku B.

Počevši od 0, brojimo udesno i na broju 18 označavamo tačku C.



Položaj svake tačke na brojevnoj pravoj određen je brojem sa te prave.

Broj  $a$  koji odgovara tački M na brojevnoj pravoj naziva se **koordinata** i ta tačka se označava kao  $M(a)$ .

Tačke pravih u primjeru možemo zapisati koordinatama A (7), B (13) i C (18).

**5.** Nacrtaj brojevnu pravu i označi:

- a) neparne dvocifrene brojeve do 20                    b) parne jednociifrene brojeve

**6.** Procijeni koje brojeve označavaju strelice na brojevnim pravama.

a)



b)



c)

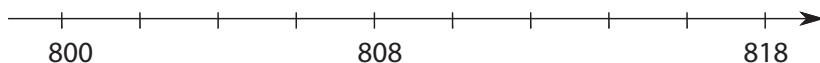


**7.** Nacrtaj brojevnu pravu i označi tačke M(4), N(9) i S(2).

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- Na istoj brojevnoj pravi predstavi brojeve: 100, 105, 113, 126 i 156.
- Nacrtaj brojevnu pravu i na njoj predstavi neparne brojeve do 21.
- Predstavite brojeve 6, 13 i 17 na brojevnoj pravoj, a zatim i njihove neposredne prethodnike i neposredne sljedbenike.

- 4.** Ponovo nacrtaj i dopuni brojevnu pravu brojevima koji nedostaju. Koji brojevi su predstavljeni na pravi? Zapiši taj skup tabelarno i na opisan način.



- \*5.** Joana, Andrej i Sara su trčali maraton. Joana je bila dvanaesta. Andrej je stigao dva mesta prije Joane, a Sara je bila tri mesta posle Joane. Na kom mjestu je završio Andrej, a na kojem Sara?
- \*6.** Vagoni u vozu su numerisani od 31 do 39 po redu, počevši od prvog vagona do lokomotive. Učenici šestog-A razreda trebali su da uđu u treći vagon, brojeći od lokomotive. Učenici šestog-B razreda trebalo je da uđu u treći vagon brojeći od poslednjeg vagona. Odredite brojeve vagona u koje treba da uđu učenici oba odjeljenja.

## KLASE I MJESNA VRJEDNOST

### Uvodna aktivnost

1. Zapiši petocifreni broj u svoju svesku.
2. Zamijeni svesku sa drugarom iz razreda pored tebe.
3. Zapiši u njegovu svesku kako ćeš pročitati broj koji je zapisao tvoj drug iz razreda.
4. Koje ste znakove koristili za pisanje brojeva? Koliko takvih znakova ima?

Za zapisivanje brojeva u cijelom svijetu koristi se desetični (dekadni) brojevni sistem.

Riječ dekadni potiče od grčke riječi „deka“, što znači deset.

U ovom brojevnom sistemu koristi se deset cifara 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 koje se nazivaju arapski brojevi.

Svaka cifra ima svoju brojevnu vrijednost:

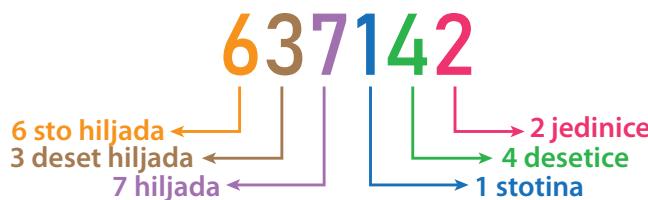
1 ima brojevnu vrijednost od jedne jedinice, 2 ima brojevnu vrijednost od dvije jedinice, 3 ima brojevnu vrijednost tri jedinice itd.

Koja je brojevna vrijednost nule? 0 ima brojevnu vrijednost nula (nema) jedinica.

Svaka cifra u broju ima **mjesnu vrijednost**.

Vrijednost mesta cifre zavisi od mesta (pozicije) gde se ta cifra nalazi.

Najlakše možemo odrediti vrijednosti mesta u broju s desna na lijevo: jedinice (J), desetice (D), stotine (S), hiljade (H), deset hiljade (Ć) itd.



**Primjer 1.** Brojevi u tabeli su dati spremu mjestu vrijednosti njihovih cifri.

Zapiši brojeve ciframa i riječima.

milioni (M)	Stotine hiljada (SH)	Desetice hiljada (Ć)	Hiljade (H)	Stotine (S)	Desetice (D)	Jedinice (J)
			2	6	0	8
		8	4	0	1	5
	3	1	7	2	9	0
1	2	8	3	5	0	4

2608 čita se dvije hiljade šest stotina i osam.

84015 se čita osamdeset četiri hiljade i petnaest.

317290 se čita trista sedamnaest hiljada dvesta devedeset.

1283504 se čita jedan milion dvesta osamdeset tri hiljade petsto četiri.

1. Brojevi su dati prema mjesnim vrijednostima njihovih cifara. Zapišite brojeve ciframa i riječima.

- a) 3S 2D 8J      b) 6H 7D 9J      c) 4SH 1H 5S 2J      č) 1M 6SH 9DH 8D 3J

2. Brojevi su dati ciframa. Zapišite ih sa njihovim mjesnim vrijednostima.

- a) 4023      b) 12890      c) 506309      č) 2091704

Pored mjesne vrijednosti, u zapisivanju prirodnih brojeva postoje i odgovarajuće **klase cifara**.

Klase određujemo kao grupe od 3 cifre s desna na lijevo.

Prva klasa je **klasa osnovnih jedinica** i sastoji se od cifara jedinica, desetica i stotina.

Druga klasa je **klasa hiljada** i sastoji se od cifara jedinica hiljada, desetica hiljada i stotina hiljada.

Treća klasa je **klasa miliona** i sastoji se od cifara jedinica miliona, desetica miliona i stotina miliona.

Četvrta klasa je **klasa milijardi** i sastoji se od cifara jedinica milijardi, desetica milijardi i stotina milijardi.

Svaka klasa je sastavljena od tri pozicije: jedinica, desetica i stotina (sa desna na lijevo).

Broj u tabeli čitamo jedan milion petstotina dvadeset i sedam hiljadi trista sedamdeset i devet.

KLASA CIFARA											
MILIJARDE			MILONI			HILJADE			OSNOVNE JEDINICE		
sto milijardi	deset milijardi	jedinice milijardi	sto miliona	deset miliona	jedinice miliona	sto hiljada (SH)	deset hiljada (Ć)	jedinice hiljada (JH)	stotine (S)	desetice (D)	jedinice (J)
					1	5	2	7	3	7	9

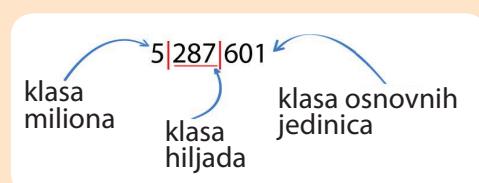
**Primjer 2.** Odredi klasu mjesnih vrijednosti koji su podvučeni kod svakog broja. Zatim, zapiši broj riječima.

a) 5287601      b) 654982

Da bi odredili klasu treba da grupišemo cifre broja u grupi po 3 sa desna na lijevo.

a) Tražene cifre pripadaju klasi miliona i broj čitamo pet miliona dvesta osamdeset i sedam hiljada šesto i jedan.

b) Tražene cifre pripadaju klasi osnovnih jedinica i broj čitamo šesto pedeset i četiri hiljade devetsto osamdeset i dva.



**3.** Odredi klasu mjesnih vrijednosti koje su podvučene u svakom broju. Zatim, zapiši broj riječima.

- a) 80748      b) 33200      c) 769322

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** U svesci napiši brojeve riječima.

- a) 5701      b) 980047      c) 3209100      č) 1007276

**2.** Zapiši ciframa brojeve:

- a) osam hiljada šezdeset i pet  
 b) pet miliona trista i pet hiljada četrdeset i sedam  
 c) jedan milion pedeset i devet hiljada dvesta i pet

**3.** Zapiši sve petocifrene brojeve od cifara 0, 3, 5, 7 i 9, tako da se svaka cifra pojavljuje samo jednom. Zatim, ih zapiši riječima.

**4.** Nacrtaj tabelu sa klasama i mjesnim vrijednostima, a zatim u njoj zapiši brojeve:

- a) 8957987      b) 56643      c) 1856003      č) 3100075

**5.** Zapiši ciframa, a zatim riječima sve četvorocifrene brojeve od cifara 0, 3, 4, 7, tako što se svaka cifra pojavljuje samo jednom.

**6.** Od cifri 0, 3, 4, 5 i 9 zapiši i pročitaj najveći i najmanji petocifreni broj u kojima se cifre pojavljuju samo jednom.

**7.** Koliko ima desetica, stotina i hiljada u brojevima:

- a) 7099      b) 59353      c) 840059      č) 9536021

**\*8.** Zapiši ciframa dekadnog sistema i riječima zbrojove.

- a)  $6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$       b)  $6 \cdot 10000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 10 + 9$   
 c)  $2 \cdot 100000 + 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 10$       č)  $3 \cdot 1000000 + 5 \cdot 10000 + 7 \cdot 100 + 6$

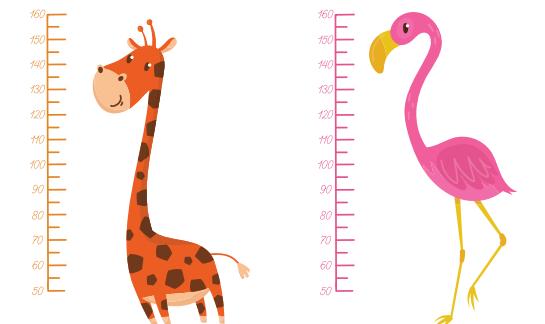
**\*9.** Pogodi broj koji ima cifru:

- 1 sa mjesnom vrijednosti deset hiljada  
 6 sa mjesnom vrijednosti jedinica  
 3 sa mjesnom vrijednosti stotina  
 1 sa mjesnom vrijednosti milion  
 5 sa mjesnom vrijednosti desetica  
 9 sa mjesnom vrijednosti sto hiljada  
 0 sa mjesnom vrijednosti hiljadu

# UPOREĐIVANjE I PODREĐIVANJE PRIRODNIH BROJEVA

## Uvodna aktivnost

1. Koja je životinja viša? Objasni zašto.
2. Podijeli sa drugom to što si napisao, kao i tvoje objašnjenje.
3. Koristi tabelu mjesnih vrijednosti da bi objasnio tvoj odgovor.



Da se uporede dva broja znači da se odredi koji je od tih brojeva manji (ili veći) ili su ti brojevi jednaki.

Za upoređivanje brojeva koristimo znakove:

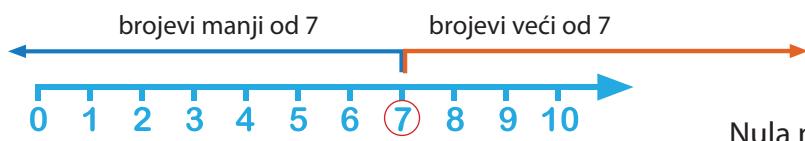
">" čita se "...je veći od..."

"<" čita se "...je manji od..."

"=" čita se "...je jednako..."

Za lakše upoređivanje prirodnih brojeva možemo da koristimo brojevnu pravu na koju su predstavljeni brojevi proširenog skupa prirodnih brojeva  $N_0$ .

Zašto što su brojevi desno od 7 veći od 7, a lijevo od 7 manji od 7?



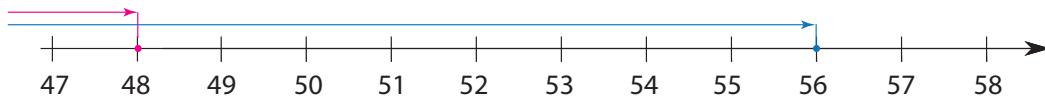
Nula nije prirodni broj

Prirodni brojevi koji su na većem rastojanju od nule su veći brojevi.

Prirodni brojevi koji su na manjem rastojanju od nule su manji brojevi.

**Primjer 1.** Uporedi brojeve 56 i 48.

Za upoređivanje ćemo koristiti brojevnu pravu.



Vidimo da je broj 56 dalji od nule nego broj 48.

Znači, broj 56 je veći od 48. Zapisujemo  $56 > 48$ .

Ili možemo da kažemo da je 48 manji od 56 i da zapišemo  $48 < 56$ .

**1.** Uporedi broeve:

- a) 1811 i 2211      b) 99964 i 99899      c) 72001 i 69999

**Primjer 2.** Dati su brojevi 245 i 247.

a) Zapiši prirodne brojeve veće od 245.

Brojevi veći od 245 je skup  $\{246, 247, 248, 249, 250, 251, \dots\}$

Skup brojeva većih od 245 je beskonačan skup.

b) Zapiši prirodne brojeve manje od 247.

Brojevi manji od broja 247 je skup brojeva  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 245, 246\}$ .

Skup brojeva manjih od 247 je konačni skup.

c) Koji je prirodni broj između prirodnih brojeva 245 i 247?

Između brojeva 245 i 247 je broj 246.

**2.** Zapiši skup prirodnih brojeva većih od brojeva:

- a) 1246826      b) 529943      c) 82264

**3.** Zapiši skup prirodnih brojeva manjih od brojeva:

- a) 386249      b) 94568      c) 24268

**Da bi se podredilo više brojeva** prvo treba da se uporede, a zatim da se zapišu po veličini, počevši od najmanjeg ili od najvećeg broja u nizu.

**Primjer 3.** Poređaj brojeve 567, 89, 1009, 2345, 2901, počevši od:

- a) najmanjeg broja                  b) najvećeg broja

Prvo upoređujemo brojeve i dobijamo da je broj 89 najmanji, a broj 2 901 najveći.

Za druge brojeve važi:  $567 > 89$ ,  $2345 > 1009$ ,  $1009 > 567$ .

- a) Brojevi poređani od najmanjeg su: 89, 567, 1009, 2345, 2901.  
 b) Brojevi poređani od najvećeg su: 2 901, 2 345, 1 009, 567, 89.

**4.** Poređaj po veličini brojeve: 49, 118, 96, 348, 609599, 718, 28 i 29, počevši od:

- a) najmanjeg broja                  b) najvećeg broja.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Nacrtaj duž dugu 10 centimetra. Krajnje tačke obilježi sa 0 i 10000.

Produži je sa desne strane i stavi strelicu.



Procijeni položaj datih brojeva. Zatim, svaki broj označi na osi strelicom i odgovarajućim slovom: 6000 označi sa A , 3500 označi sa B, 9050 označi sa C.

- 2.** Zapiši tabelarno skup brojeva koji su veći od 4 740, manji od 5 160 i na mjestu jedinica imaju 5. Koliko elemenata ima taj skup?
- 3.** Zapiši Venovim dijagramom skup M čiji su elementi dvocifreni brojevi zapisani ciframa 0, 1, 3, 5 i veći su od 30. Koliko elemenata ima skup M?
- 4.** Zapiši tabelarno skup E čiji su elementi trocifreni brojevi napisani jednakim ciframa. Koliko elemenata ima skup E?

**5.** Poređaj brojeve od najmanjeg do najvećeg.

- a) 54754, 55475, 55547, 54775, 55447                  b) 45054, 45540, 45504, 45045, 45500  
 c) 456065, 450566, 455656, 456565, 450666

Iskoristi bilo koje od brojeva pod c) da bi dopunio nejednačine: ? < ?, ? > ?

**6.** Za svaku nejednačinu izaberi po jedan od datih brojeva i dopuni da bi bilo tačno.

35055, 35550, 35050, 35005, 35500, 35505

- a) ? > 35055                  b) 35500 >?      c) ? < 35505

\*7. Data je brojna nejednačina:  $? - 1300 > 6500$ .

Koji od ovih brojeva može da stoji na mjestu upitnika da bi nejednačina bila tačna?

4000 5000 6000 7000 8000 9000

\*8. Koje cifre mogu da se zapišu umjesto y da bi bila tačna nejednačina  $3y5 > 355$ . Zapiši na tabelaran i na opisan način skup K čiji su elementi cifre za y.

## ZAOKRUŽIVANJE PRIRODNIH BROJEVA

### Uvodna aktivnost

U jednoj osnovnoj školi ima 284 učenika. U toj školi ima 9 razreda.

Bez računanja, odredi približno po koliko učenika ima u svakom razredu?

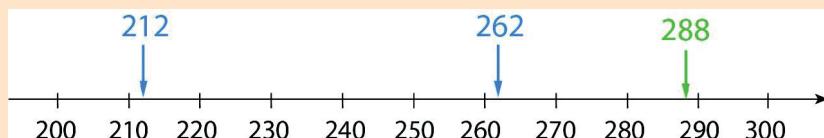
Objasni drugu kako je dobio odgovor?

Šta znači približna vrijednost nekog broja?

Približna vrijednost jednog broja je broj koji se dobija **zaokruživanjem** najbližem broju datog broja.

Pri procjenjivanju broja koji je rezultat u nekoj aritmetičkoj operaciji, taj broj mijenjamo drugim brojem koji se naziva **približna vrijednost** tog broja.

**Primjer 1.** Koristeći brojevnu pravu, zaokruži brojeve 212, 267, 262, 245 i 288 na najbližu deseticu i stotinu.



Određujemo mjesto svakog broja na brojevnoj pravi.

Broj 212

je bliži broju 210 nego broju 220 pa će zaokružen na najbližu deseticu biti 210.

je bliži broju 200 nego broju 300 pa će zaokružen na najbližu stotinu biti 200.

Broj 262	je bliži broju 260 nego broju 270 pa će zaokružen na najbližu deseticu biti 260.
	je bliži broju 300 nego broju 200 pa će zaokružen na najbližu stotinu biti 300.
Broj 288	je bliži broju 290 nego broju 280 pa će zaokružen na najbližu deseticu biti 290.
	je bliži broju 300 nego broju 200 pa će zaokružen na najbližu stotinu biti 300.

1. Precrtaj u svesci datu brojevnu pravu. Brojeve 2 125, 4 529, 6 630 i 8 825 predstavi na brojevnoj pravi, a zatim brojeve zaokruži na:

  - a) najbližu deseticu
  - b) najbližu stotinu
  - c) najbližu hiljadu



Postoje pravila sa kojima možemo da zaokružujemo brojeve bez korišćenja brojevne prave.

Kada **zaokružujemo na desetice**, gledamo cifru jedinica:



- \* ako je ona 5, ili veća od 5 onda je povećavamo za 1 cifru desetica, a umjesto jedinica pišemo 0.
  - \* ako je ona manja od 5, onda cifra desetica ostaje ista, a umjesto jedinica pišemo 0.

Kada zaokružujemo na stotine, gledamo cifru desetica:



- \* ako je ona 5 ili veća od 5, onda je povećavamo za 1 cifru stotina, a umjesto desetica pišemo 0.
  - \* ako je ona manja od 5, onda cifra stotina ostaje ista, a umjesto desetica pišemo 0.



Kada **zaokružujemo na hiljade**, gledamo cifru stotina:

- \* ako je ona 5 ili veća od 5, onda je mijenjamo za 1 cifru hiljada, a umjesto stotina pišemo 0.
- \* ako je ona manja od 5, onda cifra hiljada ostaje ista, a umjesto stotina pišemo 0.

**Primjer 2.** Zaokruži brojeve 2 317 i 3 682 na najbližu deseticu.

Zapisaćemo brojeve pomoću tabele mjesnih vrijednosti.

H	S	D	J		H	S	D	J
2	3	1	7		3	6	8	2

Zaokružujemo na najbližu deseticu, pa ćemo razgledati cifre desno od cifre desetica.

2    3    1    7		3    6    8    2
7 > 5		2 < 5
cifra desetica se povećava za 1, a kod jedinica zapisujemo 0		cifra desetica ostaje ista, a kod jedinica zapisujemo 0
zaokružujemo na veći broj		zaokružujemo na manji broj
zaokruženi broj je 2 320		zaokruženi broj je 3 680

Pravila zaokruživanja:

1) Uvijek gledamo cifru desno od cifre koju zaokružujemo.

- \* Ako je cifra desno 5, 6, 7, 8 ili 9, onda zaokružujemo sa viškom – zaokružujemo na veći broj.
- \* Ako je cifra desno 1, 2, 3 ili 4, onda zaokružujemo sa manjom – zaokružujemo na manji broj.

- 3) Druge cifre desno od cifre koju zaokružujemo dobijaju vrijednost 0.
- 4) Druge cifre lijevo od cifre koju zaokružujemo ostaju iste.
- 5) Ako je neka od cifara koju zaokružujemo 9, onda se na njeno mjesto zapisuje 0, a cifra lijevo od nje se povećava za 1 (slično kao kod sabiranja sa prelazom).

- 2.** Zaokruži brojeve 38 547, 56 494, 7 329, 565 828
- a) na najbližu deseticu      b) na najbližu stotinu      c) na najbližu hiljadu.
- 3.** Iskoristi zaokruživanje da bi brzo izračunao rezultate.
- a)  $437 + 54$       b)  $29 \cdot 31$       c)  $325 : 9$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** Zaokruži brojeve na najbližu stotinu.

a) 45678    b) 24055    c) 50 505

- 2.** Zaokruži brojeve na najbližu hiljadu.

a) 147950    b) 65507    c) 157846

- 3.** Precrtaj tabelu u svesku i dopuni je.

broj	zaokružen na najbližu deseticu	zaokružen na najbližu stotinu	zaokružen na najbližu hiljadu
3589	3590		
13528		13500	
560749			561000

- 4.** Na tabeli su prikazane visine planinskih vrhova na pet različitih kontinenata.

planinski vrh	kontinent	visina (u metrima)
Kilimandžaro	Afrika	5895
Everest	Azija	8848
Koščuško	Australija	2228
Makinli	Sjeverna Amerika	6194
Akonkagva	Južna Amerika	6961

**a)** Poređaj visine, počevši od najmanje.

**b)** Zaokruži svaku od visina na najbližih sto metara.

**5.** Na tabeli su date dužine nekih rijeka u Makedoniji.

rijeka	dužina (u km)
Pčinja	113
Vardar	354
Bregalnica	346
Crna Rijeka	297
Treska	215

Zapiši svaku dužinu:

- a) zaokruženu na najbližih 10 km,
- b) zaokruženu na najblžih 100 km,
- c) Ima još jedna rijeka koja nije u ovoj listi. Njeni dužini je 200 km zaokružena na najbližih 100 km i 150 km zaokružena na najblžih 10 km. Koliko bi mogla da bude prava dužina ove rijeke?

**\*6.** Na jednoj planini je posađeno 4 529 drveća. Planirano je da se zasadi još 6 381 drvo. Koliki je približni broj drveća koji će biti zasađeni na planini bez pisanja, a zatim izračunaj pisanjem.

**\*7.** Cifre jednog broja su 4, 8 i 7.

a) Kada broj zaokružimo na najbližu deseticu zaokružuje se na 750. Odredi tačni broj zapisan datim ciframa.

b) Kada broj zaokružimo na najbližu stotinu zaokružuje se na 800. Odredi najveći broj zapisan sa datim ciframa.

**\*8.** Nikola je zaokružio jedan broj na najbližu hiljadu i dobio broj 88 000. Odredi najmanji broj koji može da se zaokruži na dati broj.

# NIZE PRIRODNIH BROJEVA

## Uvodna aktivnost

Koristeći date informacije, odredi šesti broj u ovom nizu: 9, ?, ?, ?, ?, ?, ?

- 1) Četvrti broj niza je jednak  $3 \cdot 10$ .
- 2) Drugi broj je jednak  $10 + 6$ .
- 3) Treći broj je na sredini između drugog i četvrtog broja.
- 4) Peti broj je za sedam veći od četvrtog broja.

Objasni kako dobijaš šesti broj u nizu.

Brojevi, oblici ili predmeti poređani prema nekom pravilu formiraju **niz**.

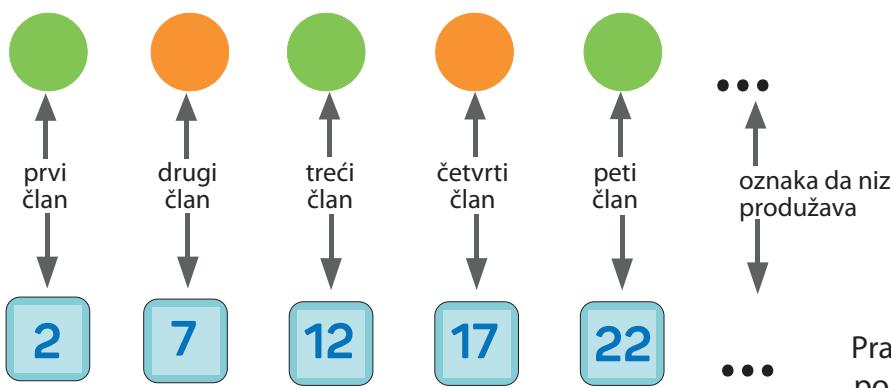
niz brojeva		pravilo: „dodaj 3“
-------------	---	--------------------

niz oblika		pravilo: „Zeleni mali kvadrat, ljubičasti veći kvadrat, žuti najveći kvadrat“
------------	--	---

niz slike		pravilo: „2 planete Zemlje, 2 mjeseca“
-----------	---	--

Brojeve, oblike i predmete u jednom nizu nazivamo **članovima niza**.

Brojanje članova je sa lijeva na desno.



Pravilo sljedećeg člana pokazuje na koji način se dobija svaki sljedeći član niza.

Prirodne brojeve možemo da poređamo u jedan beskonačan niz, koji se zove **niz prirodnih brojeva**.

To je niz: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

Niz počinje od broja 1 i koristi se pravilo „dodaj 1 prethodnom broju”.

**Primjer 1.** U nizovima zapiši pravilo i dopiši 3 člana u svakom nizu.

- a) 22, 27, 32, 37, 42, 47, ...      b) 78, 75, 72, 69, 66, ...

a) U ovom nizu se članovi dobijaju kada se prethodni član poveća za 5, znači pravilo niza je „dodaj 5”.

Niz dopunjeno sa još tri člana je: 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, 62, ...

b) U ovom nizu se članovi dobijaju kada se prethodni član umanji za 3, znači pravilo niza je „oduzmi 3”.

Niz dopunjeno sa još tri člana je: 78, 75, 72, 69, 66, 63, 60, 57, ...

**1.** Dopuni nizove članovima koji nedostaju. Odredi pravilo kod svakog niza.

- a) 98, 107, ?, 125, 134, ?, ?      b) ?, ?, ?, 43, 32, 21, ?

**2.** Dopuni članove koji nedostaju u sljedećem nizu: ?, ?, 49, 53, ?, 61, ?, ? Koje je pravilo datog niza?

**Primjer 2.** Dat je niz 35, 45, 55, 65, ...

Odredi : a) osmi član u nizu      b) trideseti član u nizu

a) Pravilo za dobijanje sljedećeg člana u nizu je „dodaj 10”.

Da bi odredili osmi član u nizu treba da napišemo svih sedam prethodnih članova u nizu.

\*Ali, možemo i na drugi način da odredimo član koji se traži.

Da nađemo pravilo između rednog broja člana ( $n$ ) u nizu i vrijednost člana u tom nizu.



Pravilo između rednog broja člana ( $n$ ) u nizu i vrijednost člana naziva se **pravilo opštег člana niza**.

Redne brojeve i ( $n$ ) i vrijednosti članova zapisaćemo u tabelu.

redni broj člana ( $n$ )	1	2	3	4
vrijednosti člana	35	45	55	65
$10 \cdot n$	10	20	30	40

Pravilo za sljedeći član je „+10“.

Zapisujemo redne brojeve pomnožene sa 10 ( $10n$ ).

Pronalazimo pravilo za dobijanje brojeva  $10n$  i vrijednosti članova niza, a to „+25“.

pravilo za opšti član je  $10n + 25$

Osmi član niza je:  $10 \cdot 8 + 25 = 80 + 25 = 105$

b) Trideseti član niza je:  $10 \cdot 30 + 25 = 300 + 25 = 325$

3. Nizu 120, 140, 160, 180, 200, ... odredi :

- a) desetog člana                  b) pedesetog člana

4. Nizu 4150, 4300, 4450, 4600, ... odredi :

- a) osmog člana                  b) petnaestog člana

5. Dat je niz: 8, 16, 24, 32, 40 ... Da li će broj 88 biti član ovog niza? Obrazloži odgovor.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Jedan niz počinje brojem 200 i svaki sljedeći član se dobija oduzimanjem broja 30. Koja su prva dva broja manja od nule u ovom nizu?
2. Ivana sastavlja niz od pet broja. Prvi broj je 2. Poslednji broj je 14. Njeno pravilo je „dodaj isti broj svakog sljedećeg puta“. Koji su brojevi koji nedostaju u nizu?
3. Napiši sljedeća pet člana u svakom od datih nizova.
  - prvi član je 3, pravilo „dodaj 4“
  - prvi član je 60, pravilo „oduzmi 9“
  - prvi član je 2, pravilo „pomnoži sa 2“
  - prvi član je 128, pravilo „podijeli sa 2“

\*4. Dati su prvi član i pravila niza. Zapiši sljedeća četiri člana u nizovima.

- a) prvi član 8, pravilo „pomnoži sa 2 i dodaj 1“
- b) prvi član 4, pravilo „oduzmi 1, zatim pomnoži sa 2“
- c) prvi član 400, pravilo „prepolovi član“

\*5. Nizu 12, 23, 34, 45, 56, ... odredi: a) dvadesetog člana b) stotog člana

\*6. Nizu 7, 37, 67, 97, 127, ... odredi : a) desetog člana b) petnaestog člana

## PISANJE BROJEVA RIMSKIM CIFRAMA

### Uvodna aktivnost

1. Pročitaj sljedeće tekstove.

#### Kineski zid

Se nalazi u Kini i sastavljen je od više povezanih zidova koji su se dograđivali u toku historije. Prvi zid je izgrađen u VII vijeku p.n.e., a dograđivao se sve do XVII vijeka n.e.

#### Stobi

Stobi se nalazi u blizini Gradskog i mjesa gdje se rijeka Crna uliva u Vardar. To je antički grad koji je zauzeo dosta značajnu strategijsku, ratnu i trgovačku poziciju u sjevernom dijelu rimske provincije. Iskopine grada daju podatke da je grad postajao u metalnom dobu, oko II i III vijeka p.n.e. U gradu, osim drugih građevina, postojalo je i pozorište koje je služilo za održavanje predstava, ali su se u njemu izvodile i sportske igre.

2. Kako se čitaju brojevi VII, XVII, II i III?

3. Kako imenujete brojeve u petom razredu iz predmeta društvo i historija?

**Rimske cifre** su znaci koje su koristili stari Rimljani za pisanje prirodnih brojeva.

Osnovni znaci za zapisivanje brojeva prema rimskom sistemu bilježenja su velika latinična slova koja imaju brojnu vrijednost. Svi brojevi se zapisuju uz pomoć ovih 7 znakova.



Brojevi do 10 zapisani sa rimskim ciframa su:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**Primjer 1.** U tabeli su dati brojevi od 11 do 20 zapisani rimskim ciframa.

Razmisli i objasni prema kom pravilu se zapisuje svaki broj dekadnog u rimski brojni sistem.

<b>arapski</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>rimski</b>	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

Pri zapisivanju rimskih brojeva mogu da se ponove najviše tri cifre (na primjer III, VIII).



Ako je rimska cifra sa manjom vrijednošću napisana sa **lijeve strane** znaku cifre sa većom vrijednošću, u tom slučaju se njena vrijednost **oduzima** od vrijednosti cifre sa većom vrijednošću.

Na primjer:

$$\begin{aligned} 4 &= \text{IV} (\text{V} - \text{I} = 5 - 1) \\ 9 &= \text{IX} (\text{X} - \text{I} = 10 - 1) \end{aligned}$$



Ako je rimska cifra sa manjom vrijednošću napisana sa **desne strane** znaku cifre sa većom vrijednošću, u tom slučaju se njena vrijednost **sabira** od vrijednosti cifre sa većom vrijednošću.

Na primjer:

$$\begin{aligned} 8 &= \text{VIII} (\text{V} + \text{III} = 5 + 3) \\ 18 &= \text{XVIII} (\text{X} + \text{VIII} = 10 + 8) \end{aligned}$$

1. Zapiši rimskim ciframa brojeve:

- a) 101      b) 199      c) 400      č) 706      ċ) 1974      d) 2015

**Primjer 2.** Zapiši arapskim ciframa brojeve date rimskim ciframa:

- a) IL    b) LII    c) LIX    č) CIV

a)  $IL = 49$     I ima vrijednost 1 i na lijevoj je strani cifre L, koja ima vrijednost 50.  
Oduzimamo  $50 - 1 = 49$ .

b)  $LII = 52$     II ima vrijednost 2 i na desnoj je strani cifre L, koja ima vrijednost 50.  
Sabiramo  $50 + 2 = 52$ .

c)  $LIX = 59$     IX ima vrijednost 9 i na desnoj je strani cifre L, koja ima vrijednost 50.  
Sabiramo  $50 + 9 = 59$ .

č)  $CIV = 104$     IV ima vrijednost 4 i na desnoj je strani cifre S, koja ima vrijednost 100.  
Sabiramo  $100 + 4 = 104$ .

2. Zapiši arapskim ciframa brojeve:

- |               |             |              |            |
|---------------|-------------|--------------|------------|
| a) DCCCXXXVII | b) MDXCIV   | c) MCMXXXVII | č) MCMVIII |
| ć) DCCVII     | d) MCMLXXIV | dž) MMXV     |            |

3. Istraži gdje se koriste rimske cifre.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Napiši rimskim ciframa brojeve:

- a) 6    b) 12    c) 25    č) 179    č) 646    d) 1566    dž) 3241

1. Napiši arapskim ciframa brojeve:

- a) IV    b) XVIII    c) XXXVII    č) XLIX    č) LXXVIII    d) DLXIII    dž) CCC

2. Napiši sljedeće brojeve arapskim i rimskim ciframa:

- a) devedeset i pet  
b) dvesta trideset i četiri  
c) hiljadu šesto šezdeset i šest

3. 4. Dati su izrazi zapisani rimskim brojevima. Premjesti samo jednu šibicu da bi izrazi bili tačni .

a)

$$\begin{array}{r} \text{I} \text{V} \\ + \text{V} \\ \hline \text{X} \end{array}$$

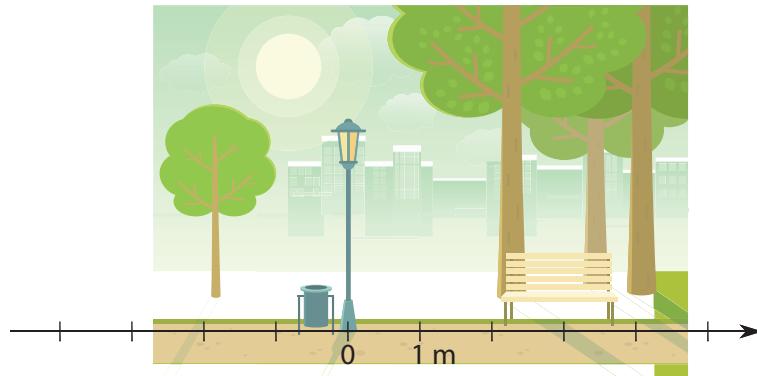
b)

$$\begin{array}{r} \text{X} \text{I} \\ + \text{V} \\ \hline \text{V} \end{array}$$

## SKUP CIJELIH BRJOEVA

### Uvodna aktivnost

Na rastojanju od 2 metra od uličnih sijalica treba da se postavi klupa.



1. Da li znaš gdje da postaviš tačno klupu?
2. Da li si uvidio da klupa može da se postavi lijevo ili desno od sijalice, a da bude na rastojanju 2m od nje?

Da bi odgovor bio jasan, treba da znamo sa koje strane ulične sijalice treba postaviti klupu. Jedan od odgovora je da će klupa biti postavljena 2 m lijevo od ulične sijalice. Drugi odgovor je da će klupa biti postavljena 2 m desno od ulične sijalice.

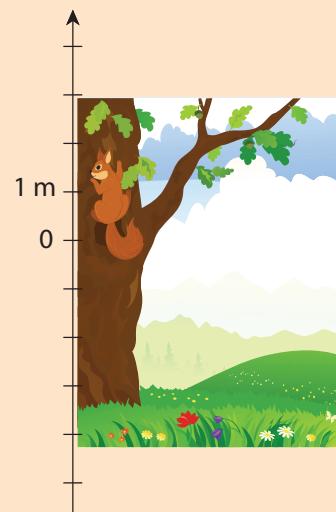
Ako uličnu sijalicu zamislimo da odgovara broju 0 na brojevnoj pravi, onda je lijevo od nje negativni smjer, a desno od nje je pozitivni smjer.

**Primjer 1.** Vjeverica je izašla iz svog doma i počela da se šeta gore – dole po stablu drveta.

1. Gdje se nalazi vjeverica, ako se udaljila 3 m od svog doma?
2. Koliko odgovora možeš da daš za pitanje 1?

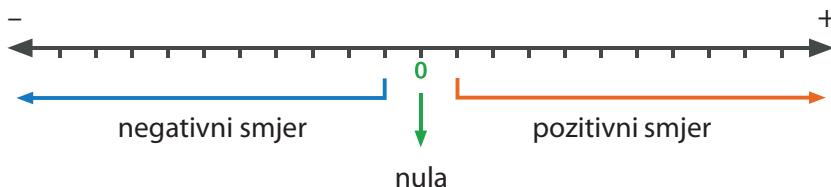
Da bi odredili gdje je vjeverica u odnosu na njen dom treba da znamo da li se ona kretala gore ili dole u odnosu na dom.

Ako zamislimo da dom vjeverice odgovara broju 0 na brojevnoj pravi, onda je prema gore pozitivni, a prema dole negativni smjer.



Pozitivni smjer je nadesno i nagore i označava se sa „+“.

Negativni smjer je nalijevo i nadole i označava se sa „–“.



**3.** Nacrtaj horizontalnu pravu i na njoj obilježi tačku O.

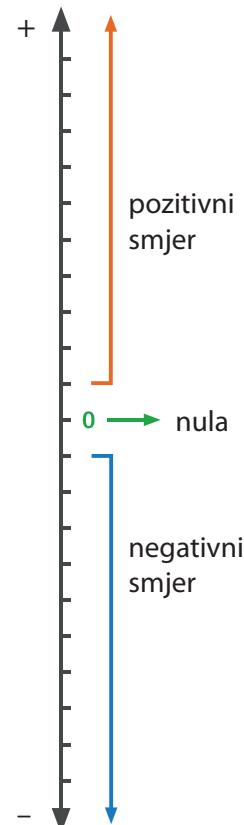
Zatim, na pravi označi tačke M, N i P, tako da je:

- tačka M lijevo od O na 4 cm
- tačka N je desno od O na 5 cm
- tačka P je lijevo od tačke O na 6 cm

**4.** Nacrtaj vertikalnu pravu i na njoj obilježi tačku O.

Zatim, na pravi označi tačke S i L, tako da:

- je tačka S gore od O na 3 cm
- je tačka L dole od O na 1 cm



**Primjer 2.** Temperatura vazduha u ponedeljak je bila  $11^{\circ}\text{C}$ , a u utorak  $6^{\circ}\text{C}$ . U toku noći temperatura se smanjila za  $9^{\circ}\text{C}$ . Koliko je bila temperatura preko noći?

ponedeljak:

Na termometru označavamo temperaturu  $11^{\circ}\text{C}$ .

Umanjila se za  $9^{\circ}\text{C}$  preko noći i biće  $2^{\circ}\text{C}$  iznad nule.

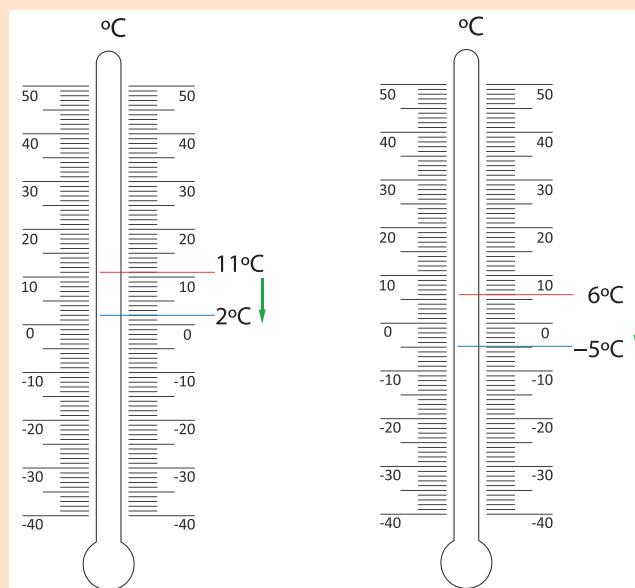
Zapisujemo  $+2^{\circ}\text{C}$ .

utorak:

Na termometru označavamo temperaturu  $6^{\circ}\text{C}$ .

Umanjila se za za  $9^{\circ}\text{C}$  preko noći i biće  $5^{\circ}\text{C}$  ispod nule.

Zapisujemo  $-5^{\circ}\text{C}$ .



Temperature koje su „iznad nule” označene su pozitivnim brojevima.

Na primjer:  $+2, +4, +9, +10$ .

Temperature koje su „ispod nule” označene su negativnim brojevima.

Na primjer:  $-3, -5, -7, -9$ .

Prirodni brojevi  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$  su pozitivni cijeli brojevi i njih zapisujemo kada ispred broja stavimo znak „ $+$ ”, ali možemo da ih zapisujemo i bez tog znaka.



Skup pozitivnih cijelih brojeva  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$  označava se sa  $Z^+$ .



Skup negativnih cijelih brojeva  $\{\dots -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$  označava se sa  $Z^-$ .

Broj 0 nije ni pozitivni ni negativni cijeli broj. Zapis  $+0$  i  $-0$  označava isti broj, broj 0.

Skup pozitivnih cijelih brojeva, nule i negativnih cijelih brojeva zove se **skup cijelih brojeva**. Oznaka za skup cijelih brojeva je  $Z$ .

Skup cijelih brojeva tabelarno zapisujemo

$$Z = \{\dots -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

5. Koje su od sljedećih tvrdnji tačne, a koje su netačne?

- |               |                |                  |                          |
|---------------|----------------|------------------|--------------------------|
| a) $84 \in N$ | b) $-4 \in Z$  | c) $0 \in N$     | č) $\frac{1}{5} \in Z$   |
| ć) $-7 \in N$ | d) $0 \in N_0$ | đ) $-12 \in Z^-$ | đ) $\frac{1}{4} \in Z^-$ |

**Primjer 3.** Napiši svaku tvrdnjtu cijelim brojem.

- a) Jovan je izvadio 1000 denara sa svog računa.

Zato što je Jovan izvadio novac sa računa, broj će biti  $-1000$ .

- b) U svoju kolekciju sličica Hana je dodala još 12 sličica.

Zato što je Hana dodala sličice, broj će biti  $+12$ .

- c) Lejla je imala 3 bojice i sve je izgubila.

Lejla je izgubila bojice, znači broj je  $-3$ .

- č) Nenadov otac je dobio kaznu od 300 denara jer nije platio račun na vrijeme.

Zato što se plaća kazna broj će biti  $-300$ .

**5.** Napiši svaki iskaz cijelim brojem.

- a) Račun za struju se povećao za 2 200 denara.
- b) Ada je izgubila 15 poena na testu iz matematike.
- c) Prilikom transporta polomilo se 45 flaša soka.
- č) Temperatura je pala za 13 Celzijusovih stepeni.

## UZAJAMNI ODNOS IZMEĐU SKUPOVA PRIRODNIH I CIJELIH BROJAVA

**Primjer 4.** Kakav je uzajamni odnos skupova  $N$  i  $Z^+$ ?

Kakav je uzajamni odnos skupova  $N$  i  $Z^+$ ?

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\} \quad Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

Skupovi  $N$  i  $Z^+$  su jednaki, odnosno  $N = Z^+$ .



Primjećujemo da su elementi  $N$  i elementi  $Z^+$  i obratno, elementi  $Z^+$  su i elementi  $N$ .

**6.** Precrtaj tabelu u svesku i popuni prazna mjesta u tabeli.

Skupovi	Tabelarno predstavljanje skupova	Uzajamni odnos skupova
$N \cup Z^+$	$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$	
$Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$		
$N_0 \cup Z^+$		$N \subseteq Z^+ \text{ i } Z^+ \subseteq N, Z^+ = N$
$Z^+ \cup Z^-$		
$Z^- \cup Z$		
$Z \cup Z^+$		
$N \cup Z$		

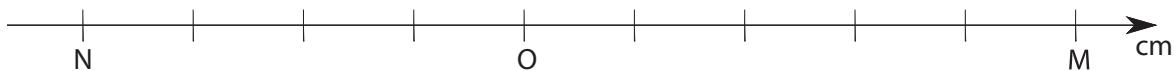
**7.** Odredi koje su od sledećih tvrdnji tačne.      a)  $-4 \in Z^+$       b)  $0 \in Z$       c)  $N \subset Z$   
č) Skupovi prirodnih i cijelih brojeva nemaju zajedničke elemente.

**8.** Koje su od sljedećih tvrdnji tačne, a koje netačne. Objasni.

- a) Zajednički elemenat  $Z^+$  i  $Z^-$  je nula.
- b) Skup prirodnih brojeva je jednak skupu cijelih pozitivnih brojeva.
- c) Skup negativnih cijelih brojeva i nule je jednak skupu cijelih brojeva.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Na pravi izmjeri rastojanje centimetrima od tačke O do tačke M i N. Gdje se nalazi svaka od tački M i N u odnosu na tačku O?



2. Nacrtaj vertikalnu pravu i na njoj obilježi tačku O. Zatim na nuli označi tačke A, B i C ako je poznato da:

- a) je tačka A gore u odnosu na tačku O na rastojanju od 4 cm.
- b) je tačka B dole u odnosu na tačku O na rastojanju od 3 cm.
- c) tačka C je gore u odnosu na tačku O na 6 cm.

3. Odredi koje su od sljedećih tvrdnji tačne:

- a)  $-7 \in \mathbb{Z}^-$
- b)  $0 \in \mathbb{Z}^+$
- c)  $5 \in \mathbb{Z}$
- č)  $\frac{1}{4} \in \mathbb{Z}$

4. Da li su tačne tvrdnje? Objasni tvoj odgovor.

- a) Svaki prirodni broj je cio broj.
- b) Svaki cijeli broj je prirodni broj.
- c) Neki cijeli brojevi su prirodni brojevi.

5. Od skupa  $M = \{-7, 9, 1, 0, -4, 5, -2\}$  napiši pravi podskup:

- a) negativnih cijelih brojeva
- b) prirodnih brojeva

6. Objasni tvoj odgovor.

- a) Da li može jedan cijeli broj da bude istovremeno i pozitivan i negativan?
- b) A ni pozitivan, ni negativan?

7. Neka  $P = \{-4, -1, 0, 4, +5, 10\}$ . Napiši tabelarno skupove:

- a)  $C = \{x \mid x \in P \text{ i } x \in \mathbb{N}\}$
- b)  $D = \{x \mid x \in P \text{ i } x \in \mathbb{Z}\}$
- c)  $K = \{x \mid x \in P \text{ i } x \in \mathbb{Z}^+\}$
- č)  $S = \{x \mid x \in P \text{ i } x \in \mathbb{Z}^-\}$

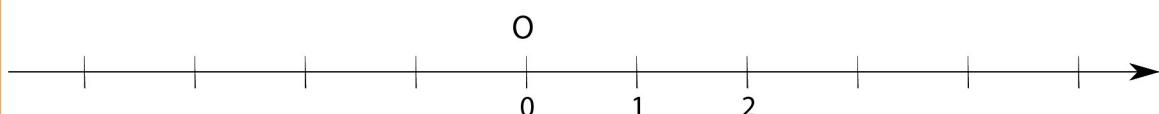
Objasni vezu zmeđu skupova P, C, D, K i S.

## CIJELI BROJEVI NA BROJEVNOJ PRAVI

### Uvodna aktivnost

Precrtaj brojevnu pravu u svesci. Na pravoj:

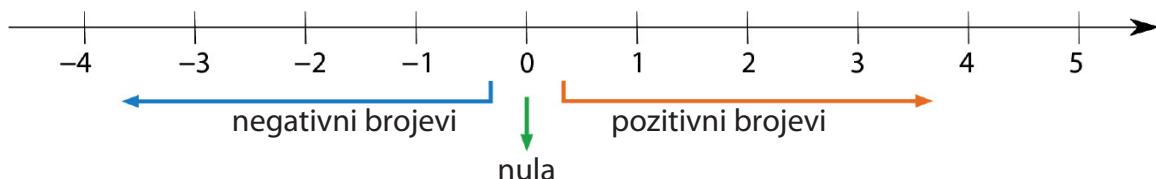
- Označi tačku M koja je za 4 mjerne jedinice desno od nule.
- Označi tačku N koja je za 3 mjerne jedinice lijevo od nule.
- Označi tačku S koja je za 2 mjerne jedinice desno od nule.



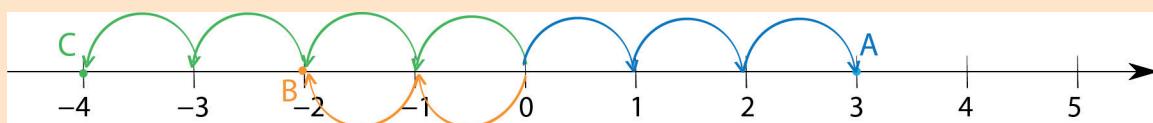
Kakve će biti koordinante tačaka lijevo od nule?

Za određivanje položaja date tačke u odnosu na tačku O nije dovoljno da se zna samo njeno rastojanje od tačke O. Potrebno je da se zna i na koju stranu tačke O se nalazi tačka.

Na brojevnoj pravi desno od nule predstavljamo pozitivne brojeve, a lijevo od nule predstavljamo negativne brojeve.



**Primjer 1.** Predstavi na brojevnoj pravi tačke: A(3), B(-2) i C(-4).



Prilikom predstavljanja brojeva na brojevnoj pravi uvjet počinjemo da brojimo od nule: na desno za pozitivne brojeve, na lijevo za negativne brojeve.

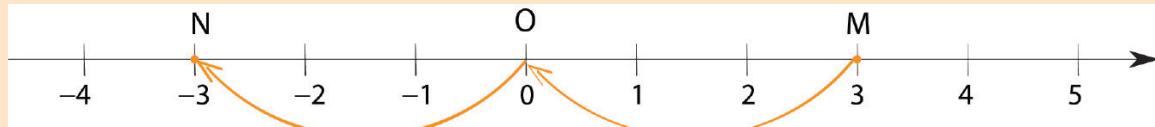


Broj  $x$  koji odgovara jednoj tački A na brojevnoj pravi naziva se koordinanta te tačke i označava se  $A(x)$ .

Zato, brojevnu pravu još zovemo koordinantna osa, a tačka O je koordinantni početak.



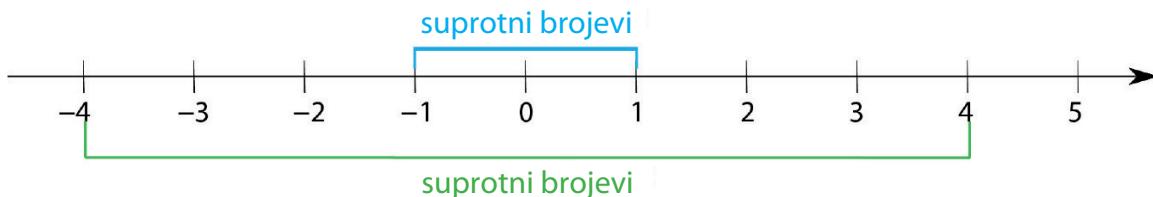
**Primjer 2.** Date su tačke M (+3) i N (-3) na brojevnoj pravi. Kakva su rastojanja tačaka M i N u odnosu na koordinantni početak O?



Tačke su udaljene po 3 mjerne jedinice od nule.

One su podjednako udaljene od nule, ali u različitim smjerovima.

Brojevi koji su na jednakom rastojanju, ali na različitim smjerovima u odnosu na nulu na brojevnoj pravi se nazivaju **suprotni brojevi**.



Brojevi +3 i -3 u primjeru 2 se zovu suprotni brojevi.

Broj +3 je suprotan broj broja -3, a -3 je suprotan broj broju 3.

Prema tome, brojevi -3 i 3 su par suprotnih brojeva.



Suprotni brojevi se zove svaki par brojeva, koji su na brojevnoj pravi predstavljeni tačkama koje su simetrične u odnosu na nulu.

Suprotan broj bilo kog broja a označavamo sa  $-a$ .

- Koliko surotnih brojeva ima svaki broj?  
Koji je suprotan broj nuli?

Nula nema suprotan broj.



**Primjer 3.**

- a) Ako je  $a = -9$ , koliko je onda  $-a$ ?

Zapis  $-(-9)$  označava broj koji je suprotan broju  $-9$ . Zato što je suprotan broj broju  $-9$  je  $+9$ , zato je  $-(-9) = 9$ .

- b) Ako je  $a = +11$ , koliko je onda  $-a$ ?

Zapis  $-(+11)$  označava broj koji je suprotan broju  $+11$ . Zato što suprotan broj broju  $+11$  je broj  $-11$ , zato je  $-(+11) = -11$ .

- 2.** Odredi broj  $-a$  za svaki  $a \in \{-2, 0, +7, -11, -16, +8\}$ .

- 3.** Prepiši j i dopuni tabelu.

x	14	-8		80		-120
$-x$			22		-65	



Za svaki broj  $a$

$$-(-a) = +a$$

$$-(+a) = -a$$

$$+(-a) = -a$$

**ZADACI ZA VJEŽBANJE**

- 1.** Na brojevnoj pravi predstavi tačke A(2), B(-3), C(6), D(-2), M(-7), N(8).

- 2.** Na brojevnoj pravi predstavi tražene tačke.

- a) tačka S koja je 5 mjernih jedinica desno od  $(-3)$
- b) tačka M koja je 4 mjernih jedinica lijevo od  $8$
- c) tačka L koja je 2 mjernih jedinica desno od  $-6$
- d) tačka K koja je 6 mjernih jedinica desno od  $-11$



Na brojevnoj pravi odredi odgovarajuću veličinu duži.

- 3.** Predstavi na brojevnoj pravi date brojeve.

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| a) 4500, 4800, $-4200$ , $-3900$         | b) $-2050$ , $-2000$ , 2100, 2500 |
| c) $-8250$ , $-8000$ , $-7500$ , $-7750$ | č) $-1500$ , $-500$ , 1000, 2000  |

- \*4.** Predstavi na brojevnoj pravi, suprotne brojeve datih.

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| a) 520, 480, $-100$ , $-120$             | b) $-5500$ , $-6000$ , 3500, 3000 |
| c) $-3100$ , $-4200$ , $-2800$ , $-2100$ | č) $-900$ , $-1900$ , 2000, 2200  |

# UPOREĐIVANJE I PODREĐIVANJE CIJELIH BROJEVA

## Uvodna aktivnost

Uporedi brojeve:

- a) 4268 i 4682      b) 6210 i 1260      c) 5055 i 5505      č) 9010 i 9010

Objasni odgovore.

1. Kako upoređuješ brojeve?
2. Šta znači da se uporede dva broja?

Da se uporede dva broja znači da se odredi koji je od tih brojeva manji (ili veći) ili su ti brojevi jednaki.



Za upoređivanje brojeva koristimo znakove: <, >, =

**Primjer 1.** Uporedi brojeve: a) 25694 i 25666      b) 6541 i 9052

Od dva prirodnih broja veći je broj koji je na većem rastojanju desno od nule.



- a)  $25694 > 25666$       b)  $6541 < 9052$



Od dva pozitivna cijela broja manji je koji je bliži nuli.

**Primjer 2.** U Bitolju i u Skoplju su izmjerene temperature vazduha u 14 sati. U Bitolju je temperatura bila  $-7^{\circ}\text{C}$ , a u Skoplju je bila  $3^{\circ}\text{C}$ ?

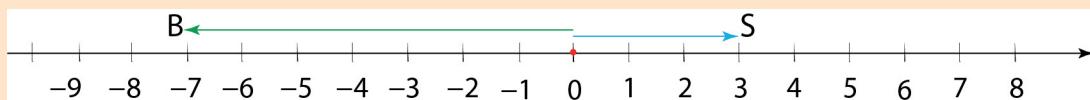
U kom gradu je hladnije?

Jedna temperatura je iznad nule, a druga je ispod nule.

Hladnije je u Bitolju, jer temperature ispod nule su manje u odnosu na temperature iznad nule.

$-7^{\circ}\text{C} < 3^{\circ}\text{C}$ , odnosno  $-7 < 3$

Da predstavimo temperature na brojevnoj pravi.



Tačka B(-7) je lijevo od tačke S(3).



Na brojevnoj pravi manji je broj koji se nalazi lijevo u odnosu na drugi broj.

Od pozitivnog i negativnog broja manji je negativni broj.

**Primjer 3.** Na Pelisteru je izmjereno  $23^{\circ}\text{C}$  ispod nule. Na Crnom Vrhu je izmjereno  $29^{\circ}\text{C}$  ispod nule. Gdje je hladnije?

Obe temperature su ispod nule.

Na Pelisteru je  $-23^{\circ}\text{C}$ , a na Crnom Vrhu je  $-29^{\circ}\text{C}$ .

Da predstavimo temperature na brojevnoj pravi.



Na brojevnoj pravi se brojevi povećavaju slijeva nadesno.

Tačka C(-29) je lijevo od tačke P(-23). Slijedi da je  $-29 < -23$ .

1. Uporedi brojeve pomoću znakova  $<$ ,  $=$ ,  $>$ .

- a)  $-3$  i  $-5$       b)  $-8$  i  $0$       c)  $-2$  i  $3$       č)  $-9$  i  $-9$

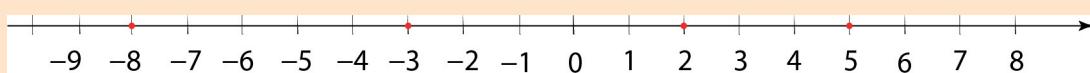
2. Zapiši jedan broj koji je između:

- a)  $-9$  i  $-5$       b)  $-8$  i  $2$       c)  $-1$  i  $+1$       č)  $-48$  i  $-59$

**Primjer 4.** Poređaj brojeve  $2$ ,  $-8$ ,  $-3$  i  $5$  redoslijedno, počevši od:

- a) najmanjeg broja      b) najvećeg broja

Predstavićemo brojeve na brojevnoj pravi:



- a) Brojevi podređeni od najmanjeg broja su:  $-8$ ,  $-3$ ,  $2$ ,  $5$

- b) Brojevi podređeni od najvećeg broja su:  $5$ ,  $2$ ,  $-3$ ,  $-8$



Kada su brojevi poređani po redoslijedu, počevši od najvećeg broja, kažemo da su podređeni u **opadajućem redoslijedu**.



Kada su brojevi poređani redoslijedno, počevši od najmanjeg broja, kažemo da su podređeni u **rastećem redoslijedu**.

**3.** Podredi brojeve prema zahtjevima.

- a)  $-7, -12, 6, 12, -1, 1$  u rastećem redoslijedu
- b)  $-17, 19, 0, 6, -1, -11$  u opadajućem redoslijedu

**4.** Ado, Sara i Nina igraju igru u kojoj pobjeđuje onaj koji je osvojio najmanje poena. U igri, je Sara osvojila 45 poena, Ado je osvojio  $-45$  poena i Nina je osvojila  $-43$  poena. Ko je pobjedio u igri?

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Uporedi brojeve pomoću znakova  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .

- a)  $-13$  i  $-25$
- b)  $-2$  i  $2$
- c)  $-50$  i  $35$
- č)  $-201$  i  $-201$

**2.** Odredi najveći broj brojeva:

- a)  $-89, 10, -66, -14$
- b)  $-93, -37, -4, -78$
- c)  $46, -29, -61, 64$

**3.** Odredi najmanji broj od brojeva:

- a)  $92, 57, -40, -32$
- b)  $-42, 20, 45, -53$
- c)  $-18, 45, -1, 23$

**4.** Podredi brojevne brojeve prema zahtjevima.

- a)  $-3, 11, 15, -7, 18, -5$  u rastećem redoslijedu
- b)  $15, -9, 4, -1, 19, 13$  u opadajućem redoslijedu
- c)  $-6, -17, 20, -16, -20$  rastećem redoslijedu
- č)  $18, -16, 15, -4, 5, 20$  u opadajućem redoslijedu

**\*5.** Drugovi Ali, Tino, Sanja i Bojana su otišli da gnjure. Ali je gnjurio na dubini od 3 metra. Tino je gnjurio na dubini od 5 metra. Sanja je gnjurila na 365 cm ispod površine vode i Bojana je gnjurila na 243 cm dubine.

a) Zapiši dubine cijelim brojevima u istoj mjernoj jedinici.

b) Ko je od drugova bio najbliži površini vode, a ko najudaljeniji?

# NIZOVI CIJELIH BROJEVA

## Uvodna aktivnost

Razgledaj nizove prirodnih brojeva i za svaki od njih dopiši još tri člana.

- a) 220, 230, 240, 250, 260, ...      b) 890, 790, 690, 590, 490, ...

1. Kako si odredio tri člana u svakom nizu?
2. Objasni pravilo kojim si izračunao nove članove u nizu?



Elementi niza su nazvani članovi tog niza.

Kod brojnih niza, članovi niza su brojevi i niz može da bude rasteći ili opadajući.



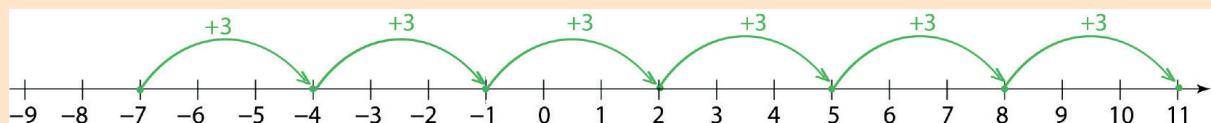
Brojevi, oblici ili predmeti podređeni prema nekom pravilu formiraju **niz**.

**Primjer 1.** Dati su nizovi. Odredi pravilo za sljedeći član i napiši sljedeća tri člana.

- a)  $-7, -4, -1, 2, \dots$       b)  $4, 2, 0, -2, \dots$

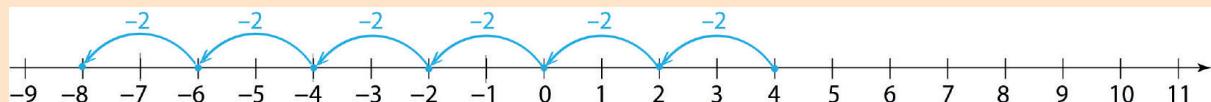
Da bi otkrili pravilo možemo da koristimo brojevnu osu.

a)



Da bi od broja  $-7$  došli do broja  $-4$  pravimo tri koraka nadesno. Brojimo korakom 3 nadesno. Istim korakom, od  $-4$  dolazimo do broja  $-1$ , zatim do  $2$ . Sljedeći broj je  $5$ , pa  $8$  i  $11$ .

b)



Da bi od broja  $4$  došli do broja  $2$  pravimo dva koraka nalijevo. Brojimo korakom 2 nalijevo. Istim korakom od  $2$  dolazimo do broja  $0$ , zatim do  $-2$ . Sljedeći broj je  $-4$ , pa  $-6$  i  $-8$ .

- 2.** Prepiši date nizove i zapiši sljedeća pet člana. Objasni pravilo za sljedeći član svakog niza. Kao pomoć, koristi brojevnu pravu.

- a)  $-1, -3, -5, -7, \dots$       b)  $5, 0, -5, -10, \dots$       c)  $11, 5, -1, -7, \dots$

**Primjer 2.** U nizovima odredi članove koji nedostaju. Objasni pravilo za sljedeći član svakog niza.

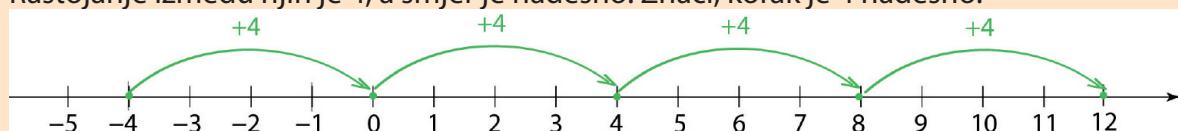
- a)  $-4, 0, ?, ?, 12, \dots$       b)  $?, -2, -5, ?, \dots$

Kao pomoć koristićemo brojevnu pravu.

Odredićemo rastojanje između dva susjedna člana ili.

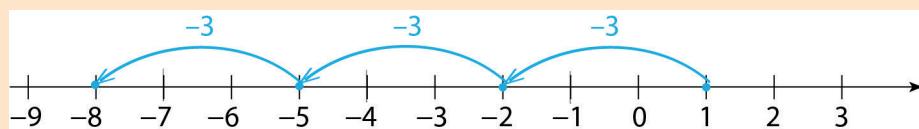
a) Susjedni članovi u nizu su  $-4$  i  $0$ .

Rastojanje između njih je  $4$ , a smjer je nadesno. Znači, korak je  $4$  nadesno.



Nepoznati članovi su  $4$  i  $8$ .

b) Susjedni članovi u nizu su  $-2$  i  $-5$ . Rastojanje između njih je  $3$ , a smjer je nalijevo. Znači, korak je  $3$  nalijevo.



Da bi dobili prvi član brojimo nalijevo korakom  $3$ , a da bi dobili četvrti član brojimo nadesno korakom  $3$ .

Nepoznati članovi su  $-8$  i  $1$ .

- 3.** U nizovima odredi članove koji nedostaju. Objasni pravilo za sljedeći korak svakog niza. Kao pomoć, koristi brojevnu pravu.

- a)  $-24, -28, ?, ?, ?, ?$       b)  $-28, ?, -22, -19, ?, ?, ?$

- 4.** Dopuni date nizove članovima koji nedostaju. Zatim, zapiši suprotne brojeve svakog člana niza i odredi u kakvom redoslijedu je novi niz: rastući ili opadajući.

- a)  $609, ?, 627, 636, ?, 654, 663, 672$

- b)  $5689, 6689, 7689, ?, ?, ?, ?, ?, ?$

- c)  $2102, 2002, 1902, 1802, ?, ?, ?, ?, ?$

- č)  $-5075, -5025, -4975, ?, ?, -4825, ?, ?, ?$



Dva člana u jednom nizu koja su jedan do drugog, su susjedni članovi tog niza.

**ZADACI ZA VJEŽBANJE**

**1.** Otkrij pravilo nizova i dopiši 3 člana u svakom nizu.

- |                                      |                                |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| a) $-11, -8, -5, -2, 0, 3, 6, \dots$ | b) $\dots, -3, -1, 1, 3, 5, 7$ |
| c) $-9, -5, -1, 3, 7, 11, \dots$     | č) $\dots, -17, -14, -11, -8$  |

**\*2.** Napiši niz od 4 broja tako što ćeš brojati koracima na brojevnoj pravi:

- |                                |                                  |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a) 2 nadesno počevši od $-1$   | b) 3 nalijevo, počevši od $28$ . |
| c) 4 nalijevo, počevši od $-8$ | č) 5 nadesno, počevši od $5$     |

**\*3.** Dati su prvi član i pravilo niza. Zapiši sljedeća šest člana niza:

- |  |
|--|
| a) prvi član $8$ , pravilo „ $3$ jedinice nalijevo i $1$ jedinica nadesno“     |
| b) prvi član $-4$ , pravilo „ $1$ jedinica nadesno i $3$ jedinice nalijevo“    |
| c) prvi član $-40$ , pravilo „ $10$ jedinica nadesno i $20$ jedinica nalijevo“ |

**\*4.** Kako se zove proces gdje voda mijenja agregatno stanje iz leda u tečnost? Da bi otkrio odgovor treba da pronađeš pravilo svakog niza i da zapišeš slovo koje odgovara tom pravilu na odgovarajućem mjestu. Kao pomoć koristi brojevnu osu.

- |                            |                             |                             |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $-8, 12, 32, 52, \dots$ | 2) $11, 5, -1, -7, \dots$   | 3) $-9, 1, 11, 21, \dots$   |
| 4) $2, 14, 26, 38, \dots$  | 5) $33, 13, -7, -27, \dots$ | 6) $2, -6, -14, -22, \dots$ |

pravilo	slovo
broj $8$ nalijevo	E
broj $10$ nadesno	P
broj $12$ nadesno	E
broj $20$ nadesno	T
broj $20$ nalijevo	Nj
broj $6$ nalijevo	O

odgovor					
1)	2)	3)	4)	5)	6)

# NIZ RAZLOMAKA

## Uvodna aktivnost

Izaberite različite početne brojeve da biste sastavili nizove u kojima se primjenjuje pravilo „dodaj 5“.

Odredite da li se može sastaviti niz u kome je pravilo „dodaj 5“ i pritom da članovi niza:

- a) budu svi sadržaoci 5
- b) budu svi sadržaoci 10
- c) budu svi neparni brojevi
- č) sadrže brojeve 24 i 39
- ć) ne budu cijeli brojevi

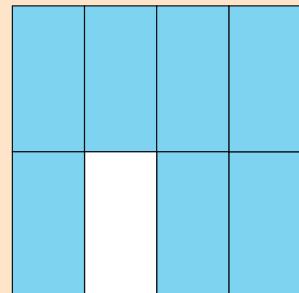
**Primjer 1.** Na koliko jednakih dijelova je podijeljen pravougaonik dat na crtežu? Koliki je obojeni dio?

Pravougaonik je podijeljen na 8 jednakih dijelova, odnosno na osam osmina  $\frac{8}{8}$ .

Obojeni dio se sastoji od 7 jednakih dijelova.

Dakle, taj dio je sedam osmina cijelog pravougaonika, koji predstavlja jednu cjelinu (jedno cijelo).

Zapisujemo  $\frac{7}{8}$  kao razlomak i zovemo ga pravi razlomak.



Za predstavljanje i zapisivanje dijela cjeline (cijelog) koristimo pravilni razlomak.

**Pravilni razlomak** je zapis  $\frac{a}{b}$ , gdje su  $a$  i  $b$  prirodni brojevi za koje je tačno  $a < b$ .

razlomačka crta – pokazuje dijeljenje.

$$\frac{a}{b}$$

Brojilac – koliko dijelova cijelog se razmatraju.

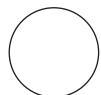
Imenilac – pokazuje na koliko dijelova je cijelo podijeljeno.

1. Precrtaj sljedeće oblike u svesci i prikaži napisane razlomke.

a)  $\frac{7}{12}$



b)  $\frac{5}{8}$



c)  $\frac{3}{7}$



**Primjer 2.** Vera i Ilir su dobili zadatak da broje unaprijed za  $\frac{1}{4}$ .

Vera je nacrtala krug, podijelila ga na četiri jednakih dijela i obojila jednu četvrtinu. Postupak brojanja je nastavljen kao na datim crtežima.



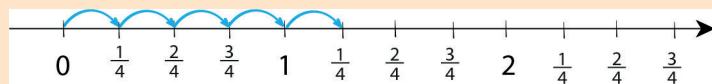
$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{4}{4}$

Ilir je nacrtao brojevnu pravu i koristio je za brojanje unaprijed u koracima od  $\frac{1}{4}$ .



Vera i Ilir su produžili da broje po  $\frac{1}{4}$  i oboje su dobili niz:  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{13}{4}, \dots$

**Primjer 3.** Razgledaj razlomke  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{13}{4}, \dots$   
Šta primjećuješ?

Znajući da razlomačka crta predstavlja dijeljenje, iz razlomaka  $\frac{4}{4}, \frac{8}{4}, \frac{12}{4}, \frac{16}{4}, \frac{20}{4}$  se može primjetiti da je imenilac djelilac brojoca i pri dijeljenju se dobijaju brojevi 1, 2, 3, 4, 5, ...

Takođe se, i svaki prirodni broj može zapisati kao razlomak sa imeniocem 1, na primjer:

$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \frac{6}{1}, \frac{7}{1}, \frac{8}{1}, \frac{9}{1}, \dots$  Ove razlomke nazivamo prividnim razlomcima.

2. Zapiši pet razlomaka, tako da je imenioc svakog razlomka djelilac brojoca.

3. Broj u koracima po  $\frac{1}{3}$ , počevši od  $\frac{1}{3}$ .

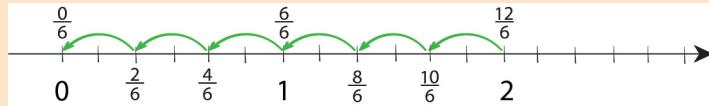
Zapiši prvih pet članova niza.

Od članova nize izdvoji prividne razlomke.



Zapis  $\frac{a}{b}$ , gdje su  $a$  i  $b$  prirodni brojevi takvi da je  $b$  djelilac broja  $a$ , naziva se prividni razlomak.

**Primjer 4.** Broj unazad koracima od  $\frac{2}{6}$ , počevši od 2.



Od 0 do 1 ima šest šestina  $\frac{6}{6}$ , a od 1 do 2 ima još šest šestina  $\frac{6}{6}$ .

Počinjemo da brojimo od 2, odnosno od  $\frac{12}{6}$  unazad korakom od  $\frac{2}{6}$ .

Dobijamo  $\frac{12}{6}, \frac{10}{6}, \frac{8}{6}, \frac{6}{6}, \frac{4}{6}, \frac{2}{6}, \frac{0}{6}$ .

Šta primjećuješ kod razlomaka  $\frac{10}{6}, \frac{8}{6}$ ?

Kod ovih je razlomaka brojilac veći od imenicioca.

Zapis  $\frac{a}{b}$ , gdje su  $a$  i  $b$  prirodni brojevi za koje je  $a > b$ , naziva se **nepravi razlomak**.

Razlomcima  $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \dots$  zapisan je broj 0.

Imenioc svakog razlomka uvijek je prirodan broj, odnosno broj različit od 0.



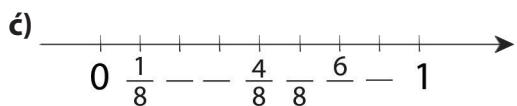
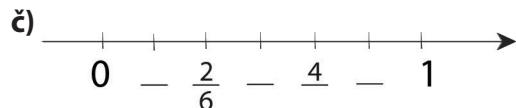
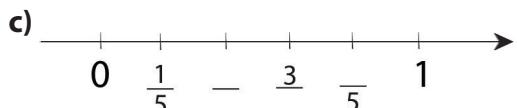
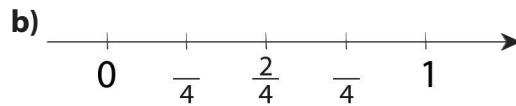
4. Broj unazad korakom od  $\frac{1}{5}$ , počinjući od 3. Zatim, broj unazad korakom od  $\frac{2}{10}$ , počevši od 3. Šta primjećuješ? Objasni tvoj odgovor.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Broj 1 zapiši kao razlomak sa imeniocem 11.
2. Odredi prirodni broj  $x$  za koji je  $\frac{17}{x} = 1$ .
3. Broj koracima od  $\frac{1}{5}$ , počevši od  $\frac{2}{5}$ . Zapiši prvih 10 članova niza.
4. Dopuni nizove.

a)  $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}, ?, ?, ?, ?, ?$       b)  $?, 1, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, ?, ?, ?, ?, ?$       c)  $?, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, ?, ?, ?, ?, ?$

5. Popuni prazna mjesta u razlomcima na brojevnim pravama.



\*6. Ana broji unaprijed korakom od  $\frac{1}{3}$ , počevši od  $\frac{2}{3}$ . Almir počinje od 21 i broji unazad korakom 3. Ko će od njih prvi stići do broja 3?

\*7. Dat je skup  $A = \{\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{5}, \frac{12}{4}, \frac{13}{102}, \frac{24}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{8}\}$ . Zapiši skupove:

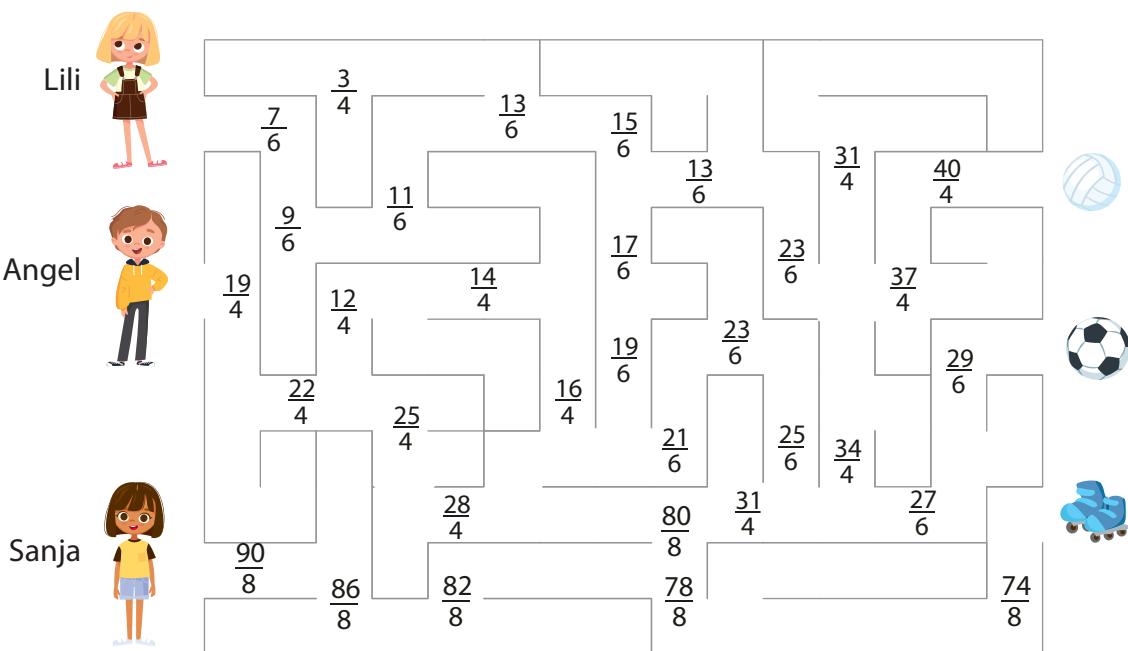
a)  $B = \{x \mid x \in A \text{ i } x \text{ je prividni razlomak}\}$

b)  $C = \{x \mid x \in A \text{ i } x \text{ je pravi razlomak}\}$

c)  $D = \{x \mid x \in A \text{ i } x \text{ je nepravi razlomak}\}$

č) Da li ima elemenata koji su elementi u više od jednog skupa B, C ili D?  
Ako ima, objasni zašto ti razlomci pripadaju u oba skupa?

\*8. Lili, Angel i Sanja imaju omiljeni sport: fudbal, vožnju rollerima i odbojku. Poveži članove tri niza razlomaka da bi otkrio koji su omiljeni sportovi djece.



# ZAPISIVANJE MJEŠOVITOG RAZLOMKA KAO MIJEŠANOG BROJA I OBRATNO

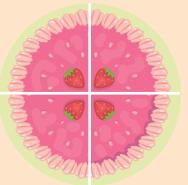
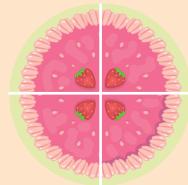
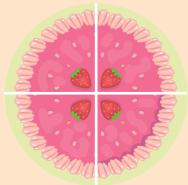
## Uvodna aktivnost

Brojevima 3, 4, 5 i 7 zapiši tabelarno skup svih nepravilnih razlomaka.

**Primjer 1.** Iz skupa nepravilnih razlomaka koje si zapisao od brojeva 3, 4, 5 i 7, razmotrićemo razlomak  $\frac{7}{4}$ .

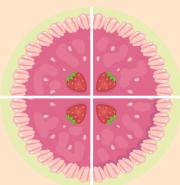
U skupu prirodnih brojeva 7 nije djeljivo sa 4.

1 cijelo ima  $\frac{4}{4}$       2 cijela imaju  $\frac{8}{4}$ , a to je više od  $\frac{7}{4}$



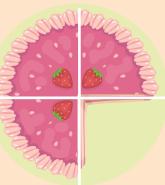
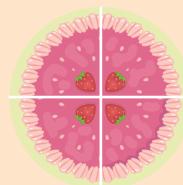
$\frac{7}{4}$  ima 1 cijelo i tri četvrtine i zapisujemo  $1\frac{3}{4}$ . Znači,  $\frac{7}{4}$  je jednako  $1\frac{3}{4}$ .

$$\frac{7}{4}$$

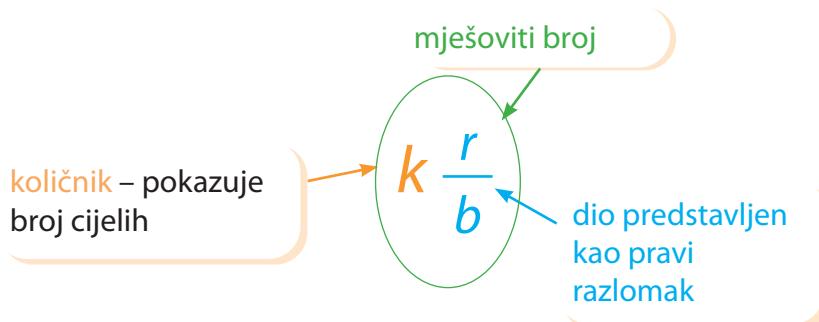


$$=$$

$$1\frac{3}{4}$$



Zapis nepravog razlomka  $\frac{a}{b}$  kao  $k\frac{r}{b}$  naziva se **mješoviti broj**.



**Primjer 2.** Razlomak  $\frac{103}{4}$  napišite kao mješoviti broj.

Znak razlomka znači dijeljenje, pa ako podijelimo 103 sa 4, imamo:

$$\begin{array}{r} 103 : 4 = 25 \\ \hline -4 \\ \hline 23 \end{array} \quad \text{Količnik je } 25, \text{ a ostatak je } 3.$$

$\begin{array}{r} \\ -4 \\ \hline 23 \\ -20 \\ \hline 3 \end{array}$  Nepravi razlomak  $\frac{103}{4}$  se može napisati kao  $25\frac{3}{4}$  i čitamo: 25 cijelih i tri četvrtine.

$$\text{Dakle, } \frac{103}{4} = 25\frac{3}{4}$$

Podsjetimo se da bi operacija dijeljenja uvijek bila izvodljiva u skupu prirodnih brojeva, proširili smo skup prirodnih brojeva novim brojevima – razlomcima.

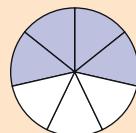
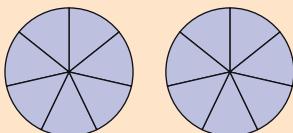
Na primjer, količnik  $3 : 4$  napisan razlomkom je  $\frac{3}{4}$ , pa kažemo da je  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ .

Skup razlomaka uključuje i prirodne brojeve, jer svaki prirodan broj se može predstaviti kao razlomak sa imeniocem 1.

Bilo koji broj napisan kao razlomak  $\frac{a}{b}$ , gdje  $a, b \in \mathbb{N}$  naziva se **racionalan broj**, odnosno pozitivan racionalan broj.

1. Neprave razlomke  $\frac{7}{4}, \frac{12}{5}$  i  $\frac{120}{13}$  zapiši kao mješoviti broj. Objasni način na koji si svaki razlomak zapisao kao mješoviti broj.
2. Neprave razlomke  $\frac{2471}{9}, \frac{327}{11}, \frac{1473}{19}, \frac{97}{5}$  i  $\frac{55}{2}$  zapiši kao mešoviti broj. Objasni način na koji si svaki razlomak zapisao kao mešoviti broj.

**Primjer 3.** Mješoviti broj  $3\frac{4}{7}$  zapiši kao nepravi razlomak.



$3\frac{4}{7}$  ima  $21 + 4 = 25$  sedmina.

Mješoviti broj  $3\frac{4}{7}$  zapisan kao nepravi razlomak je  $\frac{25}{7}$ , odnosno  $3\frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ .

Zapisivanje mješovitog broja  $3\frac{4}{7}$  kao nepravi razlomak možeš da uradiš i na ovaj način:

$$3\frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 4}{7} = \frac{25}{7}$$

3. Mješovite brojeve  $1\frac{9}{10}$ ,  $7\frac{3}{4}$ ,  $12\frac{1}{4}$  i  $3\frac{1}{3}$  napiši kao neprave razlomke.

4. Odredi  $h$  u jednačinama:

$$a) \frac{22}{6} = x \frac{4}{6}$$

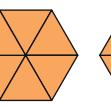
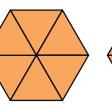
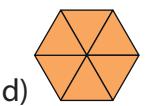
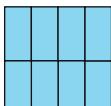
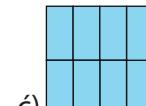
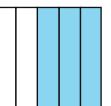
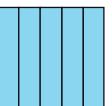
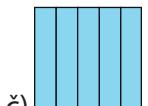
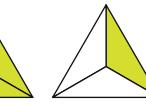
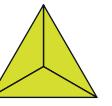
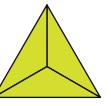
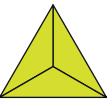
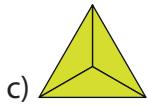
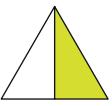
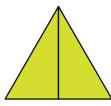
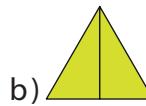
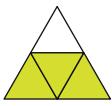
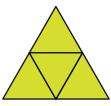
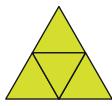
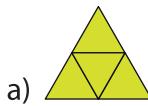
$$b) \frac{x}{11} = 5\frac{3}{11}$$

$$c) \frac{225}{12} = 18\frac{x}{12}$$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Objasni crtežom zašto je a)  $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$  b)  $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

2. Razlomke predstavljene crtežom, zapiši nepravim razlomkom i mješovitim brojem.



3. Razlomke  $\frac{53}{7}$ ,  $\frac{17}{3}$  i  $\frac{46}{9}$  zapiši kao mješovite brojeve.

4. Mješovite brojeve  $5\frac{8}{9}$ ,  $9\frac{4}{5}$  i  $12\frac{5}{6}$  zapiši kao neprave razlomke.

5. Pet pice su presjećene tako što je svaka od njih podijeljena na četiri jednakana parčeta. Teodora je uzela 2 takva parčeta, a preostalu parčad jednako podijelila drugarima Ivi, Hamzi i Suzani.

a) Koliki dio je dobio svako od njih?

b) Predstavi dijelove koje je svako od Teodorinih drugara uzeo, crtežom, nepravim razlomkom i mješovitim brojem.

6. Odredi  $h$  u jednačinama:

$$a) \frac{15}{7} = x \frac{1}{7}$$

$$b) \frac{x}{12} = 4\frac{4}{12}$$

$$c) \frac{308}{13} = 23\frac{x}{13}$$

\*7. Prepiši, zatim dopuni da bi zapisi bili tačni.

$$a) 5\frac{4}{11} = \frac{? \cdot ? + ?}{11} \quad b) ?\frac{?}{?} = \frac{4 \cdot 8 + 2}{?} \quad c) ?\frac{7}{9} = \frac{3 \cdot ? + ?}{?}$$

\*8. Koji prirodni brojevi mogu da budu imenici razlomaka  $\frac{6}{b}$  i  $\frac{9}{b}$ , tako da razlomak  $\frac{6}{b}$  da bude pravi razlomak, a razlomak  $\frac{9}{b}$  bude nepravilan ili prividan?

\*9. Na slikama su prikazani zapisi nepravilnih razlomaka i miješanih brojeva. Svaka slika odgovara samo jednoj cifri. Iste slike odgovaraju jednakim ciframa. Odgonetni i napiši cifre za svaku sliku.

$$\begin{array}{c} \text{cupcake} \\ \text{cupcake} \\ \hline \end{array} = \frac{12}{\text{cupcake}}$$

i

$$\begin{array}{c} \text{cupcake} \\ \text{cupcake} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\text{cupcake}} = \frac{11}{\text{cupcake}}$$

## MJESNA VRIJEDNOST CIFARA U DECIMALNOM BROJU

### Uvodna aktivnost

1. Koliko je  $\frac{1}{100}$  od 1 kg?

2. Koliko je  $\frac{1}{10}$  od 1 dm?

**Primjer 1.** Koliki dio je:

a) Jeden metar od jednog kilometra?

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \frac{1}{1000} \text{ od } 1000 \text{ m e } 1 \text{ m.}$$

c) Jeden decimetar od metra?

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}, \frac{1}{10} \text{ od } 10 \text{ dm e } 1 \text{ dm.}$$

b) Jeden centimetar od jednog metra?

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, \frac{1}{100} \text{ od } 100 \text{ cm e } 1 \text{ cm.}$$

U primjeru su dati razlomci sa imeniocem 10,100,1000,10000...

Brojevi 10,100,1000,10000... se nazivaju dekadnim jedinicama.

Razlomci čiji su imenici dekadne jedinice zovu se **decimalni razlomci**.

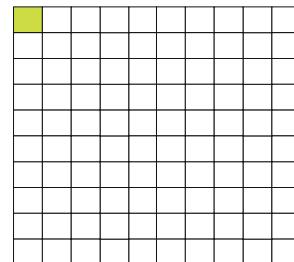
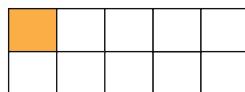
Decimalne razlomke  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$  i  $\frac{1}{1000}$  zapisujemo kao decimalne brojeve 0,1; 0,01 i 0,001 odgovarajuće.

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{1}{100} = 0,01 \quad \frac{1}{1000} = 0,001$$

Kod decimalnog broja 0,01 nula posle zareza znači da nema desetinki, a kod decimalnog broja 0,001 nule posle zareza znače da ima nula desetinki i nula stotinki.

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$



**Primjer 2.** Decimalne brojeve zapiši kao decimalne razlomke.

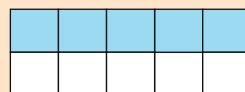
a) 0,5

b) 0,07

c) 0,25

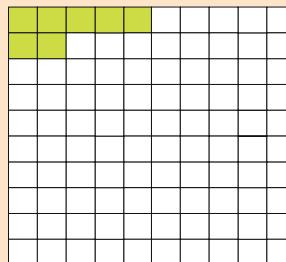
a) Decimalni broj 0,5 čitamo: pet desetinki i zapisujemo kao decimalni razlomak  $\frac{5}{10}$ . Znači,  $0,5 = \frac{5}{10}$ .

Zaključujemo da je  $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ .



b) Decimalni broj 0,07 čitamo: sedam stotinki i zapisujemo kao decimalni razlomak  $\frac{7}{100}$ .

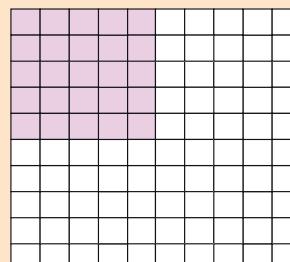
Znači,  $0,07 = \frac{7}{100}$ .



c) Decimalni broj 0,25 čitamo: dvaeset i pet stotinki i zapisujemo kao decimalni razlomak  $\frac{25}{100}$ .

Znači,  $0,25 = \frac{25}{100}$ .

Zaključujemo da  $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ .



1. Decimalne brojeve 0,05; 0,6 i 0,20 zapiši kao decimalne razlomke.

**Primjer 3.** Zapiši razlomke kao decimalne brojeve.

a)  $\frac{31}{10}$

b)  $\frac{307}{100}$

a) Razlomak  $\frac{31}{10}$  je nepravi razlomak i može da se zapiše kao mješoviti broj  $3\frac{1}{10}$ .

Čitamo: 3 cijela i jedna desetina.

Zapisujemo kao decimalni broj 3,1.

b) Razlomak  $\frac{307}{100}$  je nepravi razlomak i može da se zapiše kako mješoviti broj  $3\frac{7}{100}$ .

Čitamo: 3 cijelih i sedam stotinki.

Zapisujemo kao decimalni broj 3,07.

Nula posle zareza znači da nema desetinki.

**2.** Koristi tabelu mjesnih vrijednosti datu da bi zapisao brojeve.

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) 15 cijelih i 4 desetinki | b) 123 cijelih i 12 stotinki  |
| c) 27 cijelih i 5 stotinki  | d) 1234 cijelih i 9 stotinki. |

cijeli dio			,	decimalni dio								
klase miliona		klase hiljada	klase jedinica	,	desetinke	stotinke	hiljaditi dio					
S	D	J	S	D	J	S	D	J	,			
									,			

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Odredi brojeve koji nedostaju da bi bila tačna jednakost:

a)  $0,13 = \frac{1}{10} + \frac{?}{100}$       b)  $3,54 = 3 + \frac{?}{100}$       c)  $4,05 = 4 + \frac{?}{100}$       č)  $2,9 = 2 + \frac{9}{?}$

**2.** Zapiši decimalne brojeve koje čitamo:

- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) 3 cijelih i 5 desetinki   | b) 9 desetinki i 6 stotinki |
| c) 304 cijelih i 45 stotinki | č) 18 cijelih i 80 stotinki |

**3.** Decimalne brojeve 2,11; 24,01; 0,13; 91,20; 101,01 zapiši kao decimalne razlomke.

**4.** Zapiši kao decimalne brojeve razlomke:  $\frac{97}{100}, \frac{6}{10}, \frac{4}{100}, \frac{543}{10}, \frac{255}{10}$ .

**5.** Napiši kao decimalne brojeve, zbrojove:

a)  $7 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$       b)  $15 + \frac{1}{10} + \frac{9}{100}$       c)  $120 + \frac{8}{10} + \frac{3}{100}$

**6.** Koja je mjesna vrijednost podvučenih cifri u brojevima:

a) 2,07      b) 51,32      c) 3,012      č) 0,98

**\*7.** Pretvori brojeve u datu mjernu jedinicu:

- |                  |                    |                    |              |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| a) 13 m 4 cm u m | b) 2 m 5 dm u m    | c) 7 cm 4 mm u cm  | č) 23 dm u m |
| č) 999 g u kg    | d) 31 kg 450 g u g | dž) 7 kg 20 g u kg |              |

### \*8. Odgonetni brojeve.

- a) • Cifre jedinica i stotinki su jednakе.
- Cifra desetica je najveći jednocijefreni broj.
- Cifra desetinki je tri puta manja od cifre desetica.
- Cifra stotinki je četvrti neparni jednocijefreni broj.
- Cifra hiljaditog dijela je za tri manja od cifre jedinica.
- b) • Cifra desetinki je zbir cifara stotinki i desetica.
- Cifra desetica je najmanji jednocijefreni prirodni broj.
- Cifra jedinica je najmanji paran prirodni broj.
- Cifra stotinki je četiri puta veća od cifre jedinica. 7
- Cifra stotine je za tri manja od cifre stotinki.

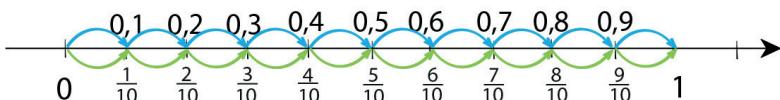
## NIZOVI DECIMALNIH BROJEVA

### Uvodna aktivnost

Lejla i Vesna broje unaprijed za 0,1.

Lejla je napisala broj 0,1 kao decimalni razlomak  $\frac{1}{10}$  i počela je da broji:  $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \dots$ ,  $\frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \dots$

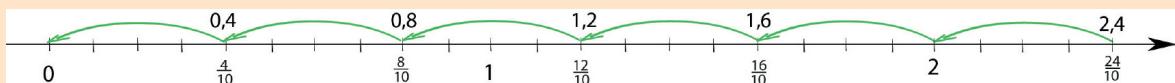
Vesna je nacrtala brojevnu pravu kao na crtežu i počela da broji: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1...



Lejla i Vesna su predstavile na istoj brojevnoj pravi decimalne razlomke i decimalne brojeve. Brojale su jednakim korakom, ali su koristile različiti zapis.

1. Sa tvojim drugom počnite od 0 i brojte unaprijed za 0,5 naizmjenično i zapisujte dobijene brojeve.

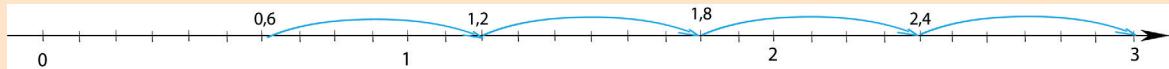
**Primjer 1.** Broj unazad od 2,4 u koraku od 0,4.



Dobili smo brojeve: 2,4; 2; 1,6; 1,2; 0,8; 0,4; 0.

- 2.** Broj unazad, počevši od 3,3 u koraku po 0,3. Napiši dobijene brojeve u svesku.

**Primjer 2.** Zapiši sljedeća tri člana niza: 0,6; 1,2; ?; ?; ?



Sa crteža možemo da primjetimo da se svakom sljedećem članu dodaje 0,6.

Treći član je 1,8. Četvrti član je 2,4 i peti član je 3.

- 3.** Odredi nepoznate članove u nizu: ?; 0,7; 0,9; ?; ?; ?

Koje je pravilo da bi dobio nepoznate članove niza decimalnih brojeva?

- 4.** Odredi nepoznate članove u svakom od nizova i objasni kako si ih našao.

a) 0,5; 1; ?; ?; ?      b) 2,2; ?; 2,6; ?; ?      c) ?; ?; ?; 2,4; 2,8

č)  $\frac{1}{2}$ ; ?; 1,5; ?; ?      č)  $\frac{3}{5}$ ; 0,9; ?; ?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** U razredu neka jedan učenik počne da broji u koraku decimalnog broja koji odabere. Drugi izgovara sljedeći broj. Naizmenično brojite. Izlazi iz igre – brojanje, taj što će pogriješiti. Ponavljajte igru bržim brojanjem.

- 2.** Dat je niz brojeva: 1,2 1,4 1,6, ?, ?, ?. Zapiši nepoznate članove. Objasni pravilo kako si dobio nepoznate članove niza.

- 3.** Zapiši nepoznate članove niza:  $1\frac{3}{10}$ ; 1,6; ?. Objasni pravilo kako si dobio nepoznate članove.

- 4.** Zapiši nepoznate članove prema zadatom koraku.

a) 0,2; ?; 0,6; 0,8; ?; ?; 1,4      b) 0,3; 0,7; ?; 1,5; ?; 2,3; ?; 3,1

c) 0,7; 1,4; ?; ?; 3,5; ?; 4,9; ?      č) 0,9; ?; 2,7; 3,6; ?; ?; ?; 7,2

- \*5.** Broj unazad u koraku po  $\frac{5}{25}$ , počevši od 4. Dobijene brojeve napiši kao niz.

- \*6.** Broj unaprijed korakom  $\frac{5}{100}$  i dopuni nizove:

a) 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25; ?; ?; ?      b) 1, 25; 1, 30; 1, 35; ?; ?; ?

c) 21, 43; 21, 48; 21, 53; ?; ?; ?      č) 2, 75; 2, 8; ?; ?; ?; 3; 3,05

# ZAOKRUŽIVANJE DECIMALNIH BROJEVA

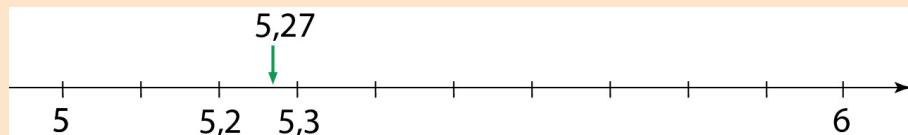
## Uvodna aktivnost

Angel treba da kupi 48 kg krompira. Koliko približno novaca treba da ponese Angel, ako 1 kg krompira košta 37 denara?

Često puta je potrebno da neki broj zamjenimo drugim brojem što se naziva približna vrijednost tog broja.

**Primjer 1.** Anina i Marijina soba ima oblik pravougaonika širine 2,3 m i dužine 5,27 m. Ana je rekla da će uzeti tepison sa dužinom 5,2 m, a Marija je rekla da dužina treba da bude 5,3 m. Ana je zaokružila na manje, a Marija je zaokružila na više. Čija je približna vrijednost dužine bliža tačnoj dužini, Anina ili Marijina?

Tačna dužina sobe je između približnih dužina koje su odabrale Ana i Marija i zapisujemo  $5,2 < 5,27 < 5,3$ .



Sa crteža zaključujemo da je Marijina približna vrijednost bliža tačnoj vrijednosti budući da je 5,27 bliže do 5,3 nego do 5,2.

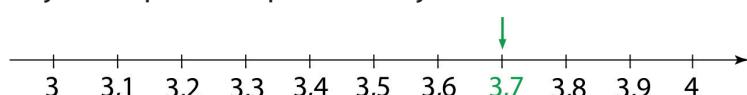


Ako je prva odbačena cifra **5 ili veća od 5**, onda poslednju zadržanu cifru broja koji zaokružujemo **povećavamo za 1**.

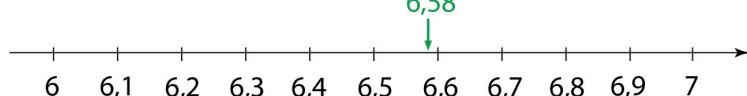
Ovo zaokruživanje se naziva **zaokruživanje viškom**.

1. Zaokruži brojeve date na brojevnim pravama prema zahtjevima.

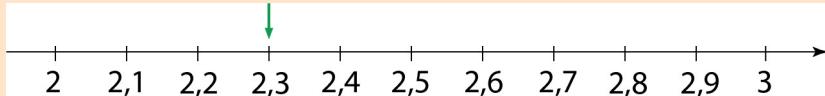
a) Zaokruži na cijeli broj.



b) Zaokruži na desetinke.



**Primjer 2.** U Primjeru 1, Ana je rekla da je širina tepisona bila približno 2 m, a Marija je rekla da je otprilike 3 m. Provjerite čija je približna vrijednost bliže tačnoj širini. Iskoristi datu brojevnu pravu.



Iz crteža zaključujemo da je Anina približna vrijednost bliže tačnoj vrijednosti, pošto je 2,3 bliže 2 nego 3.

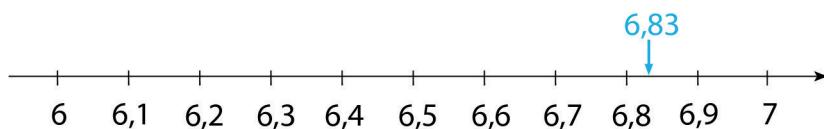


Ako je prva odbačena cifra **manja od 5**, onda ostale cifre broja koje zaokružujemo, **ostavljamo istim**.

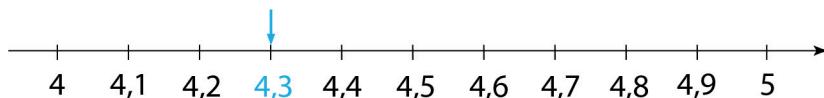
Ovo zaokruživanje se naziva **zaokruživanje sa manjkom**.

**2.** Zaokruži brojeve date na brojevnoj pravi prema zahtjevu.

a) Zaokruži na desetinke.



b) Zaokruži na cio broj.



**3.** Zaokruži brojeve na desetinke.

- a) 7,31      b) 13,38      c) 0,78      č) 1,95

**4.** Zaokružite brojeve na cio broj.

- a) 28,25      b) 324,91      c) 15,64      č)  $4\frac{1}{5}$

**5.** Zapiši razlomke  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{21}{20}$  i  $\frac{3}{25}$  kao decimalne razlomke i zaokružite ih na desetinke.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Prepišite tabelu u svoju svesku i popunite je.

Decimalni brojevi	zaokruženo na		
	cijeli broj	desetinke	stotinke
8,348			
7,292			
45,069			
234,475			
67,454			
5,685			

2. Razlomke zapiši kao decimalne brojeve i zaokruži na cijele. Objasni način na koji si zapisao kao decimalne brojeve.

a)  $\frac{4}{10}$       b)  $\frac{23}{2}$       c)  $\frac{7}{5}$       č)  $\frac{20}{25}$       č)  $\frac{19}{5}$       d)  $\frac{9}{4}$

3. Razlomke zapiši kao decimalne brojeve i zaokruži ih na jednu decimalu. Objasni način na koji si zapisao kao decimalne brojeve.

a)  $\frac{13}{4}$       b)  $\frac{248}{50}$       c)  $\frac{34}{20}$       č)  $\frac{7}{100}$

4. Date brojeve zaokruži prema zahtjevima.

- a) Zaokruži na najbližu desetinku 0,89; 2,16; 74,03; 9,95; 100,85.  
 b) Zaokruži na najbliži cijeli broj 3,5; 27,48; 10,09; 0,68; 99,51.

\*5. a) Koji je najmanji broj koji bi mogao da zamisli Lirim ako taj broj zaokružen na desetinku ima 4 desetine, a zaokružen na najbliži cijeli broj je 7?

- b) Koji je najmanji broj koji je zamislila Saška ako taj broj ima 3 stotinke, a zaokružen na najbliži cio broj je 7?  
 c) Koji je najveći broj koji bi zamislio Viktor ako taj broj ima ista svojstva koje ima Saškin broj?

\*6. Pogodi tačni broj.

- a) • Zaokružen na cio broj zaokružuje se viškom.
  - Zaokružen na stotinke zaokružuje se manjkom.
  - Zaokružen na desetinke zaokružuje se viškom.
  - Ni jedna cifra nije paran broj.
- b) • Zaokružen na stotinke zaokružuje se viškom.
  - Zaokružen na desetinke zaokružuje se manjkom.
  - Zaokružen na cio broj zaokružuje se na 26.

3,579	4,792
3,791	3,892

25,408	26,925
23,508	25,508

# PROŠIRIVANJE I SKRAĆIVANJE RAZLOMAKA

## Uvodna aktivnost

Pica je podijeljena na četvrtine. Ali kupac koji je došao, htio je da kupi jednake komade za 6 ljudi.

1. Na koliko dijelova treba podijeliti cijelu picu?
2. Koliko je prodato? Koliko je ostalo?



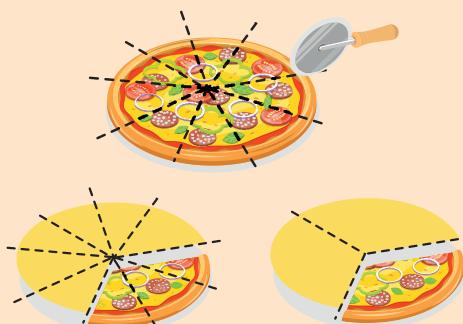
**Primjer 1.** Matej je kupio  $\frac{1}{3}$  jedne pice, a Marta je kupila  $\frac{3}{9}$  iste pice.

Ko je kupio veći dio pice?

Matej



Marta



Ako razgledamo dva parčeta pice primjetićemo da su ta dva dijela jednakia.

Ponekad dva razlomka sa različitim brojiocem i imeniocem predstavljaju jednak dio cjeline i onda kažemo da su jednakia.

Takvi su razlomci  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{3}{9}$ .

Razlomak  $\frac{3}{9}$  se dobija iz razlomka  $\frac{1}{3}$  kada se brojilac i imenilac razlomka pomnoži sa 3.

Pišemo  $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$  ili  $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}$ .

Ako se brojilac i imenilac razlomka istovremeno pomnože sa jednakim prirodnim brojem dobija se razlomak jednak datom.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}, m \in \mathbb{N}$$

Ovo svojstvo se naziva **proširivanje razlomka**.

1. Zapiši razlomke jednake razlomku  $\frac{2}{5}$ .

2. Koje ćeš razlomke dobiti, ako razlomak  $\frac{5}{6}$  proširiš sa: 2, 4, 5 i 7?

3. Odredi  $x$  za razlomke da bi bili jednaki:

$$\text{a) } \frac{3}{7} = \frac{x}{35}$$

$$\text{b) } \frac{4}{5} = \frac{36}{x}$$

$$\text{c) } \frac{8}{9} = \frac{24}{x}$$

$$\text{č) } \frac{8}{3} = \frac{x}{15}$$

$$\text{ć) } 1\frac{3}{4} = \frac{42}{x}$$

**Primjer 2.** Razlomak  $\frac{3}{10}$  proširi sa: a) 10 b) 100.

$$\text{a) } \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 0,30$$

$$\text{b) } \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 100}{10 \cdot 100} = \frac{300}{1000} = 0,300$$

Za razlomke je tačno da je  $\frac{3}{10} = \frac{3}{100} = \frac{3}{1000}$ .

Prema tome, za odgovarajuće decimalne brojeve je tačno  $0,3 = 0,30 = 0,300$ .

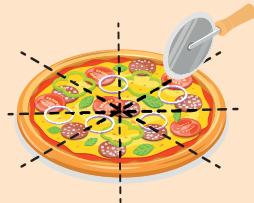


Vrijednost decimalnog broja se ne mijenja ako se na kraju, sa desne strane dopišu nule.

4. Odredi koje od tvrdnji su tačne.

$$\text{a) } 0,05 = 0,5 \quad \text{b) } 3,004 = 3,00400 \quad \text{c) } 9,01 = 9,1 \quad \text{č) } 0,1900 = 0,19 \quad \text{ć) } 8,80080 = 8,88$$

**Primjer 3.** U prodavnici za bijela peciva za pola sata se prodalo  $\frac{4}{8}$  i  $\frac{1}{2}$  jedne pice. Koliki dio pice je ostalo?



Zato što su dio  $\frac{4}{8}$  pice i  
dio  $\frac{1}{2}$  pice jednaki,  
možemo da zapišemo  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$   
ili  $\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$ .

Od pice nije ostalo ništa.



Ako se brojilac i imenilac jednog razlomka podijele jednakim prirodnim brojem dobija se razlomak jednak datom.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}, m \in \mathbb{N}$$

Ovo svojstvo se zove **skraćivanje razlomka**.

**5.** Skrati razlomak  $\frac{35}{140}$  sa: a) 5 b) 7 c) 35.

**Primjer 4.** Razlomak  $\frac{800}{1000}$  skrati sa: a) 10 b) 100.

$$a) \frac{800}{1000} = \frac{800 : 10}{1000 : 10} = \frac{80}{100} = 0,80$$

$$b) \frac{800}{1000} = \frac{800 : 100}{1000 : 100} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Za razlomke je tačno da je  $\frac{800}{1000} = \frac{8}{100} = \frac{8}{10}$ .

Prema tome, za odgovarajuće decimalne brojeve je tačno  $0,800 = 0,80 = 0,8$



Vrijednost decimalnog broja se ne mijenja ako se izostave nule na kraju sa njegove desne strane.

**6.** U datim decimalnim brojevima izostaviti nule, tako da je novodobijeni broj ima istu vrijednost.

- a) 5,0200    b) 0,9000    c) 6,03030    č) 41,002    č) 200,30

**Primjer 5.** Broj 9 zapiši kao razlomak sa imeniocem 1, a zatim ga proširi sa:

a) 10 i dobijeni razlomak zapiši kao decimalni broj

$$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{90}{10} = 9,0$$

b) 100 i dobijeni razlomak zapiši kao decimalni broj.

$$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{900}{100} = 9,00$$



Svaki prirodni broj može da se zapiše kao decimalni broj koji sadrži 0 desetinki, 0 stotinki, ...

7. Brojeve 5, 393, 45 zapiši kao decimalne brojeve sa dva decimalna mjesta.

**Primjer 6.** Skrati razlomke: a)  $\frac{6}{10}$  b)  $\frac{6}{25}$

a) Brojilac i imenilac razlomka  $\frac{6}{10}$  možemo da podijelimo sa 2.

Dobijamo razlomak  $\frac{3}{5}$ .

Razlomak možemo da skratimo sa 1, ali se dobija isti razlomak,  $\frac{3}{5}$ .

b) Brojilac i imenilac razlomka  $\frac{6}{25}$  mogu da se podijele samo sa prirodnim brojem.

$$\frac{16 : 1}{25 : 1} = \frac{16}{25}$$

Šta možemo da kažemo za razlomke  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{6}{25}$ ?

Brojilac i imenilac mogu da se podijele samo sa prirodnim brojem 1, odnosno razlomak može da se skrati samo sa 1. Za ove razlomke kažemo da su neskrativi razlomci.

Razlomak u kojem je najveći zajednički djelilac brojioca i imenioca je 1 zove se **neskrativi razlomak**.

8. Dati su razlomci  $\frac{35}{49}, \frac{9}{11}, \frac{16}{12}, \frac{25}{75}, \frac{36}{48}$ .

a) Odredi koji su razlomci neskrativi.

b) Skrati razlomke do neskrativih razlomaka.

9. Koji su parovi razlomaka jednaki? Objasni tvoj odgovor.

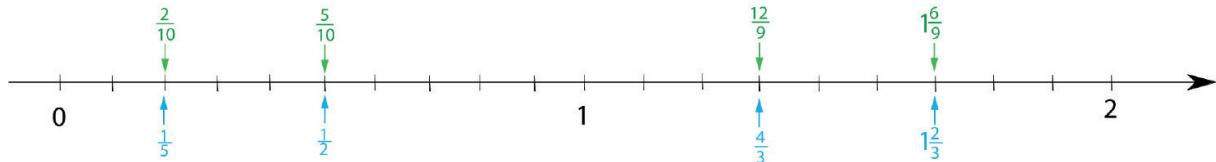
a)  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{33}{55}$

b)  $\frac{4}{3}$  i  $\frac{40}{32}$

c)  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{75}{100}$

Dva **razlomka su jednaka** ako i samo ako se jedan razlomak dobija od drugog razlomka proširivanjem ili skraćivanjem.

Sve jednake razlomci na brojevnoj pravi predstavljamo istom tačkom.



### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Razlomak  $\frac{15}{17}$  proširi sa:

- a) 8      b) 36      c) najvećim dvocifrenim brojem

2. Zapiši brojeve koji nedostaju:    a)  $\frac{1}{2} = \frac{?}{6}$     b)  $\frac{12}{30} = \frac{96}{?}$

3. Skrati razlomak  $\frac{72}{108}$  sa:    a) 6    b) 12    c) 36

4. Razlomak  $\frac{7}{16}$  proširi do razlomka sa:    a) imeniocem 64    b) brojiocem 42

5. Koliko dvanaesetina ima u:    a)  $\frac{5}{6}$     b)  $\frac{7}{3}$     c)  $\frac{8}{24}$     d)  $\frac{6}{36}$

6. Brojeve 6,0700; 9,6; 4,4000; 0,800; 49,7000; 15007 i 479982 zapiši kao decimalan broj sa:  
a) jednim decimalnim mjestom    b) dva decimalna mjesta

\*7. Date razlomke  $\frac{42}{14}$ ,  $\frac{72}{56}$ ,  $\frac{231}{99}$  i  $\frac{32}{12}$  skrati do neskrativih razlomaka, a zatim ih napiši kao mješovite brojeve.

\*8. Skrati razlomke. Objasni način na koji si skratio razlomke.

- a)  $\frac{4 \cdot 5}{6 \cdot 15}$     b)  $\frac{8 \cdot 4}{27 \cdot 32}$     c)  $\frac{12 \cdot 15 \cdot 20}{50 \cdot 24 \cdot 9}$

# PREDSTAVLJANJE MJEŠOVITIH BROJEVA NA BROJEVNOJ PRAVI

## Uvodna aktivnost

Razgledaj brojevnu pravu.

1. Na koji način su predstavljeni razlomci  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{2}{3}$  na brojevnoj pravi?



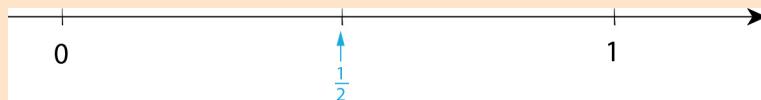
2. Na koji način će biti predstavljeni razlomci  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$  i  $\frac{3}{4}$  na brojevnoj pravi?

Brojeve iz skupa  $N_0$  predstavljamo na brojevnoj pravi, tako što svakom broju odgovara tačka prave koja je od početne tačke O udaljena onoliko jediničnih duži, koliko je vrijednost broja.



Takođe i razlomcima pridružujemo tačke sa brojevne prave.

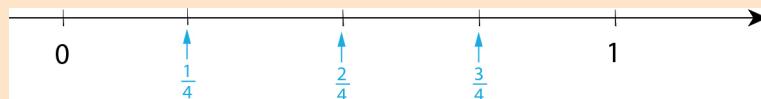
**Primjer 1.** Ako duž između brojeva 0 i 1 sa brojevne prave podijelimo na dva jednakaka dijela, onda diobenoj tački dijeljenja pridružujemo razlomak  $\frac{1}{2}$ .



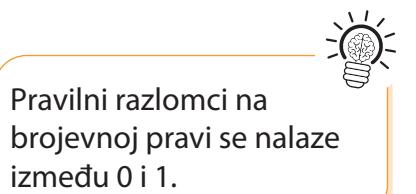
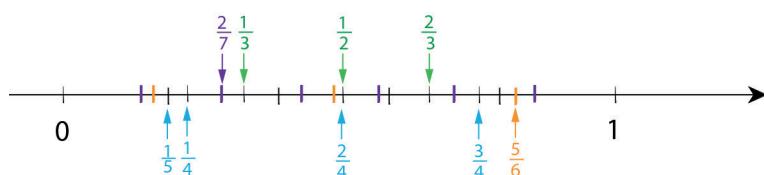
Ako duž između brojeva 0 i 1 sa brojevne prave podijelimo na tri jednakaka dijela, onda diobenim tačkama dijeljenja pridružujemo razlomke  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{2}{3}$ .



Ako jediničnu duž između brojeva 0 i 1 sa brojevne prave podijelimo na četiri jednakih dijela, onda diobenim tačkama dijeljenja pridružujemo razlomke  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$  i  $\frac{3}{4}$ .



Razlomci  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{2}{7}$  su pravilni razlomci i ako ih predstavimo na brojevnoj pravi vidjećemo da se oni nalaze između 0 i 1.

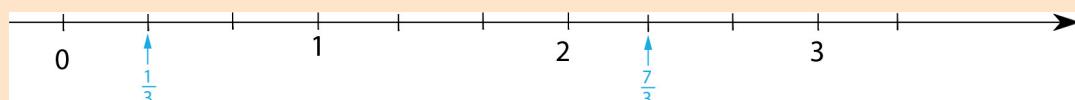


- Predstavi na brojevnoj pravi razlomke  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{3}{7}$ .

**Primjer 2.** Kako bi Ajše i Simona na brojevnoj pravi predstavile razlomak  $\frac{7}{3}$ .

Ajše je podijelila prvu jediničnu duž na 3 jednakih dijela. Brojilac je 7, pa je podijelila i drugu jediničnu duž na 3 jednakih dijela. Od 0 do 2 dobila je 6 dijela, zato je i treću jediničnu duž podijelila na 3 jednakih dijela.

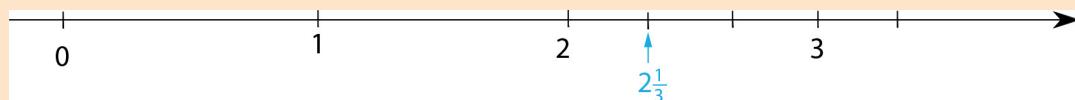
Od nule je brojala 7 dijela i tom tačkom dijeljenja predstavila razlomak  $\frac{7}{3}$ .



Simona je iskoristila svoje znanje za zapisivanje nepravog razlomka kao mješovitog broja.

Odnosno,  $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ .

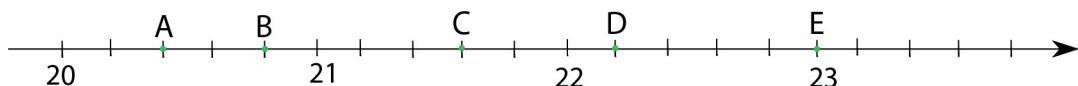
Broj cijelih je 2 i prva tačka je broj 2 na brojevnoj pravi. Da bi predstavila pravi razlomak  $\frac{1}{3}$ , treću jediničnu duž je podijelila na tri jednakih dijela i uzela jedan dio.



2. Nacrtaj brojevnu pravu u tvojoj svesci i odredi tačke koje odgovaraju razlomcima:  
 $1\frac{8}{11}, \frac{12}{5}, \frac{15}{8}, 1\frac{1}{3}, \frac{11}{6}, 2\frac{2}{7}$ .

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Kojim brojevima su pridružene tačke A, B, C, D i E sa brojevne prave?



2. Nacrtaj brojevnu pravu sa jediničnom duži 6 cm i podijeli je na tri jednakaka dijela. Prvoj tački pridruži broj 15, a posljednjoj broj 16. Odredi tačke A, B, C kojima odgovaraju razlomci  $15\frac{1}{3}$ ,  $\frac{256}{16}$ ,  $\frac{91}{6}$ .

3. Nacrtaj brojevnu pravu i na njoj predstavi mješovite brojeve:  $2\frac{1}{2}, 4\frac{3}{4}, 3\frac{1}{4}$  i  $5\frac{4}{5}$ .

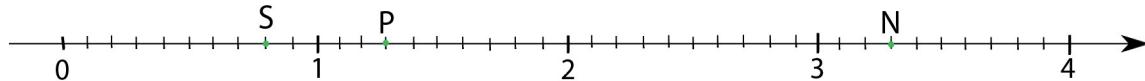
4. Odredi, bez crtanja, koji od dva razlomka se nalazi lijevo na brojevnoj pravoj.

- a)  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{1}{5}$       b)  $\frac{4}{10}$  i  $\frac{7}{10}$       c)  $\frac{2}{5}$  i  $\frac{6}{10}$       č)  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{5}{10}$

5. Prema crtežu odredi:

- a) Razlomke koji su pridruženi tačkama N, P i S

- b) tačke A, B i C koje su pridružene razlomcima  $2\frac{1}{5}, 1\frac{3}{5}$  i  $3\frac{7}{10}$



- \*6. Na brojevnoj pravi predstavi razlomke:  $\frac{6}{8}, \frac{9}{6}, \frac{10}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{2}$ .

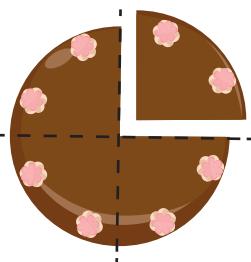
Odredi koji od razlomaka su jednakci.

- \*7. Na brojevnoj polupravi pridruži odgovarajuće tačke razlomcima  $\frac{1}{6}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{13}{12}, \frac{3}{4}, \frac{7}{6}$  i  $\frac{5}{4}$ .

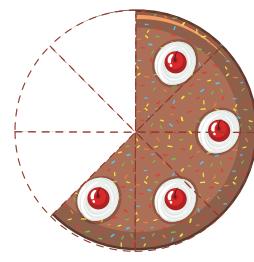
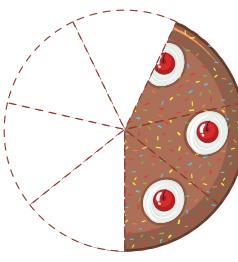
## UPOREĐIVANJE RAZLOMAKA

### Uvodna aktivnost

1. Koje parče torta je veće,  $\frac{1}{4}$  ili  $\frac{3}{4}$  torte?  
Objasni tvoj odgovor. Koristi sliku.



2. Koje parče torte je veće,  $\frac{3}{7}$  ili  $\frac{5}{8}$  torte?  
Objasni tvoj odgovor. Koristi sliku.



**Primjer 1.** Na velikom odmoru je Sanja kupila  $\frac{4}{9}$  torte, a Selma za nju i njene drugarice je kupila  $\frac{7}{9}$  torte. Koja je kupila više torte?

Oba razlomka imaju jednake imenioce, a različite brojioce.

Torta je podijeljena na 9 jednakih dijelova, pa tako je, Sanja kupila 4, a Selma 7 takvih dijelova.

Razlomak  $\frac{7}{9}$  je veći od razlomka  $\frac{4}{9}$ , budući je kod razlomka  $\frac{7}{9}$  uzeto više jednakih dijelova nego kod razlomka  $\frac{4}{9}$ .

Dobijamo da je  $\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$ , jer je  $7 > 4$ .

Od dva razlomka sa jednakim imeniocima, veći je razlomak sa većim brojiocem.

Možemo da zapišemo:  $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ , ako je  $a > b$ .

**1. Uporedi razlomke:**

a)  $\frac{1}{12}$  i  $\frac{5}{12}$

b)  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{2}{5}$

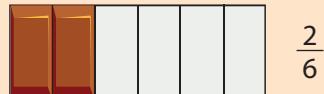
c)  $\frac{7}{7}$  i  $\frac{6}{7}$

č)  $\frac{12}{13}$  i  $\frac{9}{13}$

**Primjer 2.** Ada je pojela  $\frac{2}{6}$  čokolade. Ilir je pojeo  $\frac{2}{3}$  iste čokolade. Ko je pojeo više čokolade?

Broj dijelova koje su pojeli Ada i Ilir su jednaki, ali je veličina dijelova različita.

Zato je,  $\frac{2}{3} > \frac{2}{6}$ .



Od dva razlomka sa jednakim brojiocima, veći je razlomak sa manjim imeniocem.

Možemo da zapišemo:  $\frac{m}{a} > \frac{m}{b}$ , ako je  $a < b$ .

**2.** Uporedi razlomke:

a)  $\frac{5}{9}$  i  $\frac{5}{8}$

b)  $\frac{9}{15}$  i  $\frac{9}{12}$

c)  $\frac{27}{17}$  i  $\frac{27}{22}$

č)  $\frac{1}{4}$  i  $\frac{1}{3}$

**Primjer 3.** Koji dio torte je veći,  $\frac{2}{5}$  ili  $\frac{3}{5}$ ?

Razlomkom  $\frac{2}{3}$ , torta je podijeljena na veću parčad, ali je razlomkom  $\frac{3}{5}$  uzeto više parčića.

Da bi uporedili razlomke koristićemo proširivanje razlomaka i zajedničkih sadržaoca dva broja.

Za 3 i 5 zajednički sadržaoci su 15, 30, 45,...

Svaki od ovih sadržaoca možemo da uzmemo za zajednički imenioc razlomaka  $\frac{2}{3}$  i  $\frac{3}{5}$ , ali iz praktičnih razloga, najčešće se uzima najmanji zajednički sadržaoc.

U ovom slučaju, najmanji zajednički sadržaoc za 3 i 5 je 15.

Razlomke proširujemo do razlomaka sa imeniocem 15:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

Sada ih upoređujemo kao razlomke sa jednakim imeniocima i dobijamo:

$$\frac{10}{15} > \frac{9}{15} \text{ odnosno } \frac{2}{3} > \frac{3}{5}$$

Razlomci različitih imenioca se porede tako što se prvo proširuju do razlomaka sa jednakim imeniocima, a zatim se upoređuju kao razlomci sa jednakim imeniocima.

### 3. Uporedi razlomke:

a)  $\frac{19}{25}$  i  $\frac{4}{5}$

b)  $\frac{7}{6}$  i  $\frac{7}{9}$

c)  $\frac{21}{9}$  i  $\frac{11}{3}$

č)  $\frac{11}{8}$  i  $\frac{8}{11}$

**Primjer 4.** Uporedi brojeve: a)  $2\frac{7}{8}$  i  $2\frac{24}{7}$  b)  $5\frac{5}{6}$  i  $\frac{70}{12}$

a) Prvo ćemo mješoviti broj pretvoriti u nepravi razlomak.

$$2\frac{7}{8} = \frac{2 \cdot 8 + 7}{8} = \frac{25}{8}$$

Najmanji zajednički sadržaoc za imenioca 8 i 7 je 56.

Proširujemo razlomke do razlomaka sa imeniocima 56:

$$\frac{25}{8} = \frac{25 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{175}{56}$$

$$\frac{24}{7} = \frac{24 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{192}{56}$$

Sada ih upoređujemo kao razlomke sa jednakim imeniocima i dobijamo:

$$\frac{192}{56} > \frac{175}{56} \text{ odnosno } \frac{24}{7} > 2\frac{7}{8}$$

b) Prvo ćemo mješoviti broj pretvoriti u nepravi razlomak.

$$5\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{35}{6}$$

Najmanji zajednički sadržaoc za imenioca 6 i 12 je 12.

Proširujemo prvi razlomak do razlomka sa imeniocem 12:

$$\frac{35}{6} = \frac{35 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{70}{12}$$

Drugi razlomak ima imenioca 12.

Sada ih upoređujemo kao razlomke sa jednakim imeniocima i dobijamo:

$$\frac{70}{12} = \frac{70}{12} \text{ odnosno } 5\frac{5}{6} = \frac{70}{12}$$

### 4. Uporedi razlomke:

a)  $2\frac{3}{8}$  i  $2\frac{3}{7}$

b)  $1\frac{4}{9}$  i  $3\frac{4}{9}$

c)  $\frac{77}{10}$  i  $\frac{5}{7}$

č)  $\frac{21}{11}$  i  $2\frac{8}{11}$



Za lakše poređenje mješovitih brojeva, možeš prvo da uporediš cijele dijelove, a zatim pravilne razlomke.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

U zadacima od 1 do 3 uporedi razlomke.

1. a)  $\frac{3}{6}$  i  $\frac{3}{16}$

b)  $\frac{3}{7}$  i  $\frac{3}{9}$

c)  $\frac{8}{9}$  i  $\frac{7}{9}$

č)  $\frac{15}{12}$  i  $\frac{11}{12}$

2. a)  $\frac{5}{6}$  i  $\frac{40}{54}$

b)  $\frac{7}{8}$  i  $\frac{5}{6}$

c)  $\frac{9}{10}$  i  $\frac{13}{50}$

č)  $\frac{10}{14}$  i  $\frac{11}{28}$

3.  $2\frac{3}{8}$  i  $2\frac{5}{8}$

b)  $1\frac{1}{10}$  i  $2\frac{1}{4}$

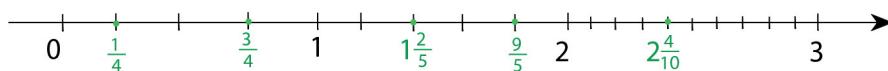
c)  $3\frac{3}{5}$  i  $3\frac{4}{5}$

č)  $13\frac{7}{9}$  i  $13\frac{7}{11}$

4. Na brojnoj pravi su označeni razlomci.

a) Koji je najmanji, a koji je najveći razlomak?

b) Podredi razlomke, počevši od najmanjeg razlomka.



5. Jelena i Viktor jedu jabuke jednake po veličini. Jelena je presekla svoju jabuku na pola i pojela jedno parče. Viktor je podijelio svoju jabuku na četiri jednakih dijela i pojeo dva parčeta. Koji od njih je pojeo više jabuke?

6. U jednoj školi dvije petine dječaka šestog razreda nosi naočare. Jedna trećina djevojčica šestog razreda nosi naočare. Ima li više dječaka nego djevojčica koji niti naočare?

7. Tri dječaka imaju istu sumu novca. Prvi dječak je potrošio  $\frac{4}{5}$  svog novca. Drugi je potrošio  $\frac{13}{30}$  svog novca, a treći  $\frac{17}{21}$  svog novca. Ko je od njih potrošio najviše, a ko najmanje novca koji je imao?

\*8. Odgonetni svaki razlomak. Zatim, podredi razlomke, počevši od najmanjeg.

razlomak 1: Razlomak je nepravi. Brojilac i imenilac se razlikuju za 2. Imenilac je drugi neparni broj.

razlomak 2: Imenilac je peti sadržioci imenioca prvog razlomka. Brojilac je treći neparan broj.

razlomak 3: Brojilac je jednak brojiocu prvog razlomka. Imenilac je za jedan veći od brojoca.

razlomak 4: Ovaj razlomak je mješoviti broj sa jednim cijelim. Brojilac pravog razlomka je jednak imeniocu prvog razlomka. Imenilac je drugi parni prirodni broj.

## UPOREĐIVANJE DECIMALNIH BROEVA

### Uvodna aktivnost

Baba Nada je pravila sok od jagoda, kajsija i breskvi.

Napravila je 12,5 litara jagoda. Napravila je 7,8 litara kajsija, a od breskve 25 litara soka.

1. Da li je napravila više soka od kajsije ili jagode?
2. Da li je napravila najviše soka od breskve?

Objasnite svoje odgovore.

**Primjer 1.** Uporedi decimalne brojeve: a) 3,4 i 2,5 b) 13,24 i 13,54

a) Prvo zapišemo decimalne brojeve kao decimalne razlomke i uporedimo ih kao razlomke sa jednakim imeniocima.

$$3,4 = 3\frac{4}{10} = \frac{34}{10} \quad 2,5 = 2\frac{5}{10} = \frac{25}{10}$$

$\frac{34}{10} > \frac{25}{10}$ , jer je  $34 > 25$ . Dobijamo da je  $3,4 > 2,5$

$$\text{b)} \quad 13,24 = 13\frac{24}{100} = \frac{1324}{100} \quad 13,54 = 13\frac{54}{100} = \frac{1354}{100}$$

$\frac{1324}{100} < \frac{1354}{100}$ , jer je  $1324 < 1353$ . Dobijamo da je  $13,24 < 13,54$ .



Decimalni brojevi sa jednakim brojem decimalnih mesta mogu se pisati bez decimalnog zareza i porediti kao prirodni brojevi.

1. Uporedi decimalne brojeve: a) 24,7 i 25,9 b) 53,54 i 53,35

**Primjer 2.** Uporedi brojeve  $\frac{7}{2}$  i 1,4

Postoji nekoliko načina za upoređivanje brojeva.

**I način:** Decimalni broj  $1,4$  zapisaćemo kao razlomak  $1\frac{4}{10} = \frac{14}{10}$ .

Razlomke  $\frac{7}{2}$  i  $\frac{14}{10}$  i svodimo na razlomke sa jednakim imenocima.

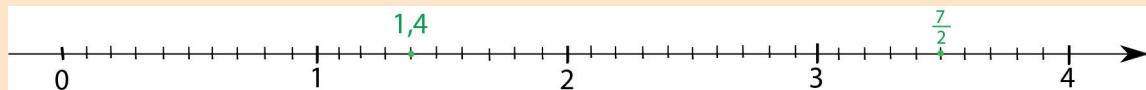
Zajednički sadržioci 2 i 5 su: 10, 20, 30, 40,...

Najmanji zajednički sadržilac je 10.

Proširujemo razlomke:

$$\frac{7}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{35}{10} \quad \text{i} \quad 1,4 = \frac{14}{10} \quad \text{Sleduje } \frac{35}{10} > \frac{14}{10}, \text{ odnosno } \frac{7}{2} > 1,4$$

**II način:** Brojeve  $\frac{7}{2}$  i  $1,4$  možemo predstaviti na brojevnoj pravoj. Iz brojevne prave utvrđujemo da je  $1,4$  bliže nuli, pa je  $\frac{7}{2} > 1,4$ .



**III način:** Razlomak  $\frac{7}{2}$  možemo napisati kao dekadni razlomak kada se brojilac i imenilac pomnože sa 5. Na taj način ćemo razlomak napisati kao decimalni broj.

$$\frac{7}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{35}{10} = 3,5. \text{ Dobijamo } 3,5 > 1,4 \text{ odnosno } \frac{7}{2} > 1,4$$

2. Uporedi brojeve: a)  $4,6$  i  $\frac{5}{4}$  b)  $12,4$  i  $11\frac{3}{15}$ .
3. Podredi decimalne brojeve  $3,56; 7.8; 12.09; 3.2; 7.2$ , počevši od:
  - a) najmanjeg broja b) najvećeg broja.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Uporedi decimalne brojeve: a)  $2,3$  i  $2,28$  b)  $43,5$  i  $43,81$ .
2. Uporedi brojeve: a)  $3,65$  i  $\frac{6}{25}$  b)  $\frac{17}{25}$  i  $1,12$
3. Koji broj treba da stoji umjesto upitnika da bi upoređivanje bilo tačno: Odredi sva moguća rešenja.
  - a)  $4,52 > 4,?9$
  - b)  $?,65 > 3,65$
  - c)  $7,52? < 7,521$
  - č)  $31,0? < 31,08$
  - ć)  $\frac{7}{?} > \frac{7}{3}$
  - d)  $\frac{4}{5} < 0,?$

- 4.** U trci puževa postignuti su sljedeći rezultati: prvi puž je prešao 7,2 cm; drugi puž 9,6 cm; treći puž je prešao 7,8 cm, četvrti je prešao 8,8 cm a peti puž 9,1 cm. Koji puž je stigao najdalje? Predstavi rezultate na brojevnoj pravi.

**\*5.** Uporedite brojeve: a)  $\frac{26}{6}$  i 4,56      b) 9,18 i  $\frac{86}{9}$       c)  $\frac{459}{28}$  i 45,7

**\*6.** Dat je skup  $S = \{0,003; 3,3; 0,03; 3,33\}$ .

Predstavite skupove  $P = \{x \mid x \in S \text{ i } x < 0,1\}$  i  $Q = \{x \mid x \in S \text{ i } x > 1\}$  Venovim dijagramom.

## PROCENTI

### Uvodna aktivnost

Cijena jedne knjige je 210 denara. Cijena knjige je povećana za  $\frac{1}{3}$  od cijene knjiga.

Koliko će knjiga koštati nakon povećanja?

**Primjer 1.** Cijena jednog proizvoda je 100 denara. Cijena je smanjena za  $\frac{1}{4}$ . Koliko će koštati proizvod nakon sniženja?

Hajde da izračunamo koliko je  $\frac{1}{4}$  od 100 denara.

Dobijamo  $100 : 4 = 25$  denara. Cijena knjige biće smanjena za 25 denara.

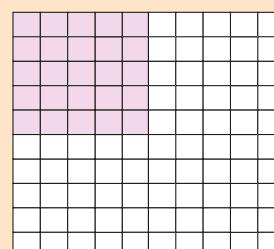
Posle sniženja cijena će biti  $100 - 25 = 75$  denara.

Ako je razlomak  $\frac{1}{4}$  proširimo za 25, onda možemo da ga zapišemo kao decimalni razlomak.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100}.$$

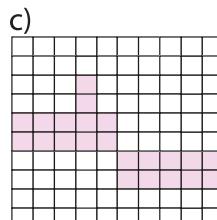
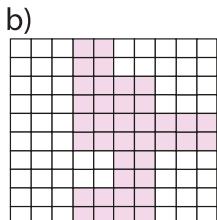
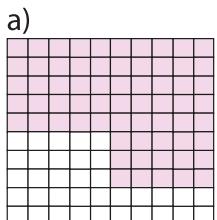
Ako sa kvadratom sa 100 malih kvadrata predstavimo 100 denara i ako obojimo 25 kvadrata, tako predstavljamo sniženje cijene. Ostalo je 75 kvadrata, to je cijena nakon sniženja.

Za dio  $\frac{25}{100}$  od cijene kažemo je 25 procenata od cijene.



$\frac{1}{100}$  od jedne cjeline se zove **jedan procent** i zapisuje se **1%**.

1. Koliki dio je obojen? Napiši dio u procentima.



2. Predstavi procente crtežom. a) 37% b) 83% c) 1%

**Primjer 2.** Zapiši razlomke kao procente. a)  $\frac{34}{100}$  b)  $\frac{76}{100}$

$$\text{a) } \frac{34}{100} = 34\%$$

$$\text{b) } \frac{76}{100} = 76\%$$

3. Zapiši razlomke kao procente.

$$\text{a) } \frac{54}{100}$$

$$\text{b) } \frac{67}{100}$$

$$\text{c) } \frac{5}{10}$$

$$\text{č) } \frac{3}{10}$$

**Primjer 3.** Zapiši procente kao razlomke. a) 7% b) 15%

$$\text{a) } 7\% = \frac{7}{100}$$

$$\text{b) } 15\% = \frac{15}{100} = \frac{15:5}{100:5} = \frac{3}{20}$$

**Primjer 4.** Zapiši procente kao decimalne brojeve.

$$\text{a) } 12\% \quad \text{b) } 236\%.$$

Prvo ih zapisujemo kao razlomke, a zatim kao decimalne brojeve.

$$\text{a) } 12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$\text{b) } 236\% = \frac{236}{100} = 2,36$$

**Primjer 5.** Zapiši decimalne brojeve kao procente: a) 2,5 b) 3,46

a) **I način:** Prvo ih zapisujemo kao razlomke, zatim ih proširujemo do razlomka sa imeniocem 100.

$$2,5 = 2\frac{5}{10} = \frac{25}{10} = \frac{25 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{250}{100} = 250\%$$

**II način:** Dopisivanjem 0 na kraju broja ne mijenja se njegova vrijednost.

$$2,5 = 2,50 = 2\frac{50}{100} = \frac{250}{100} = 250\%$$

$$\text{b)} 3,46 = 3\frac{46}{100} = \frac{346}{100} = 346\%$$

**4.** Zapiši brojeve kao procente.

- |                    |                   |                     |         |
|--------------------|-------------------|---------------------|---------|
| a) $\frac{3}{4}$   | b) $\frac{7}{20}$ | c) 1,2              | č) 6,25 |
| ć) $\frac{13}{50}$ | d) 0,5            | dž) $\frac{18}{25}$ |         |

**5.** Zapiši procente kao razlomke i decimalne brojeve.

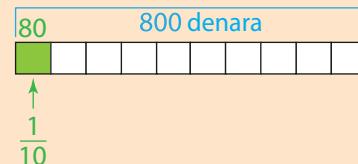
- |        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) 17% | b) 25% | c) 35%  | č) 120% |
| ć) 75% | d) 36% | dž) 19% | đ) 5%   |

**Primjer 6.** Jedna bluza košta 800 denara. Izračunaj cijenu proizvoda sa popustom od 10%.

10% od 800 denara je jednaka  $\frac{1}{10}$  od 800 denara

Računamo sniženje  $800 : 10 = 80$  denara

Cijena nakon sniženja je  $800 - 80 = 720$  denara.



**6.** Jeden proizvod košta 1200 denara. Cijena proizvoda je uvećana 15%. Koliko košta proizvod nakon povećavanja cijene?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Koji brojevi treba da stoje na mjestu upitnika da bi bile tačne jednakosti.

- |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $17\% = \frac{?}{100}$ | b) $65\% = \frac{?}{100}$ | c) $34\% = \frac{?}{100}$ |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|

**2.** Zapiši razlomke kao procente.

- a)  $\frac{55}{100}$       b)  $\frac{8}{19}$       c)  $\frac{9}{100}$       č)  $\frac{9}{10}$

**3.** Decimalne brojeve zapiši kao procente.

- a) 0,08      b) 0,8      c) 0,32      č) 1,34

**4.** Prepiši ih i dopuni tabele.

a)

razlomak	decimalni broj	procenat
$\frac{1}{20}$	0,05	5%
	0,125	
		20%
$\frac{9}{25}$	0,36	

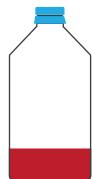
b)

razlomak	decimalni broj	procenat
$\frac{1}{10}$		
		25%
	5,6	
$\frac{4}{5}$		

**\*5.** Napravi procjenu i odredi koliko soka ima u svakoj flaši.

- a) 30%      b) 90%      c) 40%      č) 20%

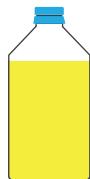
1)



2)



3)



4)



**\*6.** Ile je dobijao 400 denara mjesecni džeparac. Ali, su njegovi roditelji odlučili da povećaju mjesecni džeparac za 30%. Koliko iznosi džeparac poslije povećanja?

**\*7.** Proizvodnja jedne male tekstilne fabrike u poređenju sa prethodnim mjesecom se umanjila za 15%. Ako je prethodni mjesec fabrika izradila 28000 proizvoda, odredi:

- a) Za koliki broj proizvoda je umanjeno proizvodnja?  
b) Koliko proizvoda je izradila fabrika ovog mjeseca?

**\*8.** Ako je 30% od 300 90, onda koliko je:

- a) 15% od 300      b) 10% od 300      c) 60% od 300      č) 20% od 300

## RAZMJER

### Uvodna aktivnost

Valentina, Meri, Sime i Abdurahman opisuju ukus voćnog soka od maline i borovnica. Jedan od njih opisuje drugačiji voćni sok? Odredi koji!

Valentina:  $\frac{1}{4}$  od soka je sok od borovnice.

Meri: Na svake četiri maline ima po jedna borovnica.

Sime: Na svaku borovnicu ima po tri maline.

Abdurahman:  $\frac{3}{4}$  od soka je sok od malina.

**Primjer 1.** U jednoj kutiji ima 20 čokoladnih bombona, od kojih 16 crnih i 4 bijelih čokolada.

Koliko grupa čokolada možeš da napraviš tako da u svakoj grupi ima isti broj crnih i bijelih čokolada?

I način: Na 4 crnih ima 1 bijela čokolada.



$$16 : 4$$



Možemo da zapišemo  $4 : 1$  i čitamo „na četiri crnih čokolada ima 1 bijela čokolada“.

Ili se kratko čita „četiri prema jedan“. Ovako možemo da formiramo četiri grupe tako da u svakoj od njih na 4 crne čokolade ima 1 bijela čokolada.

II način: Na 1 bijelu čokoladu ima 4 crnih čokolada.



$$4 : 16$$



Možemo da zapišemo  $1 : 4$  i kratko čitamo „jedan prema četiri“.

Ovako možemo da formiramo četiri grupe tako da u svakoj od njih za svaku bijelu čokoladu ima 4 crnih čokolada.

**Razmjer** ili saodnos je količnik od dva neimenovana broja ili od mjernih brojeva dvije istorodne veličine mjereneih u istoj mjernoj jedinici.

**Primjer 2.** Na jednu ekskurziju su otišli učenici i nastavnici. Na svakih 15 učenika, je bilo po 2 nastavnika. Napiši razmjer nastavnika prema učenicima.

Bilo je po 2 nastavnika na svaka 15 učenika, razmjer će biti  $2 : 15$ .

1. Pogledaj bisere na đerdanu.

- Koji dio bisera su crveni?
- Koji dio bisera su plavi?
- Koji je saodnos crvenih i bijelih bisera?



2. U jednoj cvjećari ima 52 crvenih i bijelih ruža. Odredi saodnos crvenih nasuprot bijelih ruža, ako se zna da ima 25 bijelih ruža.

**Primjer 3.** U jednoj kutiji ima 32 sportska rekvizita. Na svakih 6 lopti ima 2 konopca. Koliko lopti ima u kutiji, a koliko konopaca?

Lopte i konopci su u odnosu  $6 : 2$ .

Koliko grupa ima od 6 lopti i 2 konopca?

6 lopti + 2 konopca su 8 rekvizita u svakoj grupi, znači  $32 : 8 = 4$  grupa.

Dobijamo

4 grupe po 6 lopti ukupno 24 lopti.

4 grupa po 2 konopca ukupno 8 konopaca.



3. Za svoj rođendan Alen je imao gusti sok od višnje koji je trebao da se rastvori da bi dobio više čaša soka. Njegova majka je rekla da se na jednu čašu gustoga soka stavljuju tri čaše vode.

- Zapiši saodnos gustog soka i vode.

- Kako treba da postupi Alen da bi dobio:

- četiri čaše soka
- dvanaest čaša soka
- jednu čašu soka

Objasni tvoj odgovor pomoću dijagrama.

- 4.** U jednom razredu je bilo 36 učenika. Razmjer između djevojčica i dječaka je bio  $4 : 5$ . Koliko djevojčica, a koliko je dječaka bilo u razredu?

**Primjer 4.** U prodavnici za igračke imaju lutke, medvjediće, autiče i kocke.

- a) Lutke i medvjedići su u saodnosu  $3 : 1$ . Koliko ima lutki, ako ima 12 medvjedića?

Saodnos čitamo „na 3 lutke ima 1 meče“.

Znači, na 12 medvjedića imaće  $3 \cdot 12 = 36$  lutaka.

- b) Autiči i kocke su u saodnosu  $12 : 5$ . Koliko ima kocki, ako ima 24 autiča?

U saodnosu autića nasuprot kocki, odnosno iz  $12 : 5$  dobijamo da na 12 autića ima 5 kocki.

$24 \text{ autića} : 12 = 2$ , pa imamo 2 grupe od autića i kocki u datom saodnosu.

Ima 2 grupe, a u svakoj od njih ima po 5 kocki, pa za broj kocki se dobija  $5 \cdot 2 = 10$ .

- 5.** U jednom voćnjaku imaju drva sa jabukama i drva sa kruškama u saodnosu  $1 : 3$ . Koliko ima drva krušaka, ako se zna da ima 40 drva jabuka?

- 6.** Daniel ima crvene i šarene klikere u saodnosu  $2 : 5$ . Koliko ima šarenih klikera, ako se zna da ima 30 crvenih klikera?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

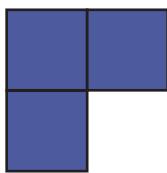
- U jednoj kutiji ima banana i jabuka. Ukupno ima 130 parčadi. Saodnos banana i jabuka je  $2 : 3$ .
  - Objasni šta znači  $2 : 3$ .
  - U koliko grupa možeš da grupiraš banane i jabuke, tako da saodnos banana i jabuka bude  $2 : 3$ ?
  - Po koliko komada od svakog vrsta voća ima u kutiji?
- Za tortu je potrebno 10 jaja i 20 kašika šećera. U kakvom razmjeru su jaja i šećer? Objasni šta znači to.
- U jednoj kutiji ima 45 balona. 30 je bilo crvenih, a drugi su bili plavi. U kakvom razmjeru su crveni u odnosu na plave balone?

- 4.** U matematičkoj sekciji ima 27 članova. Od njih, 14 su dječaci.
- Odredi razmjer dječaka prema djevojčicama u sekciji.
  - Koliki dio su dječaci, a koliki dio su djevojčice u sekciji?
- 5.** Ana treba da kupi 75 čokoladi, bijelih i crnih. Saodnos crnih prema bijelim čokoladama treba da bude  $5 : 10$ .
- Koliko crnih, a koliko bijelih čokolada treba da kupi?
  - Koliko joj novca treba, ako jedna crna čokolada košta 35 denara, a jedna bijela čokolada košta 40 denara?
- \*6.** U knjižari na jednoj polici ima olovki i gumica. Za svaku olovku ima po 2 gumice.
- Ako je bilo 60 olovki, koliko gumica je bilo u knjižari?
  - Ako je bilo 70 gumica, koliko ukupno olovaka i gumica ima na polici?
  - Ako na polici ima ukupno 300 olovaka i gumica po koliko ima od svake vrste?
- \*7.** Nina hoće da napravi sok od narandži i šargarepe u razmjeru  $7 : 2$ . Ima 25 litara soka od narandže i 10 litara soka od šargarepe. Odredi najveću količinu miješanog soka koji može da napravi Nina.

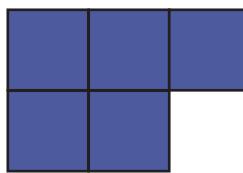
## ZADACI ZA SAMOOCJENJVANjE

Riješi zadatke. Zatim, se samoocjeni pomoću date ček liste.

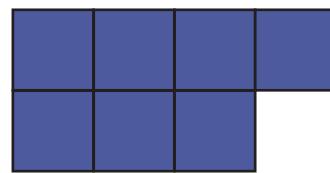
- 1.** Napiši prave podskupove skupa  $F = \{m, n, \Delta\}$ .
- 2.** Zapiši broj 455 rimskim ciframa.
- 3.** Koji od razlomaka  $\frac{1}{2}, \frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{2}{8}$  NIJE jednak sa preostalima?
- 4.** Broj 2,45 zaokruži na jedno decimalno mjesto.
- 5.** Razmjer mape pokazuje da 1 centimetar na mapi predstavlja 5 kilometara na zemljji. Rastojanje između dva grada na mapi je 9 centimetra. Na koliko kilometara udaljenosti su dva grada?
  - a) 5 km
  - b) 9 km
  - c) 35 km
  - č) 45 km
- 6.** Zapiši procente kao razlomke i decimalne brojeve.
  - a) 28%
  - b) 9%
  - c) 70%
  - č) 105%
- 7.** Broj 345578 zaokružen na najbližu hiljadu je
  - a) 345000
  - b) 345600
  - c) 346000
  - č) 355000
- 8.** Igor ređa kvadrate u oblicima na sljedeći način:



oblik 1



oblik 2



oblik 3

- Koliko kvadrata je potrebno Bojanu da bi napravio oblik 16?
- a) 16
  - b) 17
  - c) 32
  - č) 33
- 9.** Dat je skup  $M = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$ . Predstavi skup na opisni način.
  - 10.** U jednoj prodavnici u toku sedam dana su se potrošile sljedeće količine brašna:  $\frac{51}{2}$  kg,  $\frac{61}{2}$  kg,  $\frac{52}{8}$  kg,  $\frac{26}{5}$  kg,  $\frac{26}{5}$  kg,  $\frac{52}{3}$  kg i  $\frac{51}{3}$  kg. Kojeg dana se potrošilo najmanje brašna?
  - 11.** Dat je niz 5, 7, 9, .... Koji je četrdeset i prvi član niza? Odredi pravilo da nađeš četrdeset i prvog člana. Objasni tvoj odgovor.
  - 12.** Brojeve  $-56; -40; 0; \frac{33}{5}; 4,4$  predstavi na brojevnoj pravi.

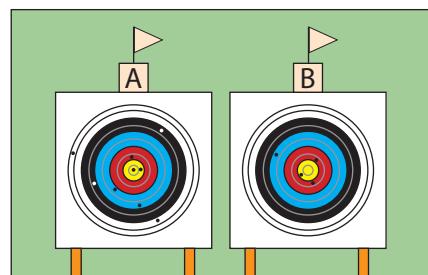
### Ček – lista za samoocjenjivanje prema standardima za ocjenjivanje

Ja mogu da:			
zapišem podskup i pravi podskup datog skupa.			
predstavljam skup na tabelarni, grafički i opisni način.			
zaokružim prirodne brojeve na najbližu 10, 100 ili 1000.			
zapišem brojeve zapisanih arapskim ciframa rimskim ciframa i obratno.			
brojem unaprijed i unazad sa negativnim cijelim brojevima, pozitivnim racionalnim brojevima i da dopunim niz sa cijelim brojevima i pozitivnim racionalnim brojevima.			
predstavljam cijele i pozitivne racionalne brojeve na brojevnoj pravi.			
podređujem i da upoređujem cijele brojeve i pozitivne racionalne brojeve.			
odredim procenat od oblika i prirodnih brojeva.			
rješavam jednostavne probleme sa razmjerom.			

### Zadatak za 5+

Abdurahman i Vanja igraju pikado. Na slikama su prikazani njihovi rezultati.

Koliko poena je postigao Abdurahman, ako se zna da je Vanjin ukupni rezultat 55 i da se različiti poeni dobijaju u deset zona u rastećoj vrijednosti prema centru?



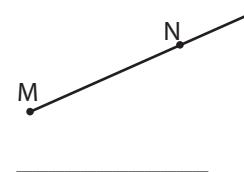
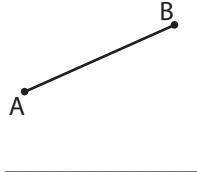
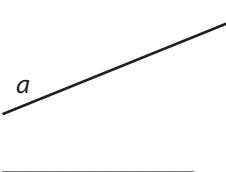
Učenjem ove teme osposobićeš se da:

- 1.** rješavaš probleme iz svakodnevnog konteksta korišćenjem pojmove duž i ugao;
- 2.** koristiš pojmove kružnica, krug, uzajamni položaj kružnice i tačke, prave i kružnice, u svakodnevnom kontekstu;
- 3.** rješavaš probleme trougla korišćenjem pojmove: ortocentar, težište, upisana i opisana kružnica i zbir uglova u trouglu;
- 4.** opisuješ i crtaš mreže 3D-oblika (prizma, piramida i valjak);
- 5.** koristiš promjenu položaja mnogougaonika sa osnom simetrijom, translacijom ili rotacijom za 900 oko jednog njegovog temena u svakodnevnom kontekstu.

## PRAVA. DUŽ

### Uvodna aktivnost

Imenuj geometriske pojmove koje vidiš na crtežima.



Za **tačku** možemo da kažemo da je trag koji ostavlja vrh olovke ako je prislonimo na list sveske, vrh krede na tabli, zrno pijeska i sl. Tačke imenujemo velikim latiničnim slovima.

Na crtežu su date tačke A, B, C, D, E i F.

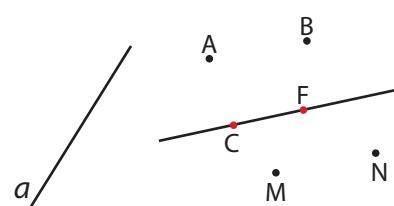
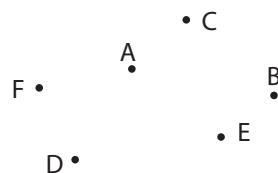
**Prava** je skup tačaka u jednoj ravni. Ravan možemo da zamislimo kao list papira na kojem pišemo, školsko dvorište, pod u učionici, površina mirne vode u jezeru itd. Prava nema početak i nema kraj.

Prave imenujemo ili malim latiničnim slovima  $a, b, c, p, q, r, \dots$  ili sa dvije proizvoljne tačke prave, na primjer prava AB.

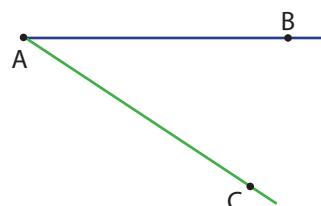
Na crtežu su date dvije prave imenovane kao prava  $a$  i prava CF (ili FC).

Ako na pravoj  $b$  odaberemo tačku A, onda tačka A dijeli pravu na dva dijela. Svaki od ta dva dijela prave  $b$  se naziva poluprava sa početnom tačkom (ili početak) A. Početna tačka ili granična tačka na polupravoj može da se označi velikim latiničnim slovima: A, B, C, D, O, ... Poluprava ima početnu tačku, ali nema krajnju tačku.

Poluprave obilježavamo sa dvije tačke i to: početna tačka i jedna tačka koja leži na njoj. Na crtežu su predstavljene dvije poluprave AB i AC sa početnom tačkom A.



Redoslijed slova u oznaci za pravu nije važan. CF i FC su oznake za istu pravu.



Redoslijed slova u oznaci za polupravu je važan. AB i BA su oznake za različite poluprave.

**Primjer 1.**

Na pravi s su izabrane dvije tačke A i B. Imamo dvije poluprave i to polupravu AB i polupravu BA.

Zajednički dio ovih polupravki je od tačke A do tačke B.  
Taj dio prave se zove **duž**.



Duž je potpuno ograničena njenim krajnjim tačkama.

Može da se desi da smo sa AB označili pravu, polupravu i duž. Da ne bi bilo zabune, prije oznake AB treba da se zapiše odgovarajuća riječ: prava AB, poluprava AB, duž AB.

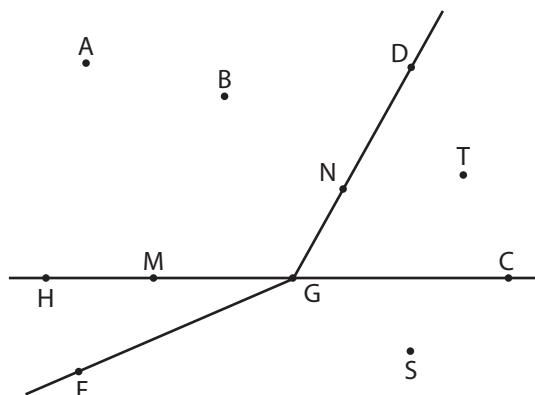


Redoslijed slova u oznaci duži nije važan. AB i BA su oznake za istu duž.

Duži možemo da označavamo i malim latinični slovima  $a, b, c, d, \dots$ , ali isto tako prije oznake treba da se zapiše riječ „duž“, na primjer: duž  $p$ .

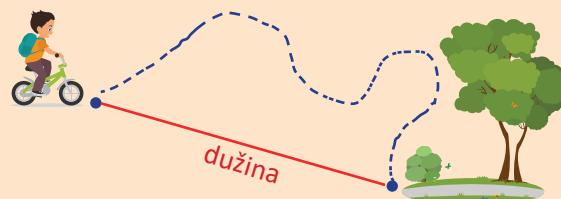
**1.** Sa crteža, odredi tačnost tvrdnji.

- a)A \in polupravi GD**
- b)M \in pravi CH**
- c)F \notin polupravi GC**
- č)S \notin duži CG**
- ć)T \in duži DN**

**Primjer 2.**

Luka hoće brzo da stigne do parka.  
Po kojoj stazi treba da se kreće Luka?

Luka treba da se kreće po crvenoj stazi,  
jer je tada rastojanje između dvije tačke najkraće.



U svakodnevnom životu često koristimo pojам rastojanje, odnosno udaljenost. Na primjer:  
rastojanje od kuće do škole, rastojanje između dva grada, dvije kuće, dva drveta itd.

Rastojanje između dvije tačke A i B se označava sa  $\overline{AB}$  i naziva se još i **dužina duži AB**.



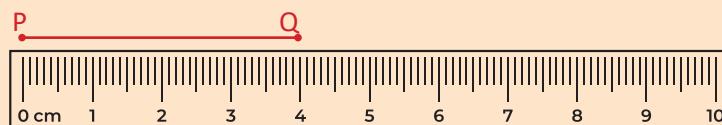
Dužina između dvije tačke je najkraće rastojanje između te dvije tačke.

Dužinu svake duži mjerimo lenjirom i izražavamo je u jedinici mjeri za dužinu: mm, cm, dm, m i km.

### Primjer 3.

Izmjeri dužinu duži PQ.

Broj 0 sa lenjira postavljamo u početnoj tački P. Čitamo broj sa lenjira koji odgovara krajnjoj tački Q. Duž ima dužinu 4 cm i zapisujemo  $\overline{PQ} = 4 \text{ cm}$ .

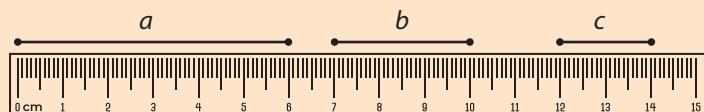


2. Nacrtaj i obilježi tri duži. Zapiši dužinu svake duži koje si nacrtao.

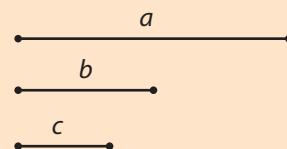
### Primjer 4.

Uporedi dužine duži  $a$ ,  $b$  i  $c$ .

Mjerimo dužine duži lenjirom. Zapisujemo ih istom mjernom jedinicom. Zatim, upoređujemo dobijene brojeve.

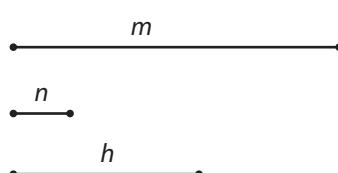


$$a = 6 \text{ cm} \quad b = 3 \text{ cm} \quad c = 2 \text{ cm}$$



Duž  $a$  ima najveću dužinu, a duž  $c$  ima najmanju dužinu. Duž  $b$  je manja od  $a$ , ali je veća od  $c$ . Zapisujemo  $a < b < c$ .

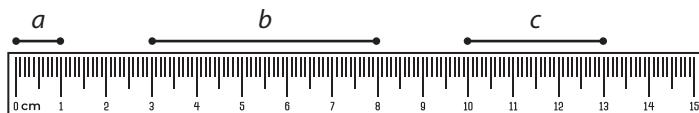
3. Poređaj po veličini dužine duži, počevši od najmanje.



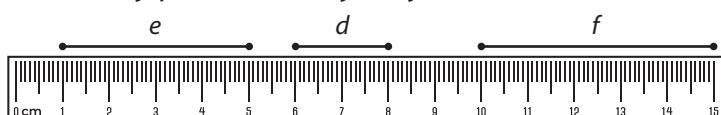
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Poređaj po veličini dužine duži prema zahtjevima. Zatim je izmjeri i zapiši dužinu svake duži.

a) Poređaj, počevši od najveće duži.

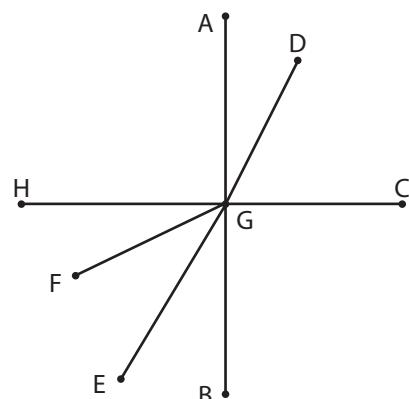


b) Poređaj, počevši od najmanje duži.



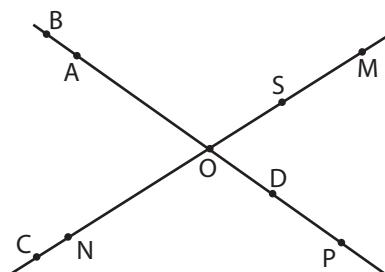
2. Izmjeri duži na crtežu.

Odredi parove duži koji su jednaki po dužini.



3. Precrtaj crtež u svesci. Zatim zapiši:

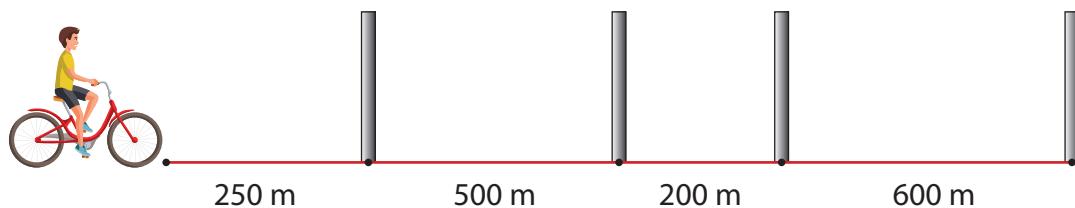
- a) tačke koje pripadaju pravu AP
- b) poluprave sa početnom tačkom S
- c) duži koje leže na pravu MN
- č) poluprave sa početnom tačkom O
- ć) duži sa krajnjom tačkom C



# SABIRANjE I ODUZIMANjE DUŽINE DUŽI

## Uvodna aktivnost

Jedan biciklista trenira za maraton. Dok vozi, primjećuje dužinu svakog pređenog dijela staze između dva stuba. Kako da izračunamo koliki je put prešao biciklista od početka do poslednjeg stuba?



**Primjer 1.** Odredi zbir dužina duži  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ , ako  $\overline{AB} = 33 \text{ mm}$ ,  
 $\overline{CD} = 65 \text{ mm}$ .

Da označimo duži  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{CD} = b$ .

Duž zbir ćemo označiti sa  $c$ .

$$a = 33 \text{ mm}, b = 65 \text{ mm}$$

$$c = a + b$$

$$c = 33 + 65$$

$$c = 98 \text{ mm}$$

Da odredimo koliki je zbir dvije ili više duži treba da znamo njihovu dužinu u istoj mjernoj jedinici i da ih saberemo. Ovaj način sabiranja dužine duži se naziva **aritmetičko** sabiranje. Takođe, možemo da izračunamo razliku dužina dviju ili više duži.

**Primjer 2.** Izračunaj aritmetičku razliku dužina duži  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ , ako  $\overline{AB} = 33 \text{ mm}$  i  $\overline{CD} = 65 \text{ mm}$ .

Da bi aritmetički izračunali razliku dužina duži treba od duže duži da oduzmemo kraću duž, izražene u istoj mjernoj jedinici.

Da označimo duži  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{CD} = b$ .

Duž koja predstavlja razliku označićemo sa  $d$ .

$$a = 33 \text{ mm}, b = 65 \text{ mm}$$

$$d = b - a$$

$$d = 65 - 33$$

$$d = 32 \text{ mm}$$

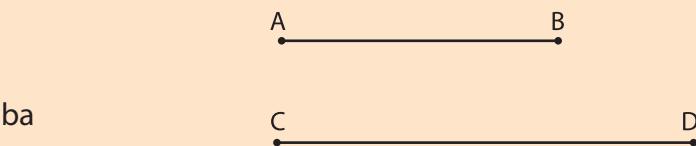
1. Ana putuje pješice 2 časa. Prvi čas je prešla 23000 m puta, a drugi čas je prešla 500 m manje. Koliko je puta prešla Ana za 2 časa?

Drugi način sabiranja i oduzimanja dveju duži je **grafičko** sabiranje i oduzimanje. Za ovaj način sabiranja i oduzimanja duži treba da paziš da tačno izmjeriš dužinu duži i da tačno lenjirom izmjeriš prenošenje duži na polupravu.

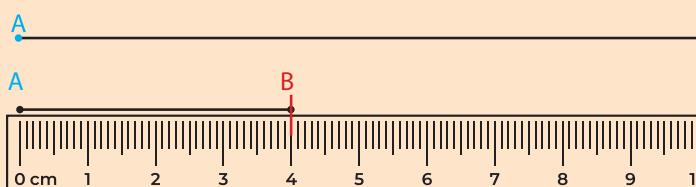
**Primjer 3.** Odredi zbir duži  $a$  i  $b$ , date na crtežu.

Da bi odredili zbir duži  $a$  i  $b$ , duži treba da prenesemo na jednu zajedničku polupravu.

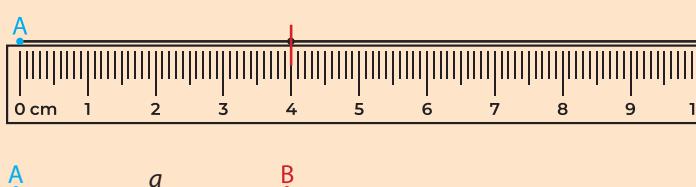
1) Crtamo jednu polupravu sa početnom tačkom A.



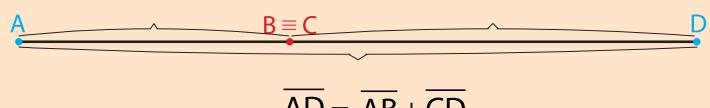
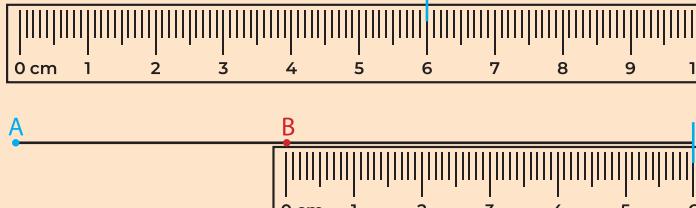
2) Mjerimo dužinu duži AB i prenosimo je na polupravu sa početkom u A. Sa B obilježavamo krajnju tačku duži AB.



3) Mjerimo dužinu duži CD i prenosimo na polupravu, tako što će se početna tačka duži CD podudarati sa krajnjom tačkom duži AB.



Ovo se naziva **nadovezivanje unaprijed** duži.



$$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{CD}$$

Duž AD je zbir duži AB i CD.

U ovom slučaju za dužinu duži AD važi  
 $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{CD}$ .

Više od dvije duži grafički se sabiraju na isti način tako što se nadovezuju jedna na drugu.

Da bi označili da tačke B i S podudaraju koristimo znak  $\equiv$ .



**Primjer 4.** Odredi grafički razliku duži AB i CD, datih na crtežu.

Da bi odredili razliku duži AB i CD, duži treba da prenesemo na jednu zajedničku polupravu.

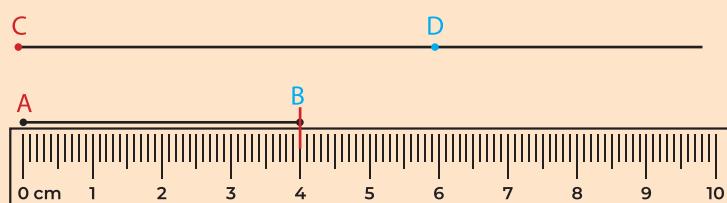
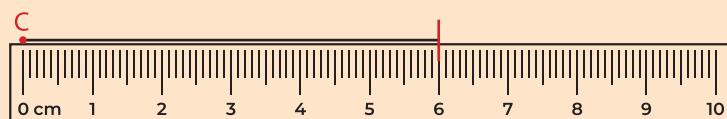
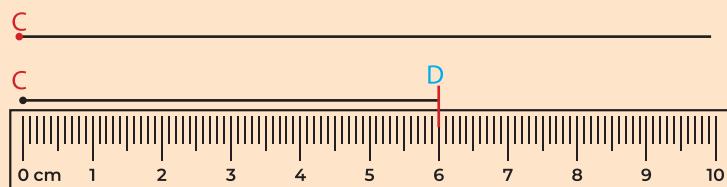
1) Crtamo jednu polupravu sa početnom tačkom C.

2) Zato što duž CD ima veću dužinu, prvo mjerimo dužinu duži CD i prenosimo je na polupravu sa početkom S. Sa D obilježavamo krajnju tačku duži CD.



3) Mjerimo dužinu duži AB i prenosimo je na polupravu, tako što će se krajnja tačka duži AB podudariti sa krajnjom tačkom duži CD.

Ovo se naziva **nadovezivanje duži** unazad.



$$\overline{CA} = \overline{CD} - \overline{AB}$$

Duž CA je razlika duži CD i AB.

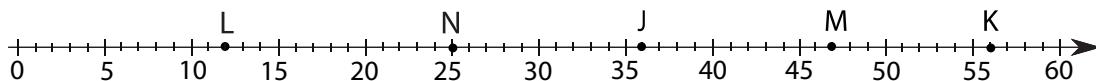
2. Nacrtaj duži MN i PQ, tako da  $\overline{MN} = 7,5$  cm i  $\overline{PQ} = 4,3$  cm. Oduzmi ih grafički, a zatim ih oduzmi aritmetički. Provjeri da li se dužina duži dobijena grafički podudara sa dužinom duži izračunatom aritmetički. Ako se ne podudara pazi da je tačno izmjeriš i nacrtas.
3. Izračunaj dužinu duži LM, ako je dato da:  
 $\overline{KL} = 31$  mm,  $\overline{MN} = 15$  mm i  $\overline{KN} = 60$  mm.



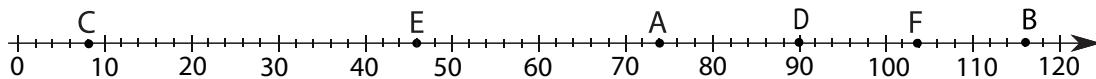
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Koristeći crteže, odredi tražene dužine.

a)  $\overline{LM}$ ,  $\overline{LN}$ ,  $\overline{NK} - \overline{JM}$ ,  $\overline{JK} + \overline{NJ}$

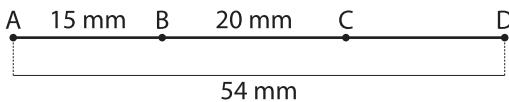


b)  $\overline{CB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{EF} - \overline{AF}$ ,  $\overline{AD} + \overline{FB}$

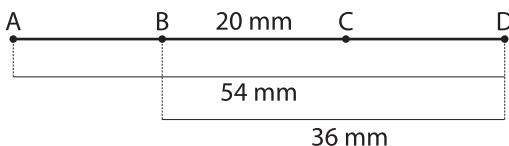


2. Koristeći podatke na crtežima, odredi dužine traženih duži.

a)  $\overline{BD} = ?$



b)  $\overline{AC} = ?$



\*3. Tačke A, B i C pripadaju istoj pravoj. Odredi dužinu duži AC, ako  $\overline{AB} = 12 \text{ mm}$  i  $\overline{BC} = 8 \text{ mm}$ . Koliko mogućnosti ima za tačku S? Objasni tvoj odgovor.

\*4. Nacrtaj duž  $\overline{CD} = 10 \text{ cm}$ . Tačke M, N i T leže na duži CD, tako što  $\overline{SM} = 2 \text{ cm}$ ,  $\overline{TD} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{CN} = \overline{ND}$ . Odredi dužine duži MN, NT i CT.

# UZAJAMNO NORMALNE I UZAJAMNO PARALELNE PRAVE

## Uvodna aktivnost

Razgledaj sliku.

Kakve su prave koje prolaze kroz strane table, prozora, klupa i stolica?

Da li imaju zajedničke tačke?

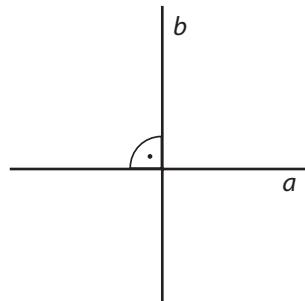


prave $m$ i $n$ <b>se podudaraju</b>	prave $a$ i $b$ <b>se sjeku</b>	prave $c$ i $d$ <b>su paralelne</b>

Uzajamni položaj dvije prave u ravni može da bude:

- 1) Prave  $m$  i  $n$  **se podudaraju** ako su im sve tačke zajedničke i pišemo  $m \equiv n$ .
- 2) Prave  $a$  i  $b$  **se sjeku** ako imaju jednu zajedničku tačku.
- 3) Prave  $c$  i  $d$  **su paralelne** ako nemaju ni jednu zajedničku tačku.

Prave  $a$  i  $b$  su **uzajamno normalne** ako se sjeku i pritom obrazuju četiri prava ugla.



**Primjer 1.** Prema podatcima na crtežima:

a) Napiši parove paralelnih pravi.

Parovi paralelnih prava su: AB i CD, AD i BC.

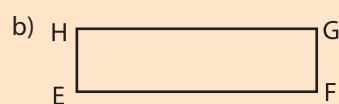
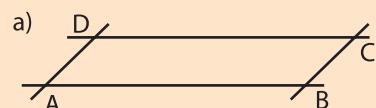
b) Napiši prave koje su uzajamno normalne.

Uzajamno normalne prave su:

EF i EH, EF i FG, GH i FG, GH i HE.

c) Koje prave se sjeku sa pravom AB?

Sa pravom AB sjeku se prave: AE i BF.



### Kako da nacrtamo paralelne prave sa dva lenjira?

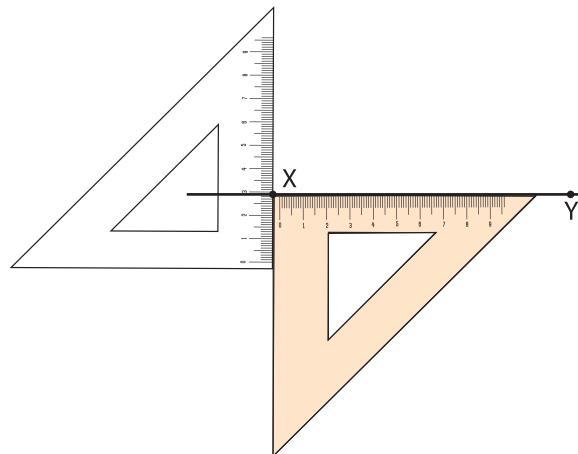
Nacrtaj pravu i označi dvije tačke koje leže na njoj.



Neka su označene tačke X i Y.

Jedan od načina je:

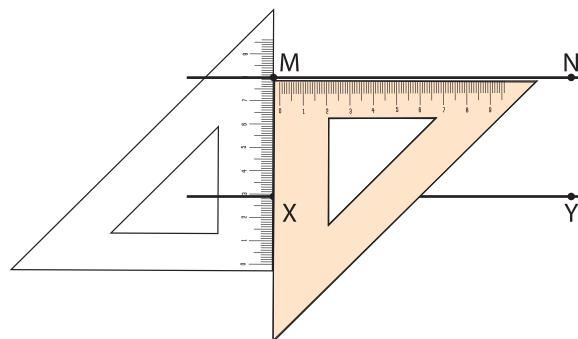
U jednu tačku postavi lenjire tako što se dva lenjira dodiruju pod pravim uglom (kao na slici).



U ovom slučaju u tački H postavljamo dva lenjira.

Pomjeri jedan lenjir dole ili gore i nacrtaj novu pravu.

U našem slučaju, lenjir pomjeramo gore i crtamo pravu MN.  
Zapisujemo  $MN \parallel XY$ .



1. Nacrtaj dvije paralelne prave u tvojoj svesci i imenuj ih.
2. Nacrtaj pravu  $r$  i tačku  $A$  koja ne leži na njoj. Zatim, nacrtaj pravu  $b$  što prolazi kroz  $A$  i  $b \parallel r$ .

**Kako lenjirom da nacrtamo uzajamno normalnu pravu kroz tačku koja leži na dotoj pravi?**

Jedan od načina je:

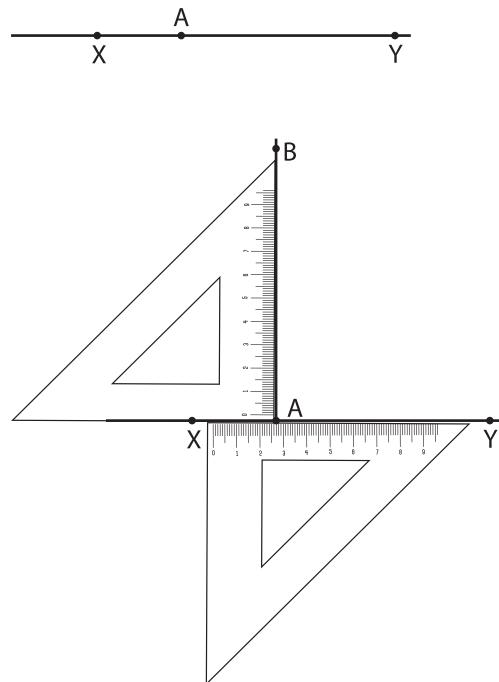
Nacrtaj pravu i označi jednu tačku koja leži na njoj.

Neka je data prava  $XY$  i neka tačka  $A$  leži na pravi  $XY$  ( $A \in XY$ ).

Kroz tačku  $A$  postavi lenjire tako da se oba lenjira dodiruju pod pravim uglom (kao na slici).

Nacrtaj pravu  $AB$  koja je uzajamno normalna sa pravom  $XY$ .

Zapisujemo  $MN \perp XY$



3. U tvojoj svesci nacrtaj jednu pravu i tačku koja leži na njoj. Zatim, kroz označenu tačku nacrtaj pravu koja je normalna dotoj pravoj.

**Kako lenjirom da nacrtamo uzajamno normalnu pravu kroz tačku koja ne leži na dotoj pravoj?**

Nacrtaj pravu i označi tačku koja ne leži na njoj.

Neka je data prava  $XY$  i neka tačka  $A$  ne leži na pravoj  $XY$  ( $A \notin XY$ )

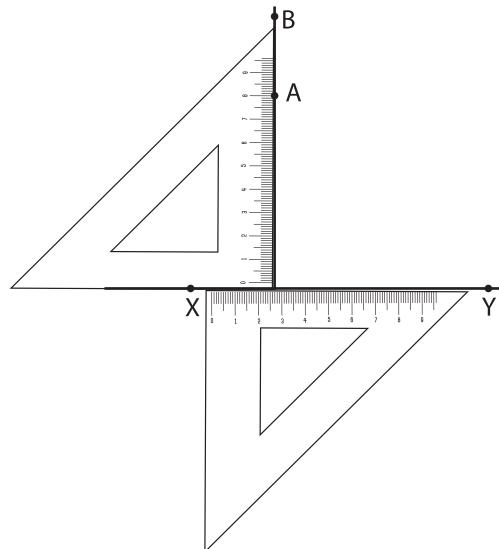
• A



Jedan od načina je:

Kroz tačku A postavi lenjire tako da se oba lenjira dodiruju pod pravim ugлом (kao na slici).

Nacrtaj pravu AB koja je uzajamno normalna sa pravom XY. Zapisujemo  $AB \perp XY$ .



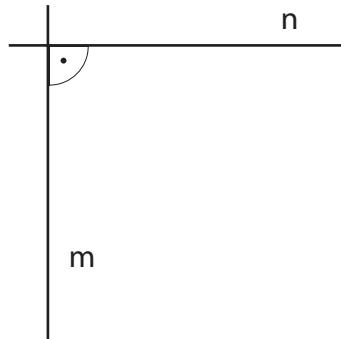
### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi uzajamni položaj datih pravi.

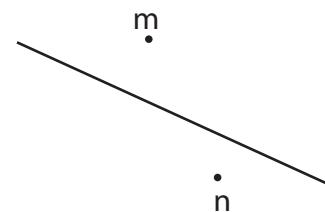
a)



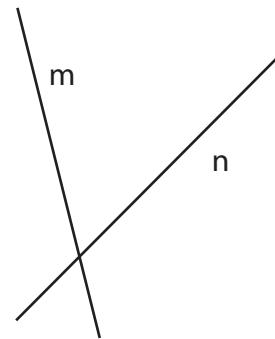
b)



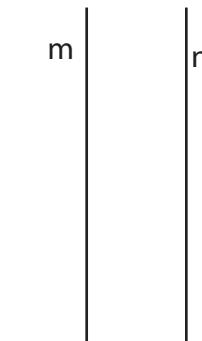
c)



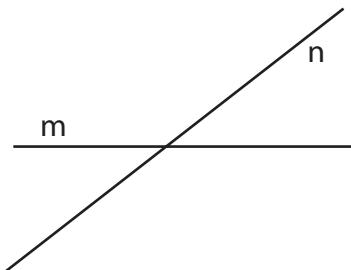
č)



č)



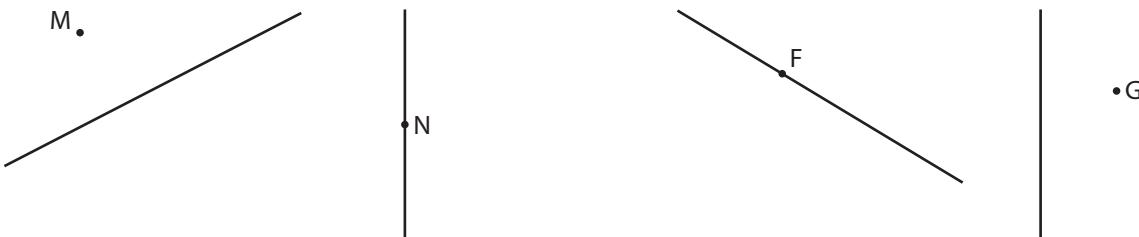
d)



**2.** U svesci precrtaj date prave. Zatim, kroz datu tačku, nacrtaj pravu koja je:

a) paralelna dатој pravoj

b) uzajamno normalna sa datom pravom



\***3.** U ravni označi tačku M. Nacrtaj četiri prave a, b, c, d koje prolaze kroz tačku M, tako da su prave b i d uzajamno normalne.

\***4.** Razmisli, kakav bi bio svijet bez paralelnih i uzajamno normalnih pravi? Razgledaj slike i navedi druge primjere.

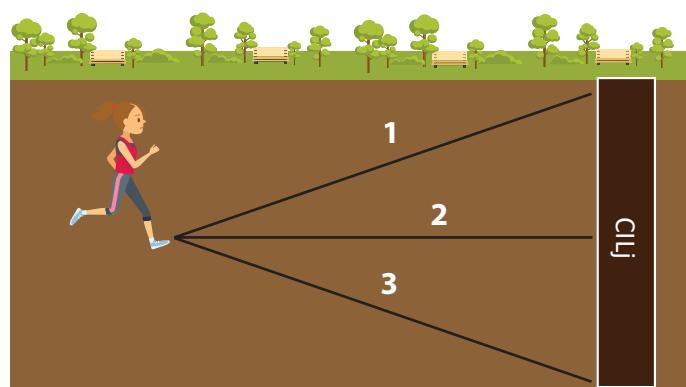


## RASTOJANJE OD TAČKE DO PRAVE

### Uvodna aktivnost

Trkač treba da stigne najbrže do cilja. Po kojoj stazi treba da se kreće?

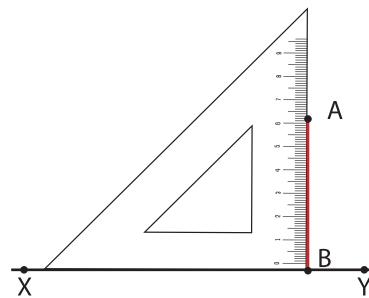
Prema slici, staza broj 2 je najkraća. Znači, ako trči po toj stazi stići će najbrže.



Staza 2 je najkraća jer je uzajamno normalna sa pravom koja prolazi kroz cilj.

## Kako da odredimo rastojanje od tačke do prave?

Kroz točku A povlačimo normalu prema pravi XY, pa ćemo presječnu tačku normale spuštenu od A i prave XY označiti sa B. Dužina duži AB je najkraće rastojanje od tačke do prave.



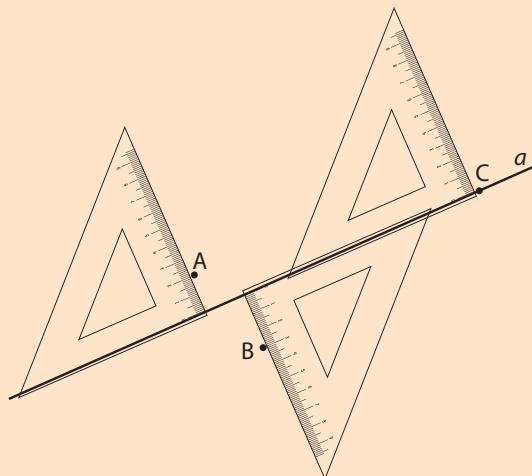
Rastojanje od tačke A, koja ne leži na pravi XY, do prave XY je jednako dužini duži AB gdje je B presjek normale povučene od tačke A prema pravi XY.

**Primjer 1.** Odredi rastojanje od točki A, B i C do prave  $a$ .

Rastojanje od tačke A do prave  $a$  je 2 cm.

Rastojanje od tačke B do prave  $a$  je 3 cm.

Rastojanje od tačke C do prave  $a$  je 0 cm jer tačka C leži na pravi  $a$  ( $C \in a$ ).



Ako tačka leži na pravi, rastojanje od te tačke do prave je 0.

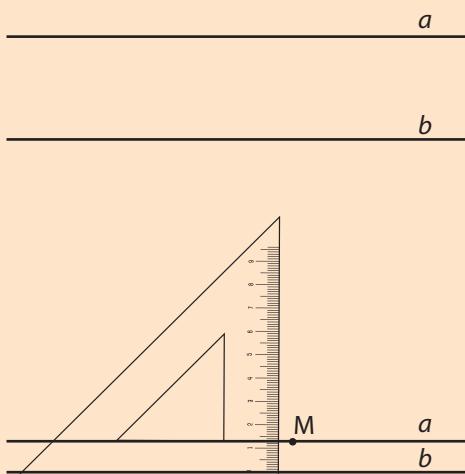
**Primjer 2.** Odredi rastojanje između paralelnih prava  $a$  i  $b$ .

Biramo proizvoljnu tačku M na pravi  $a$ .

Zatim, određujemo rastojanje od tačke M do prave  $b$ .

Rastojanje od M do  $b$  je 13 mm.

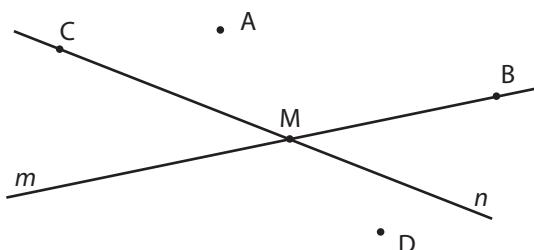
Prema tome, rastojanje između pravih je 13 mm.



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

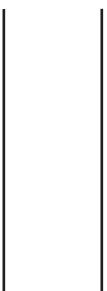
Da bi riješio zadatke, precrtaj crteže u svesku.

1. Odredi rastojanje svake tačke do prave  $m$  i  $n$ .



2. Odredi rastojanja između paralelnih pravi.

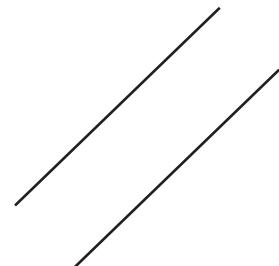
a)



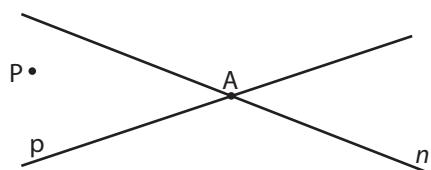
b)



c)



3. Na crtežu su date dvije prave  $p$  i  $n$  koje se seku u tački A i tački P koja ne leži na nijednoj od njih. Nacrtaj prave  $m$  i  $q$  koje prolaze kroz tačku P i koje su normalne sa pravama  $p$  i  $n$ . Zatim, izmjeri koliko je rastojanje od točke P do pravih  $p$  i  $n$ .

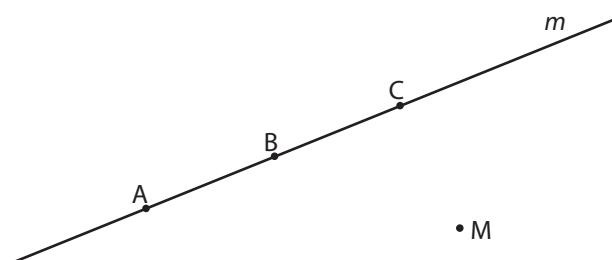


4. Data je prava  $m$  i tačke M, A, B, C kao na crtežu (A, B, C su na m).

a) Izmjeri i napiši rastojanja od tačke M do tački A, B i C.

b) Nacrtaj pravu koja je normalna sa pravom m i koja prolazi kroz tačku M.

c) Uporedi dužine dobijenih duži.



# SIMETRALA DUŽI

## Uvodna aktivnost

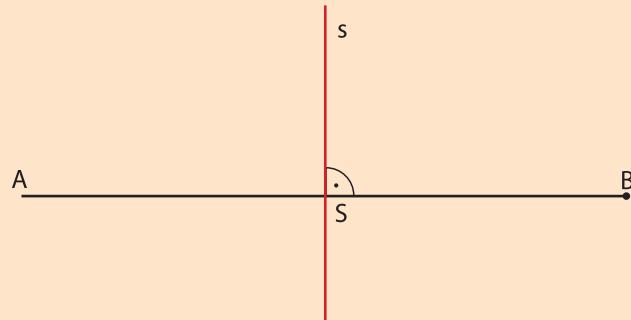
Nacrtaj duž AB proizvoljne dužine. Zatim, na toj duži označi tačku S koja je jednakod udaljena od krajnjih tačaka duži. Šta možeš da kažeš za tačku S?

Tačka koja dijeli duž na dva jednaka dijela je **središnja tačka** te duži.

Simetrala duži je prava koja prolazi kroz sredinu središnje tačke i normalna je sa tom duži.

**Primjer 1.** Objasni zašto je prava s simetrala duži AB.

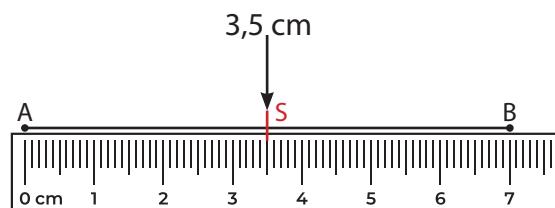
Duži AS i SB su jednake između sebe, odnosno  $\overline{AS} = \overline{SB}$ . Znači, tačka S dijeli duž AB na dva jednaka dijela i ona je središnja tačka duži AB. Prava s prolazi kroz središnju tačku duži AB i normalna je sa duži AB.



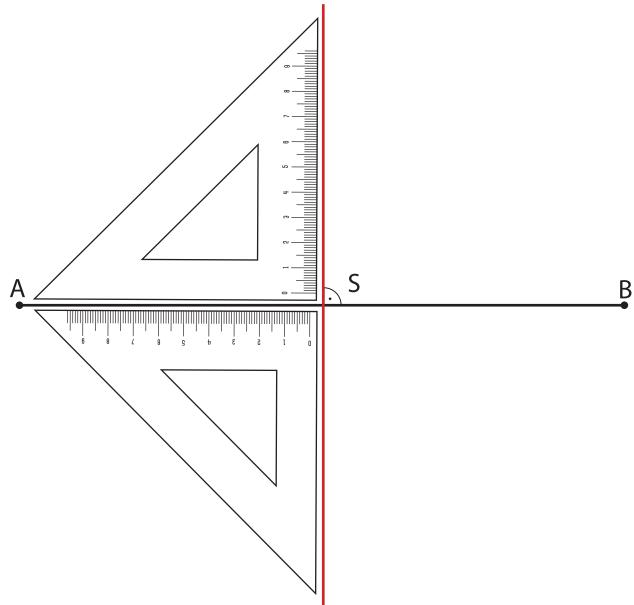
1. Nacrtaj i obilježi tri duži dužina: 9,6 cm; 4,2 cm; 58 mm. Zatim, obilježi središnju tačku na svakoj duži.

**Kako, sa lenjirem, da nacrtamo simetralu duži?**

Prvo treba da nađemo središnju tačku duži. Ako duž AB ima dužinu 7 cm, onda se središnja tačka S nalazi na rastojanju 3,5 cm od krajnjih tačaka duži.



Postavljamo pravi ugao na lenjiru u tački S i crtamo pravu kroz tačku S koja je uzajamno normalna sa duži AB.



- 2.** Nacrtaj kvadrat sa stranom 5 cm. Nacrtaj simetralu svake njegove strane. Šta primjećuješ? Objasni.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

Da bi riješili zadatke, precrtaj crteže u svesku.

- 1.** Nacrtaj simetralu svake duži.

a)



b)



c)

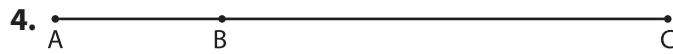


č)



- 2.** Nacrtaj duž sa dužinom 8 cm, a zatim je podijeli na četiri jednakih dijela.

- 3.** Nacrtaj i obilježi proizvoljnu duž, a zatim je + podijeli na dva dijela, tako da prvi dio bude tri puta veći od drugoga.

- 4.** 

Odredi dužine duži AB, BC, AC, a zatim nacrtaj simetrale AB i BC. Uporedi dužinu duži čije su krajnje središnje tačke AB i BC i uporedi sa dužinom AC.

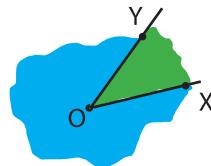
- \*5.** Uzmi providnu hartiju. Na njoj nacrtaj duž MN. Nacrtaj simetralu s duži MN. Na simetrali s izaberi tačke: A, B i C. Poveži krajnje tačke duži MN sa tačkama A, B i C. Savij hartiju po dužini simetrale. Šta primjećuješ? Da li će to važiti za svaku tačku simetrale? Objasni tvoj odgovor.

# UGAO

## Uvodna aktivnost

Razgledaj crtež.

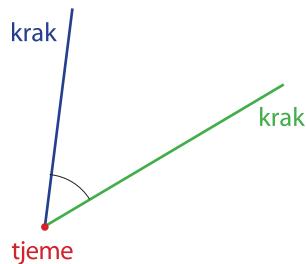
1. Na koliko dijela je podijeljena ravan?
2. Kako se zovu oblici sa zelenom i plavom bojom?



Dvije poluprave sa zajedničkim početkom dijele ravan na dva dijela. Svaka od tih dva dijela zajedno sa dvije poluprave naziva se **ugao**.

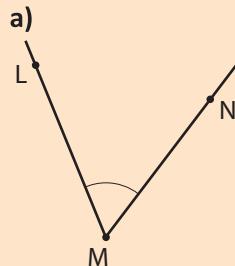
## Elementi ugla

Poluprave koje formiraju ugao zovu se **kraci** ugla, a njihov zajednički početak se zove **tjeme** ugla.

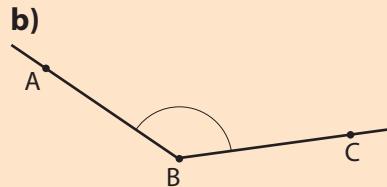


**Primjer 1.** Odredi tjeme i krake za date uglove.

- a) Tjeme ugla je tačka M,  
a kraci su MN i ML.

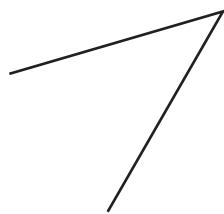


- b) Tjeme ugla je u tački B,  
a kraci su BC i BA.

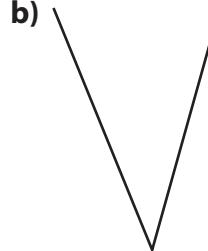


1. Označi tjeme i krake uglova.

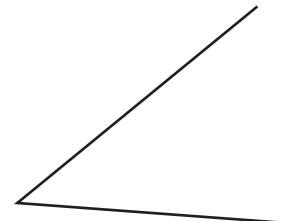
a)



b)



c)

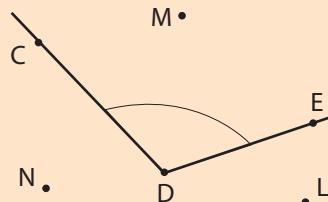


**Primjer 2.** Odredi koje tačke pripadaju, a koje ne pripadaju  $\angle EDC$ .

Uglu pripadaju tačke: C, D, E i M.

Zapisujemo:  $C \in \angle EDC$ ,  $D \in \angle EDC$ ,  $E \in \angle EDC$ ,  $M \in \angle EDC$ .

Tačke C i E su tačke koje pripadaju kracima ugla EDC, a tačka M pripada unutrašnjem dijelu ugla i ona je unutrašnja tačka ugla.



Uglu ne pripadaju tačke N i L.

Zapisujemo  $N \notin \angle EDC$ ,  $L \notin \angle EDC$ .

Tačke N i L pripadaju spoljašnjoj oblasti ugla EDC.

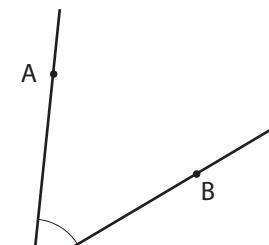
Iz datog primjera možemo da zaključimo da je: jedan ugao potpuno određen sa dvije poluprave sa zajedničkim početkom i tačkom koja ne leži na njima.

### Imenovanje i zapisivanje ugla

Uglove obilježavamo na četiri načina:

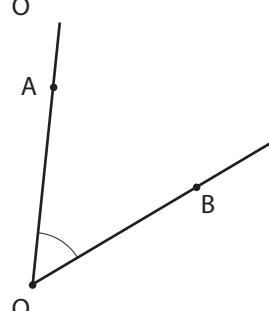
- 1) Sa **tri velika slova** latinične azbuke, od kojih je slovo pri tjemenu ugla uvijek u sredini.  
Ispred slova zapisujemo znak za ugao  $\angle$ .

Ugao na crtežu možemo da zapišemo  $\angle AOB$  ili  $\angle BOA$



- 2) **Znakom  $\angle$  i slovom kojim je označeno tjeme.**

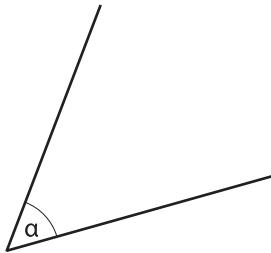
Ugao na crtežu možemo da zapišemo  $\angle O$ .



3) **Slovima grčke azbuke**  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama),

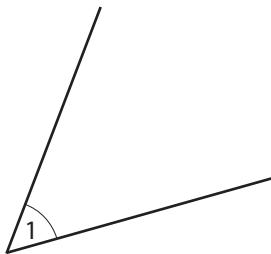
$\delta$  (delta),... Tada se ne koristi znak  $\angle$ .

Ugao na crtežu možemo da zapišemo  $\alpha$ .

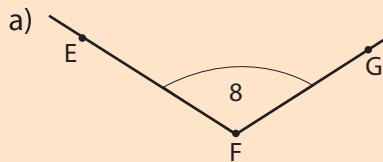


4) Brojevima i znakom  $\angle$  ispred broja.

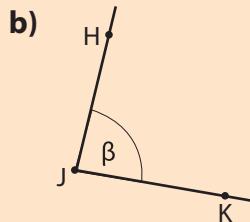
Ugao na crtežu možemo da zapišemo  $\angle 1$ .



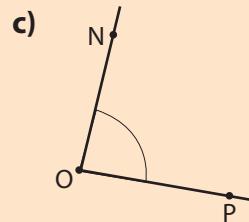
**Primjer 3.** Imenuj na sve moguće načine date uglove.



$\angle 8$ ,  $\angle GFE$ ,  $\angle F$

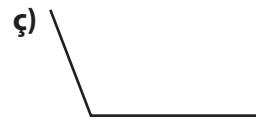
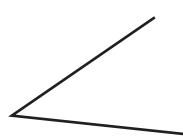
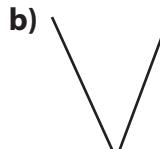
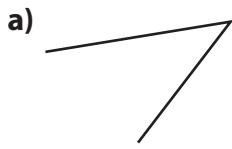


$\angle J$ ,  $\angle KJH$ ,  $\beta$



$\angle O$ ,  $\angle PON$

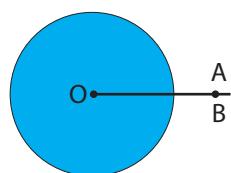
2. Uglove možemo da obilježavamo na četiri različita načina. Svaki od datih uglova obilježi na različiti način.



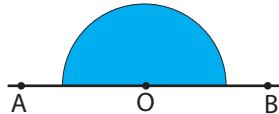
### Vrste uglova

Veličinu uglova izražavamo u stepenima oznakom  $^\circ$ .

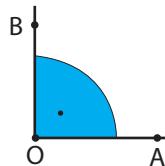
Kraci **punog** ugla se podudaraju i ugao ima  $360^\circ$ .



**Ravan** ugao ima  $180^\circ$ . Kraci su sastavne poluprave OA i OB jedne prave.



**Pravi** ugao ima  $90^\circ$ . Oznaka za pravi ugao je  $\perp$ .

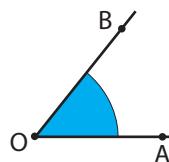


**Nulti ugao** ima  $0^\circ$ .

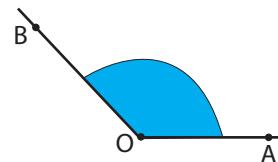
Njegovi kraci se podudaraju, unutrašnji dio ovog ugla je prazan skup.



**Oštar ugao** ima više od  $0^\circ$  i manje od  $90^\circ$ .



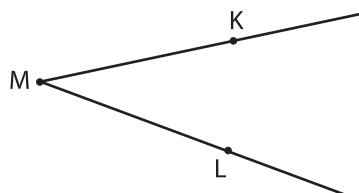
**Tupi ugao** ima više od  $90^\circ$  i manje od  $180^\circ$ .



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. U vezi ugla datog na crtežu odgovori na postavljene zahtjeve.

- a) Koliki su kraci ugla?
- b) Koja tačka je vrh ugla?
- c) Imenujte ugao.

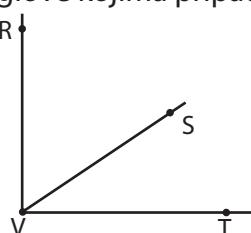


2. Nacrtajte četiri ugla i nazovite ih na sljedeći način:

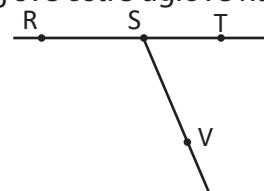
- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| a) prvi sa tri velika slova | b) drugi brojem                             |
| c) treći grčkim slovom      | č) četvrти slovom koje označava tjeme ugla. |

*Da bi riješio zadatke, ponovo nacrtaj crteže u svesci.*

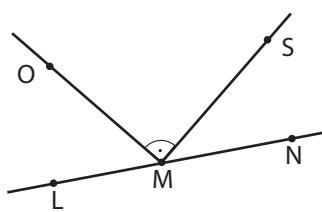
3. Navedi uglove kojima pripada krak VS.



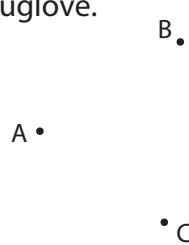
4. Imenuj sve oštре uglove na crtežu.



5. Imenuj sve oštре uglove na crtežu.



6. Nacrtaj pravi ugao sa tjemenom u B i krakom BC. Nacrtaj tupi ugao sa tjemenom A i krakom AB. Imenuj dobijene uglove.

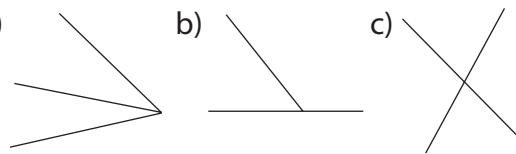


# SUSJEDNI, UPOREDNI I UNAKRSNI UGLOVI

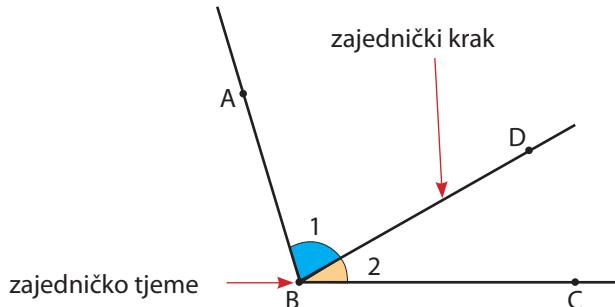
## Uvodna aktivnost

Na crtežu je prikazano nekoliko parova uglova.

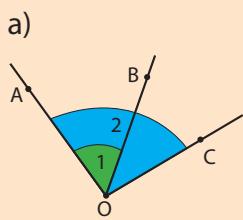
1. Šta je zajedničko uglovima pod a), b), c)?
2. Šta je zajedničko parovima uglova pod a) i b)?  
Šta je različito u vezi ova dva para uglova?
3. Kako se oblikuju uglovi pod c)?



Dva ugla koji imaju zajednički krak i nemaju zajedničkih unutrašnjih tačaka nazivamo susjednim uglovima.



**Primjer 1.** Odredi da li su  $\angle 1$  i  $\angle 2$  susjedni.

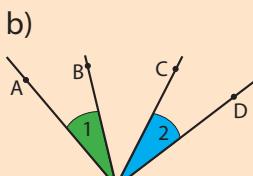


1) imaju zajedničko tjeme O;

2) imaju zajednički krak OA;

3) imaju zajedničke unutrašnje tačke.

$\angle 1$  i  $\angle 2$  nisu susjedni

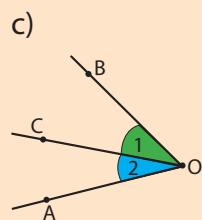


1) imaju zajedničko tjeme O;

2) nemaju zajednički krak;

3) nemaju zajedničke unutrašnje tačke.

$\angle 1$  i  $\angle 2$  nisu susjedni

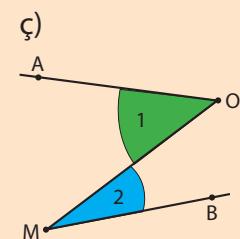


1) imaju zajedničko tjeme O;

2) imaju zajednički krak OA;

3) nemaju zajedničke unutrašnje tačke.

$\angle 1$  i  $\angle 2$  su susjedni



1) nemaju zajedničko tjeme;

2) imaju zajednički krak OM;

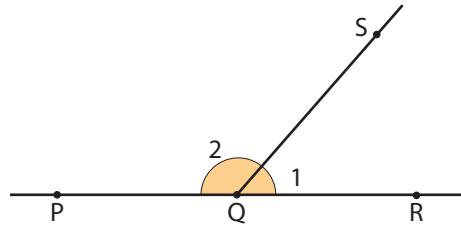
3) nemaju zajedničke unutrašnje tačke.

$\angle 1$  i  $\angle 2$  nisu susjedni

- 1.** Nacrtaj tri poluprave sa zajedničkim početkom. Koliko uglova ima? Koji od uglova su susjedni?

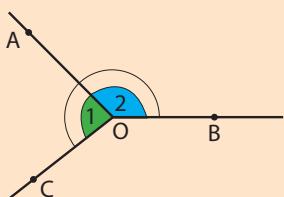
Dva ugla su uporedna ako su oni susjedni uglovi a njihovi spoljašnji krakovi oblikuju jednu pravu.

Dva susjedna ugla oblikuju ravan ugao.



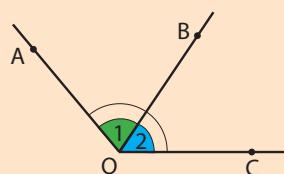
- Primjer 2.** Odredi da li su  $\angle 1$  i  $\angle 2$  uporedni.

a)



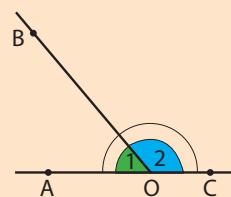
- 1) uglovi su susjedni:  
2) spoljašni kraci ne oblikuju pravu.  
 $\angle 1$  i  $\angle 2$  nisu uporedni

b)



- 1) uglovi su susjedni:  
2) spoljašni kraci ne oblikuju pravu.  
 $\angle 1$  i  $\angle 2$  nisu uporedni

c)



- 1) uglovi su susjedni:  
2) spoljašni kraci oblikuju pravu.  
 $\angle 1$  i  $\angle 2$  su uporedni

- 2.** Mogu li uporedni uglovi da budu

a) oba oštra ugla?

b) oba tupa ugla?

c) oba prava ugla?

č) jedan ravan a drugi tup ugao?

Objasni tvoj odgovor.

Uglovi dobijeni kada se dvije prave sjeku su unakrsni uglovi.

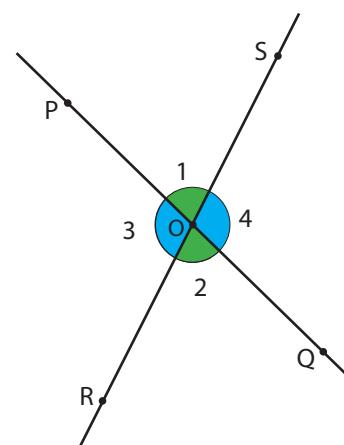
Dva ugla se sjeku ako:

- imaju zajedničko tjeme
- njihovi krakovi oblikuju prave koje se sjeku
- nemaju zajedničke unutrašnje tačke

Na crtežu, unakrsni uglovi su:  $\angle 1$  i  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  i  $\angle 4$ .

**Unakrsni uglovi su međusobno jednaki.**

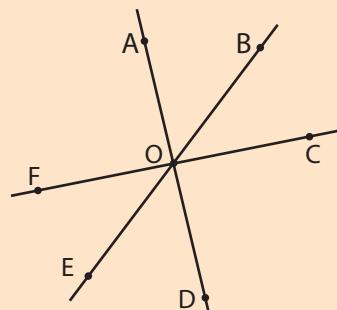
$$\angle 1 = \angle 2 \text{ i } \angle 3 = \angle 4$$



**Primjer 3.** Odredi sve parove unakrsnih uglova na crtežu.

Unakrsni su parovi uglova:

- a)  $\angle BOA$  i  $\angle EOD$ ,  $\angle COB$  i  $\angle FOE$ ,
- b)  $\angle AOF$  i  $\angle DOC$ ,  $\angle FOD$  i  $\angle COA$

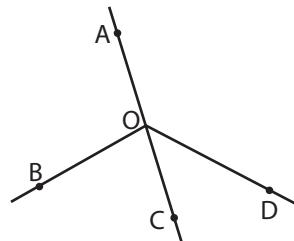


3. Nacrtaj dvije prave koje se sjeku i zapiši parove uporednih i unakrsnih uglova koji se pri tome dobijaju.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

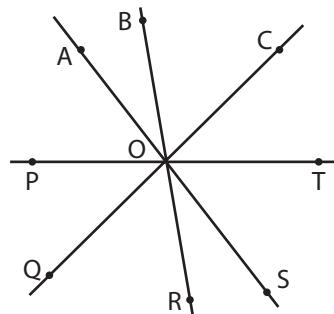
1. Precrtaj crtež u svesci.

- a) Nacrtaj susjedni oštar ugao na  $\angle COD$ , tako da je OD zajednički krak.
- b) Nacrtaj susjedni oštar ugao  $\angle AOV$  tako da je OV zajednički krak.



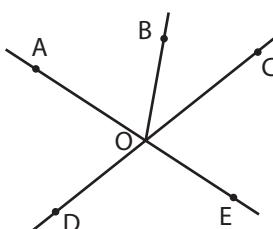
2. Prema podacima na crtežu napiši uporedne uglove uglovima:

- a)  $\angle BOA$
- b)  $\angle QOS$
- c)  $\angle AOR$



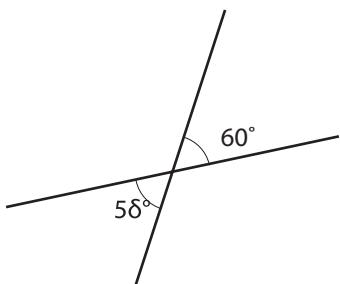
3. Prema podacima na crtežu, napiši:

- a) sve parove unakrsnih uglova
- b) sve susjedne uglove
- c) sve uporedne uglove

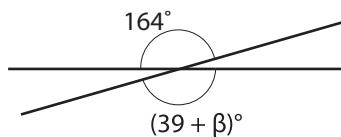


\*4. Izračunaj vrijednosti uglova  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\delta$

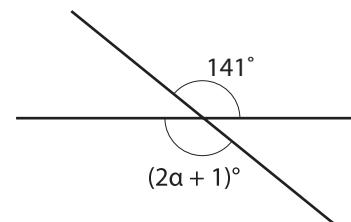
a)



b)



c)

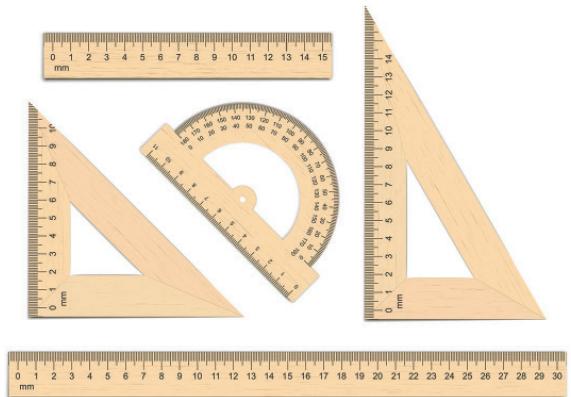


\*5. Nacrtaj dvije paralelne prave  $m$  i  $n$  i pravu s koja sječe paralelne prave. Označi neke od tako dobijenih uglova. Napiši tri para susjednih, uporednih i unakrsnih uglova.

## MJERENJE UGLOVA

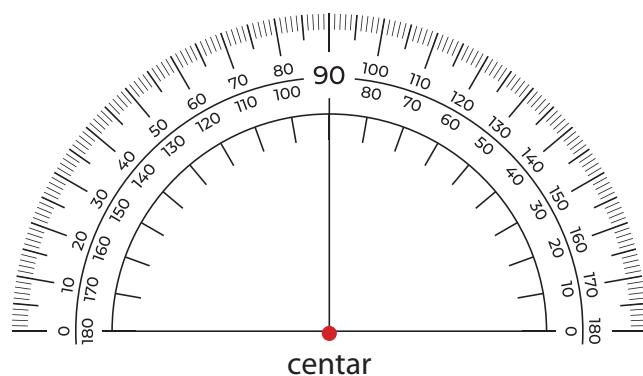
### Uvodna aktivnost

- Čime se mjeri dužina duži?
- Koje su mjerne jedinice za dužinu koje koristimo?
- Da li znate koja naprava sa crteža sa desne strane može da se iskoristi za mjerjenje veličine ugla?



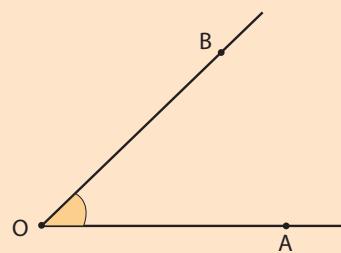
Veličinu uglova izražavamo u stepenima označenim °.

Instrument za mjerjenje veličine ugla je **ugломjer**.



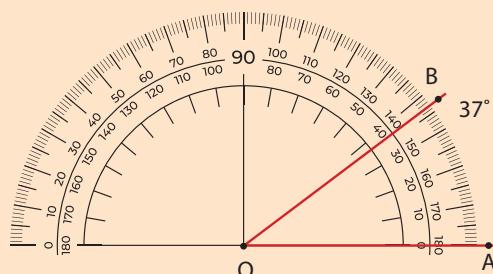
### Primjer 1. Izmjeri veličinu $\angle AOB$ .

- 1) Postavi uglomjer na krak  $OA$ , tako da se tjeme  $O$  poklapa sa centrom uglomjera. Pročitaj unutrašnju skalu, počevši od  $0^\circ$  na desnoj strani uglomjera.



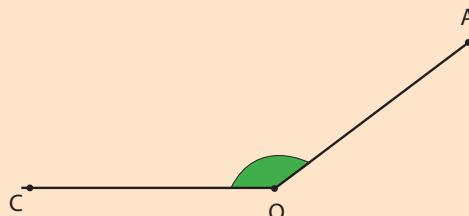
- 2) Broj uglomjera koji odgovara drugom kraku je veličina ugla.

$$\angle AOB = 37^\circ$$



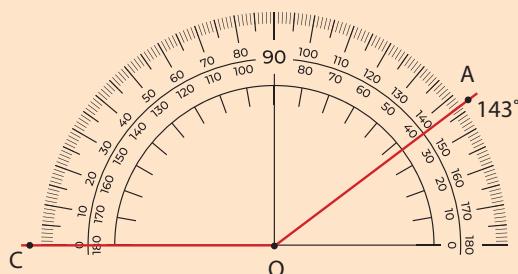
### Primjer 2. Izmjeri veličinu $\angle COA$ .

- 1) Postavite uglomjer na krak  $OC$ , tako da se tjeme  $O$  poklopi sa centrom uglomjera. Čitaj spoljašnju skalu, počevši od  $0^\circ$  na lijevoj strani uglomjera.



- 2) Broj uglomjera koji odgovara drugi krak je veličina ugla.

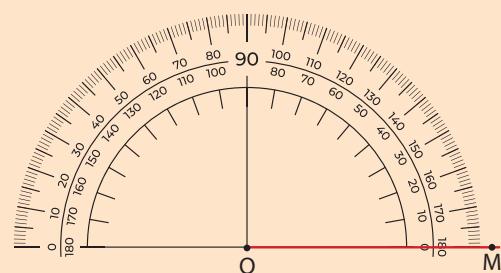
$$\angle COA = 143^\circ$$



1. Nacrtaj dva oštra i dva tupa ugla. Zatim izmjeri veličinu svakog ugla pomoću uglomjera i zapiši je ispod njega.

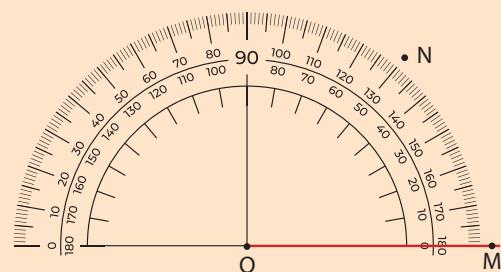
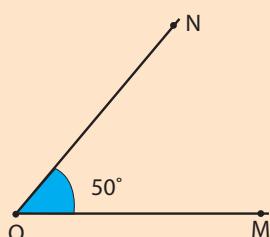
**Primjer 3.** Nacrtaj  $\angle MON = 50^\circ$ .

- 1) Nacrtaj prvo krak OM i postavi uglomjer sa centrom u tjemenu O.



- 2) Na unutrašnjoj skali pronađi veličinu  $50^\circ$  i označi tačku N.

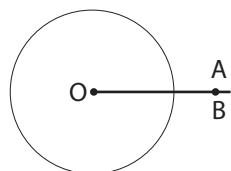
Povezivanjem tačaka O i N dobija se drugi krak ON ugla MON.



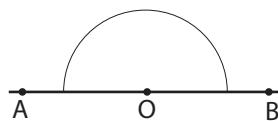
**2.** Nacrtaj uglomjerom ugao od:

- a)  $25^\circ$       b)  $70^\circ$       c)  $90^\circ$       č)  $160^\circ$

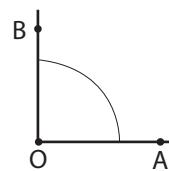
puni ugao ima  $360^\circ$ .



ravni ugao ima  $180^\circ$ .



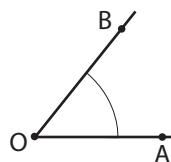
pravi ugao ima  $90^\circ$ .



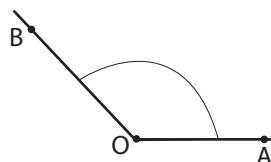
nulti ugao ima  $0^\circ$ .



oštar ugao je veći od  $0^\circ$  i manji od  $90^\circ$ .



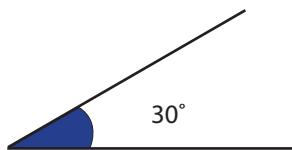
tupi ugao je veći od  $90^\circ$  manji od  $180^\circ$ .



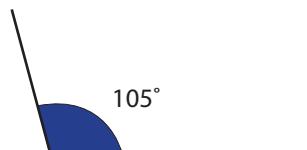
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Dati su uglovi sa njihovim veličinama. Izmjerite uglove i utvrdite da li su tačne date veličine.

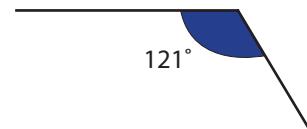
a)



b)



c)



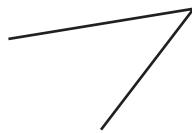
2. U svesci nacrtajte uglove od  $48^\circ$ ,  $95^\circ$  i  $135^\circ$ .

3. Nacrtaj trougao u kome su svi uglovi oštri i drugi trougao u kome je jedan od uglova tup. Izmjerite uglove oba trougla.

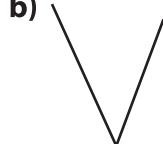
4. Bez mjerenja pokušajte da nacrtate ugao od:  $45^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $120^\circ$  i  $150^\circ$ , a zatim ih izmjerite uglomjerom.

5. Procijeni veličinu svakog ugla. Zapiši u svesku. Zatim izmjeri uglomjerom uglove i provjeri svoju procjenu.

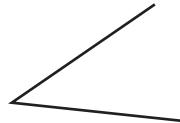
a)



b)



c)



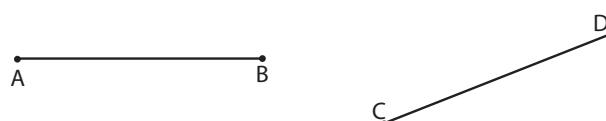
č)



## KOMPLEMENTNI I SUPLEMENTNI UGLOVI

### Uvodna aktivnost

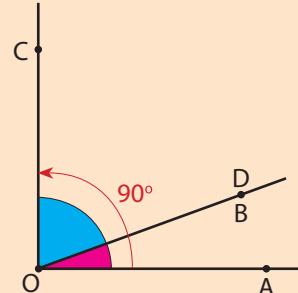
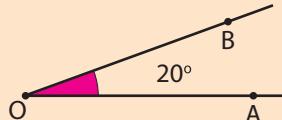
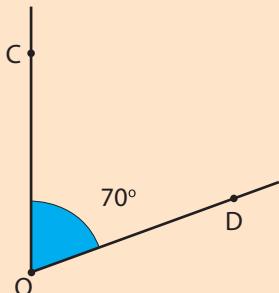
1. Šta podrazumijevamo pod aritmetičkim sabiranjem duži? Kako bi aritmetički odredio zbir duži AB i CD datih na crtežu?



2. Koliko bi iznosio zbir dva ugla ako jedan ima  $50^\circ$ , a drugi  $100^\circ$ ?

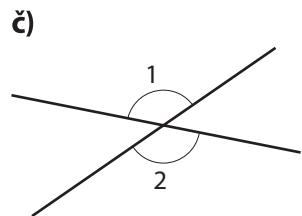
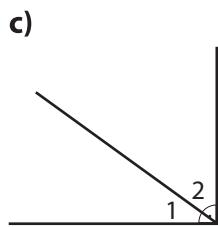
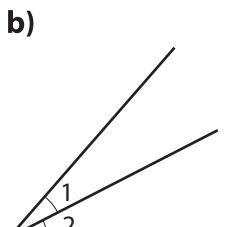
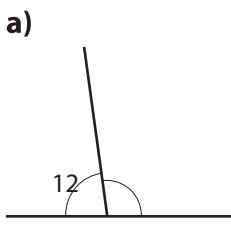
Dva ugla čiji je zbir  $90^\circ$  su **komplementni uglovi**.

**Primjer 1.** Koliko je zbir  $\angle DOC$  i  $\angle AOB$  datih na crtežu?



$$\angle AOB + \angle DOC = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$

**1.** Odredi na kom su crtežu uglovi komplementni. Objasni tvoj odgovor.



**Primjer 2.** Odredi nepoznati ugao, ako se zna da su dati uglovi komplementni.

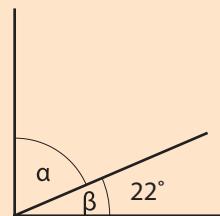
a) Uglovi su komplementni, znači  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\beta = 22^\circ$$

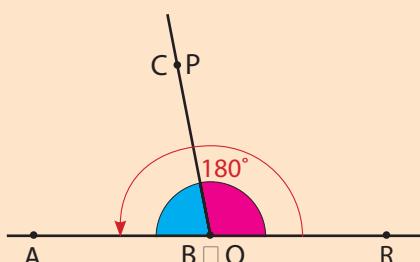
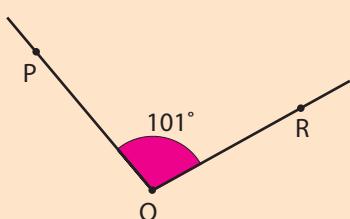
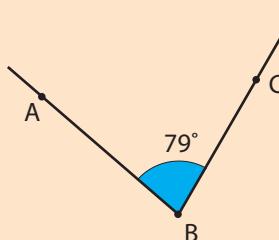
$$\alpha + 22^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - 22^\circ$$

$$\alpha = 68^\circ$$



**Primjer 3.** Koliki je zbir uglova  $\angle ABC$  i  $\angle PQR$  datih na crtežu?

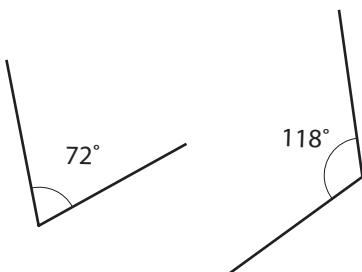


$$\angle CBA + \angle RQP = 79^\circ + 101^\circ = 180^\circ$$

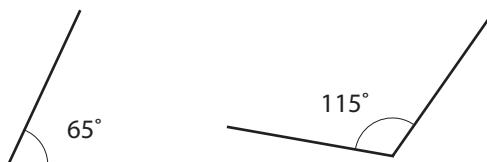
Dva ugla čiji je zbir  $180^\circ$  su **suplementni uglovi**.

2. Odredi na kom crtežu su uglovi suplementni. Objasni tvoj odgovor.

a)



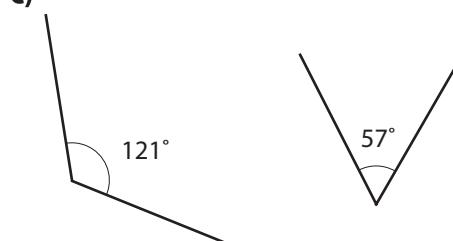
b)



c)



č)



**Primjer 4.** Odredi nepoznati ugao, ako se zna da su dati uglovi suplementni.

a) Uglovi su suplementni, znači

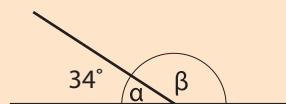
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\alpha = 34^\circ$$

$$34^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 34^\circ$$

$$\beta = 146^\circ$$



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

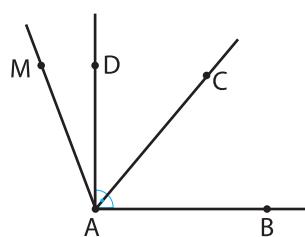
1. Prema crtežu, koji su dati parovi uglova komplementni?

a)  $\angle CAD, \angle DAM$

b)  $\angle BAC, \angle CAD$

c)  $\angle DAM, \angle CAD$

č)  $\angle BAC, \angle DAM$



**2.** Izračunaj komplementne uglove datih uglova.

- a)  $50^\circ$       b)  $41^\circ$       c)  $44^\circ$       č)  $65^\circ$

**3.** Odredi parove suplementarnih uglova.

- a)  $99^\circ, 81^\circ$       b)  $142^\circ, 58^\circ$       c)  $95^\circ, 85^\circ$       č)  $67^\circ, 133^\circ$

Prema podacima na crtežima u zadacima 4 i 5, odgovori na zahtjeve.

**4. a)** Odredi veličinu suplementnog ugla

∠SUR.

**b)** Odredi par komplementnih nesusjednih uglova.

**c)** Odredi veličinu komplementnog ugla  
∠QUT.

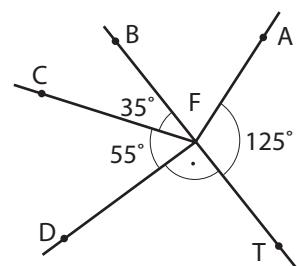
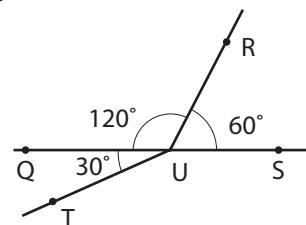
**č)** Odredi parove suplementnih uglova.

**5. a)** Odredi dva para suplementnih uglova.

**b)** Odredi par suplementnih nesusjednih uglova.

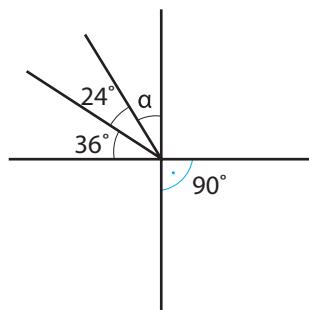
**c)** Odredi veličinu suplementnog ugla  
∠AFB.

**č)** Odredi veličinu komplementnog ugla  
∠CFD.

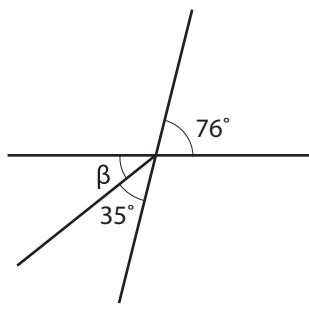


**\*6.** Precrtaj crteže u svesku. Odredi nepoznate uglove na crtežima.

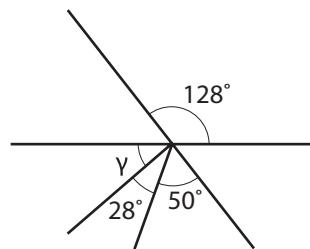
**a)**



**b)**



**c)**



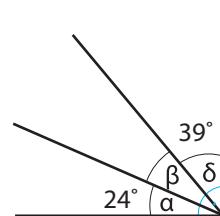
**\*7.** Izračunaj komplementne uglove  $\alpha$  i  $\beta$ , ako  $\alpha = \beta$ .

**\*8.** Od dva suplementna ugla, jedan je za  $102^\circ$  veći od drugog. Izračunaj veličine uglova.

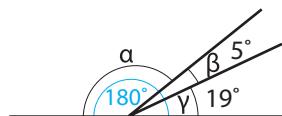
**\*9.** Dva komplementna ugla se razlikuju za  $78^\circ$ . Izračunaj veličinu većeg ugla.

**\*10.** Jedan ugao je pet puta veći od njegovog suplementnog ugla. Izračunaj veličinu manjeg ugla.

\*11. Izračunaj nepoznati ugao na crtežu.



\*12. Izračunaj nepoznati ugao na crtežu.



## SIMETRALA UGLA

### Uvodna aktivnost

1. Podsjeti se šta je simetrala duži.
2. Kako crtamo simetralu duži?
3. Kako da presječemo parče pice da bi dobili dva jednaka komada?
4. Koliki su uglovi koje obuhvataju kazaljke na satu na slici? Zašto?

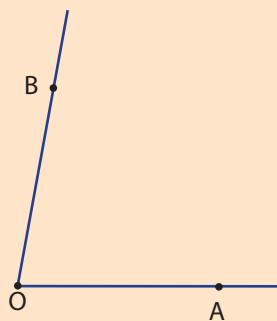


**Poluprava**, koja počinje od tjemena ugla, koja dijeli ugao na dva jednakana dijela je **simetrala ugla**.

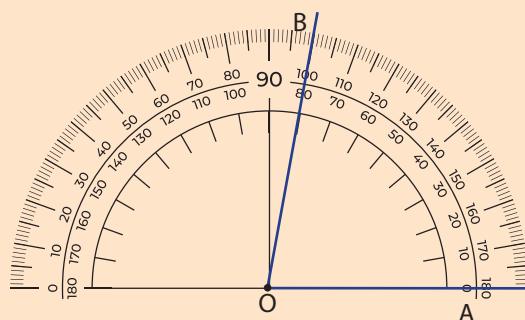
Simetrala ugla se još naziva i bisektrisa ugla.

**Primjer.** Nacrtaj simetralu datog ugla uglomjerom.

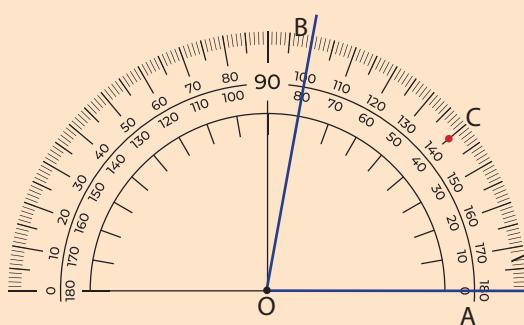
1) Neka je dat  $\angle AOB$ .



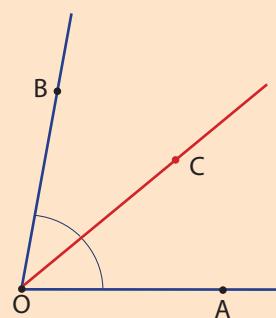
2) Prvo mjerimo veličinu ugla,  
 $\angle AOB = 80^\circ$



3) Izračunavamo polovinu vrijednosti ugla:  $80^\circ : 2 = 40^\circ$ . Na uglomeru označavamo tačku S kod  $40^\circ$ .



4) Poluprava OS je simetrala  $\angle AOB$ .  
 Prema tome,  $\angle AOC = \angle COB$



1. Nacrtaj ugao i zatim crtanjem njegove simetrale podjeli ga na dva jednaka ugla.

a)  $\alpha = 60^\circ$       b)  $\beta = 49^\circ$       c)  $\gamma = 110^\circ$

2. Nacrtaj proizvoljan tup ugao, a zatim ga podeli na četiri jednak dela.

3. Nacrtaj proizvoljni  $\angle AOB$  i zatim nacrtaj njegovu simetralu. Na simetrali izaberi tačke M i N. Za svaku tačku izmjeri njeno najkraće rastojanje do krakova  $\angle AOB$ . Šta primećuješ? Objasni tvoj odgovor.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Nacrtaj komplementni ugao ugla  $\alpha = 56^\circ$ . Zatim ga, podijeli na dva jednaka ugla.

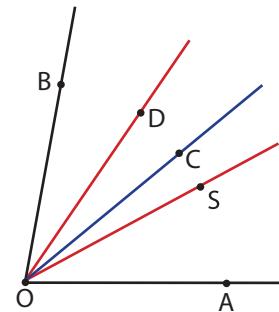
2. Nacrtaj proizvoljni tup ugao i podijeli ga na dva dijela, tako da, jedan dio bude tri puta manji od drugog.

3. Na crtežu:

- poluprava OS je simetrala  $\angle AOB = 80^\circ$
- poluprava OS je simetrala  $\angle AOD = 56^\circ$

Izračunaj uglove:

- a)  $\angle AOC$
- b)  $\angle SOD$
- c)  $\angle DOC$
- č)  $\angle SOC$
- ć)  $\angle SOB$

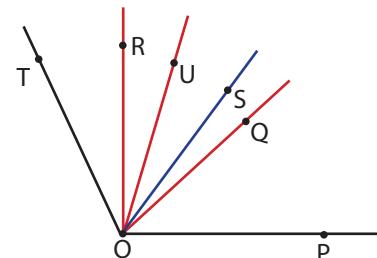


\*4. Na crtežu:

- poluprava OS je simetrala  $\angle POT$  i  $\angle POS = 60^\circ$
- poluprava OQ je simetrala  $\angle POR = 90^\circ$
- poluprava OU je simetrala  $\angle SOR$

Izračunaj uglove:

- a)  $\angle POT$
- b)  $\angle POQ$
- c)  $\angle UOR$
- č)  $\angle QOR$
- ć)  $\angle POU$



## KRUŽNICA. KRUG

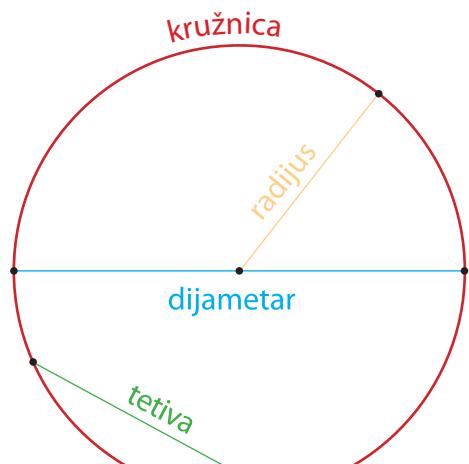
### Uvodna aktivnost

Kružna fantazija. Zamisli da imaš stari sat sa samo jednom kazaljkom. Zatim zamisli da si stavio kap crvene boje na kraj kazaljke. Pomjeri strelicu i napravi cijeli obrtaj. Kakav oblik će se dobiti od traga crvene boje?

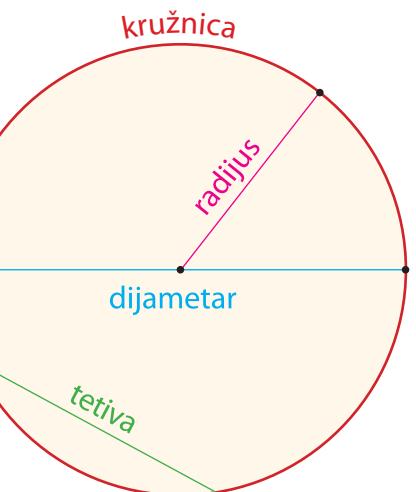
Zatim zamisli da je cijela kazaljka obojena žutom bojom i pomjeri je pritom tako da ponovo napraviš pun obrtaj. Kakav je oblik sada opisala kazaljka?

Razgovoraj sa ostalim učenicima: Koja je razlika između ova dva oblika?

Kružnica je skup svih tačaka u ravni, koje su podjednako udaljene, odnosno koje su na jednakoj udaljenosti od date tačke u toj ravni.



Kružnica je 2D oblika u ravni sastavljen od kruga i njegovog unutrašnjeg dijela.



Krug i kružnica su potpuno definisani ako su im poznati centar i njihov radijus. Krug sa centrom O i radijusom r obično se označava sa  $k(O, r)$ , a krug  $K(O, r)$ .

### Elementi kružnice i kruga

**Centar** je tačka od koje su sve tačke kružnice podjednako udaljene.

Obično centar kruga označavamo tačkom O.

**Radijus** je rastojanje, odnosno dužina duži od centra do bilo koje tačke kružnice.

Radijus označavamo slovom R ili r.

**Tetiva** je duž čije su krajnje tačke jedne kružnice.

Tetivu označavamo slovom t ili krajnjim tačkama koje leže na kružnici.

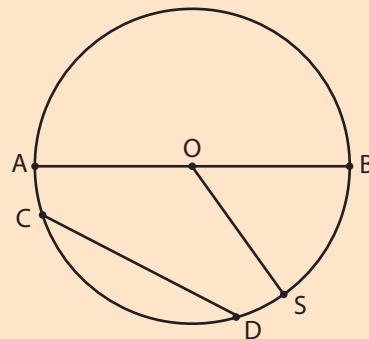
**Dijametar** je tetiva koja prolazi kroz centar jedne kružnice.

Dijametar označavamo slovom d ili sa krajnjim tačkama koje leže na kružnici.

**Primjer 1.** Prema crtežu napiši duži koje su:

- a) radius
- b) dijаметар
- c) tetiva

- a) radijusi su:  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OS}$
- b) dijаметар je  $\overline{AB}$
- c) tetiva  $\overline{CD}$  i dijаметар  $\overline{AB}$



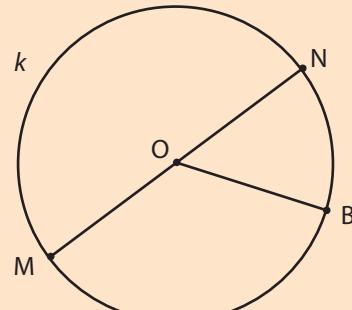
**Primjer 2.** Kolika je dužina duži MN na crtežu?

Duž MN je dijаметар kružnice  $k(O, r)$ .

$$MN = \overline{OM} + \overline{ON} .$$

$$\overline{OM} = \overline{ON} = r$$

$$\text{Dobijamo } \overline{MN} = r + r = 2r$$



Dijаметар jedne kružnice je dva puta veći dijаметар te kružnice, odnosno  $d = 2r$ .

1. Izračunaj dijаметар kružnice, ako je njen radius:

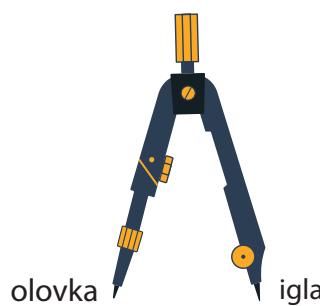
- a)  $r = 5 \text{ cm}$
- b)  $r = 8,6 \text{ dm}$
- c)  $r = 66,3 \text{ mm}$

2. Izračunaj radius kružnice, ako je njen dijаметар:

- a)  $d = 25 \text{ dm}$
- b)  $d = 16,8 \text{ cm}$
- c)  $d = 56,6 \text{ mm}$

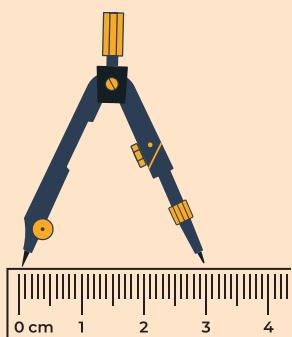
Instrument za crtanje kruga je šestar.

Da bi mogli da nacrtamo kružnicu, potrebno je zadati njen centar i radius.



**Primjer 3.** Nacrtaj kružnicu sa centrom O i radijusom 3 cm,  $k(O, 3)$ .

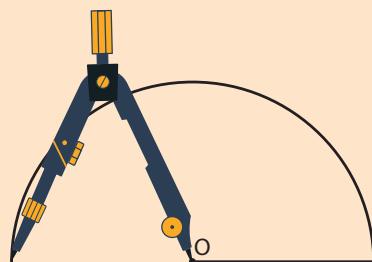
- 1) Šestar otvaramo koliko je veličina radiusa, 3 cm.



- 2) U ravni, obilježavamo centar O i crtamo polupravu sa početkom u O.



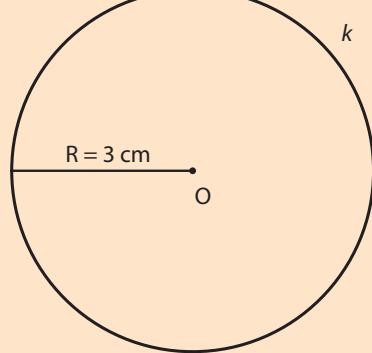
- 3) Iglu šestara staljamo u centar O, a olovkom crtamo kružnicu. Otvor je onoliki kolika je veličina radiusa.



Nacrtali smo kružnicu k sa centrom O i radijusom 3 cm.

Ovu kružnicu možemo da zapišemo i  $k(O, 3 \text{ cm})$ .

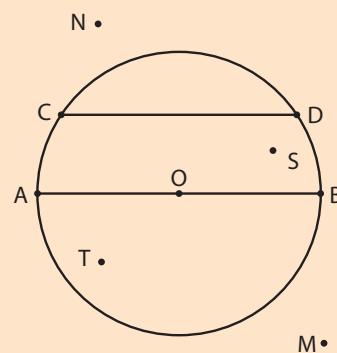
Krug koji odgovara kružnici k zapisujemo  $K(O, 3 \text{ cm})$ .



**Primjer 4.** Na crtežu su predstavljeni krug K i kružnica k sa centrom u O i radijusom R. Odredi tačnost iskaza.

- |                          |                          |                            |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------|
| <b>a)</b> $C \in K$      | <b>b)</b> $T \in K$      | <b>c)</b> $S \in k \cap N$ |
| <b>č)</b> $AB \subset k$ | <b>ć)</b> $CD \subset K$ | <b>d)</b> $M \in K$        |

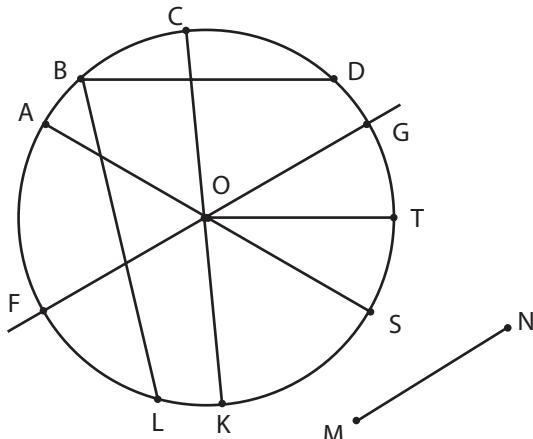
- a)** Tačno, C pripada i kružnici i krugu.
- b)** Tačno, T pripada krugu.
- c)** Tačno, S pripada krugu.
- č)** Netačno, dijametar AB pripada krugu, ali ne i kružnici. Tačke A i B pripadaju i kružnici i krugu.
- ć)** Tačno, tetiva CD pripada krugu, tačke C i D pripadaju i kružnici i krugu.
- d)** Netačno, M je van kruga.



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Prema crtežu, odredi tačnost iskaza:

- a)  $\overline{BL}$  je dijаметар
- b)  $\overline{AO}$  je радијус
- c)  $\overline{MN}$  је тетива
- č)  $\overline{CK}$  је дијаметар
- ć)  $\overline{FG}$  је дијаметар
- d)  $\overline{OG}$  nije радијус



2. Nacrtaj kružnicu sa:

- a) радијусом 2 cm
- b) дијаметром 30 mm

3. Date su тачке A i B u ravni. Nacrtaj kružnice:

- a)  $k(A, AB)$
- b)  $k(B, AB)$

4. Nacrtaj  $K(O, 25 \text{ mm})$ , a zatim:

- a) Povuci тетиву  $\overline{AB} = 2\text{cm}$ . Da li je то најдужа тетива коју можеш да нацрташ?
- b) Nacrtaj најдужу тетиву и запиши њену дужину. Што примјећујеш?

5. Koliko iznosi дијаметар једне круžнице, ако је нjen радијус:

- a) 7 cm
- b) 2 dm
- c) 25 mm

6. Koliko iznosi радијус једне круžнице, ако је нjen дијаметар:

- a) 12 cm
- b) 28 mm
- c) 4 dm

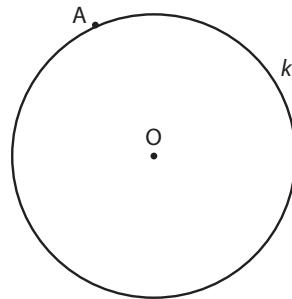
# UZAJAMNI POLOŽAJ TAČKE I KRUŽNICE I PRAVE I KRUŽNICE

## Uvodna aktivnost

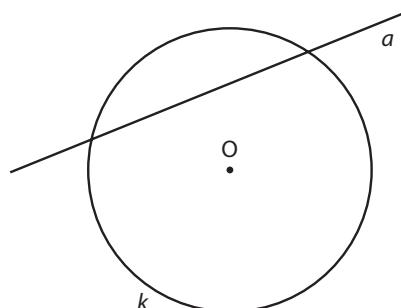
Dejan je dobio dva zadatka.

- Da nacrta kružnicu i da izabere tačku.

Njegovo rješenje je dato na crtežu.  
Da li imаш drugo rješenje?

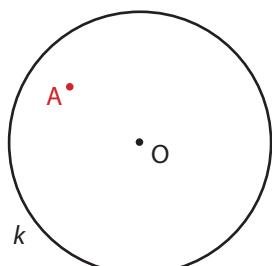


- NDa nacrta pravu i kružnicu.  
Njegovo rješenje je dato na crtežu.  
Da li imаш drugo rješenje?

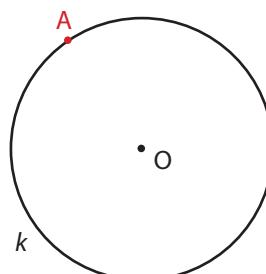


## Uzajamni položaj tačke i kružnice

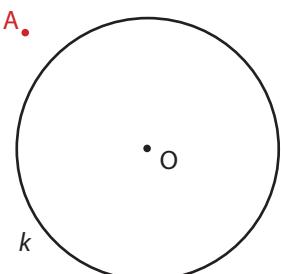
Tačka A leži **u unutrašnjosti kružnice**.



Tačka A leži **na kružnici**.



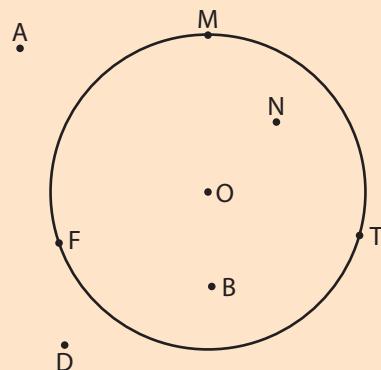
Tačka A leži **van kružnice**.



**Primjer 1.** Prema crtežu, odredi:

- a) tačke koje pripadaju kružnici
- b) tačke koje pripadaju van kružnice
- c) tačke koje pripadaju unutrašnjosti kružnice

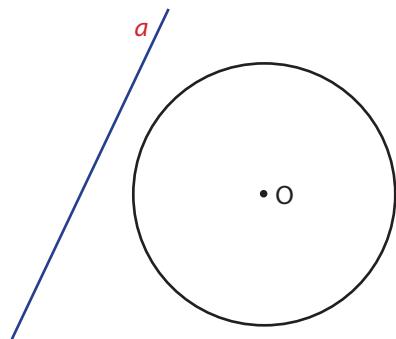
- a) M, T i F pripadaju kružnici
- b) A i D pripadaju van kružnice
- c) N, O i B pripadaju unutrašnjosti kružnice



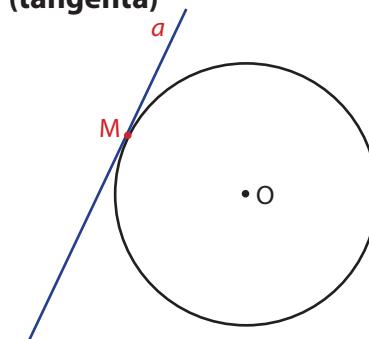
1. Pažljivo razmotri sva tri slučaja međusobnog položaja tačke A i kružnice k, danoj gore. Izmjeri rastojanje od centra O kružnice k do tačke A u sva tri slučaja (kada je A unutar kružnice, na kružnici i van kružnice). Šta primjećuješ? Objasni svoj odgovor.

#### Uzajamni položaj prave i kružnice

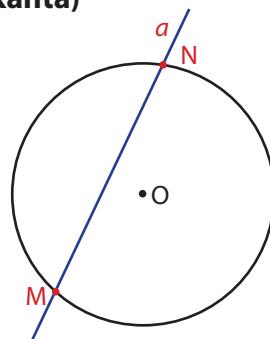
Prava i kružnica **nemaju nijednu zajedničku tačku – prava je van kružnice.**



Prava i kružnica imaju **1 zajedničku tačku – prava dodiruje kružnicu. (tangenta)**

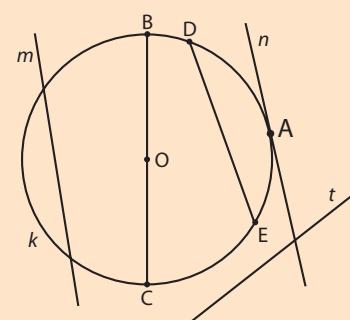


Prava i kružnica **imaju 2 zajedničke tačke – prava presjeca kružnicu. (sekanta)**



**Primjer 2.** Prema crtežu, gdje je O centar kružnice k, odredi:

- a) koja prava ima jednu zajedničku tačku sa kružnicom k?
- b) koja duž je dijametar kružnice k?
- c) koja duž je radijus kružnice k?
- č) koja prava ima dvije zajedničke tačke sa kružnicom k?
- ć) uzajamni položaj prave t i kružnice k.



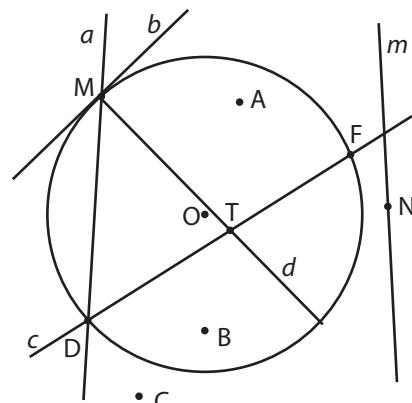
- a)** Prava  $n$  ima jednu zajedničku tačku A sa kružnicom  $k$ .
- b)**  $\overline{BC}$  je dijаметар kružnice  $k$ .
- c)**  $\overline{OB}$  i  $\overline{OC}$  su radiјуси kružnice.
- č)** Prava  $m$  ima dvije zajedničke tačke sa kružnicom  $k$ .
- ć)** Prava  $t$  i kružница  $k$  nemaju nijednu zajedničku tačku.

2. Nacrtaj kružnicu  $k$  ( $O, 2 \text{ cm}$ ) i pravu  $p$  koja sa kružnicom ima jednu zajedničku tačku. Koliko iznosi rastojanje od prave  $p$  do centra O kružnice?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Prema crtežu, odredi koji je iskaz tačan.

- a)** tačke A i B pripadaju kružnici
- b)** prava b ima jednu zajedničku tačku sa kružnicom
- c)** prava m sječe kružnicu u dvije tačke
- č)** tačke M i D pripadaju kružnici
- ć)** prava MD ne sječe kružnicu
- d)** tačke N i S leže van kružnice



2. Dat je krug  $K(O, 4 \text{ cm})$  i prava koja sječe krug  $K$ . Kolika je dužina duži koja je presjek prave i kruga  $K$ ? Koliko je rastojanje od centra kruga do prave?

3. Data je kružnica  $k(O, 3 \text{ cm})$  i prava  $b$ . Nacrtaj tri uzajamna položaja između kružnice i prave. Šta se može reći za rastojanje od centra O na kružnici do prave  $b$  za svaki uzajamni položaj prave i kružnice? Objasni tvoj odgovor.

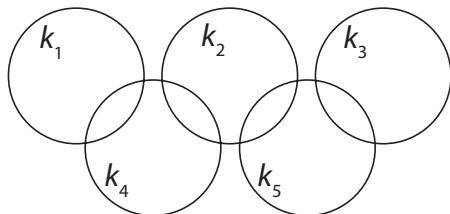
\*4. Tačka M pripada krugu  $K(O; 3,5 \text{ cm})$  i ne pripada kružnici  $k(O; 3,5 \text{ cm})$ . Napravi crtež. Ako prava s prolazi kroz tačku M, koja je presjek između:

- a)** prave i kruga?
- b)** prave i kružnice?

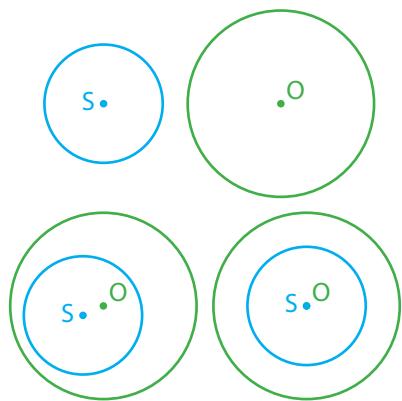
# MEDUSOBNI POLOZAJ DVIJE KRUZNICE

## Uvodna aktivnost

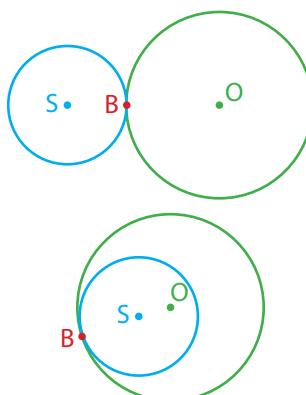
- Izbroj po koliko zajedničkih tačaka imaju svake dvije kružnice.
- Da li kružnice na crtežu imaju zajedničke tačke?



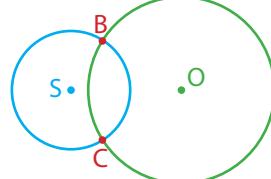
Kružnice **nemaju zajedničke tačke** – one su van jedna od druge ili su unutar jedna druge.



Kružnice imaju **1 zajedničku tačku – dodiruju se izvani ili iznutra**.



Kružnice imaju **2 zajedničke tačke – sjeku se**.

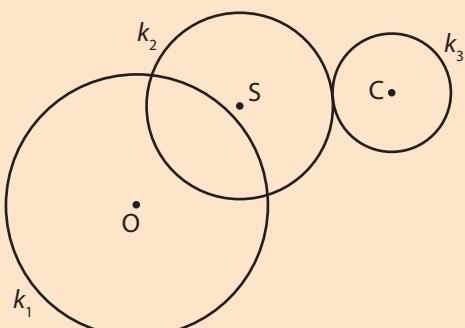


**Primjer 1.** Prema crtežu odredi međusobni položaji kružnica  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$ .

Kružnice  $k_1$  i  $k_2$  se sjeku.

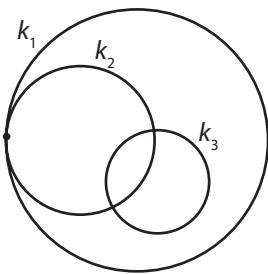
Kružnice  $k_2$  i  $k_3$  se dodiruju spolja.

Kružnice  $k_1$  i  $k_3$  nalaze se jedna izvan druge i nemaju zajedničkih tačaka.

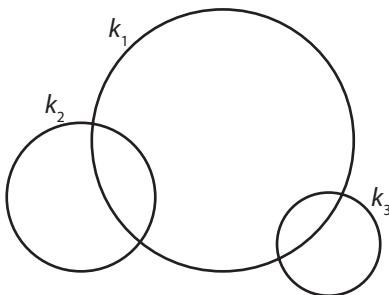


2. Odredi uzajamni položaj kružnica  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  datih na crtežima.

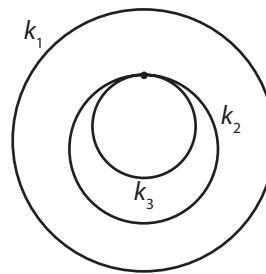
a)



b)

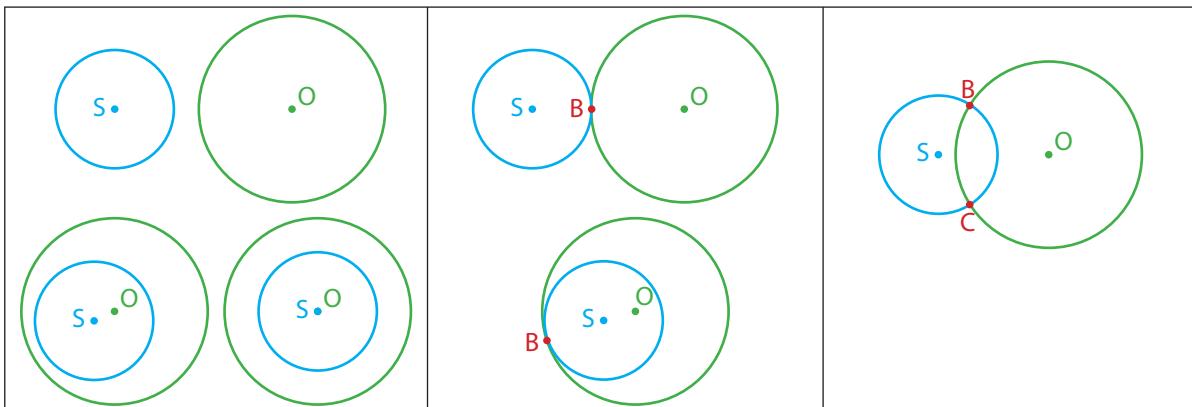


c)



3. Nacrtaj proizvoljnu pravu  $p$  i tačku  $M \in p$ . Nacrtaj kružnice koje dodiruju pravu  $p$ , a njihovi centri su na udaljenosti od  $M$  od 2 cm. Koliko ima takvih kružnica?

4. Iskoristi crtež i istraži koliko je rastojanje između centara krugova i njihovih radijusa u svakom međusobnom položaju.



### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Nacrtaj kružnice  $k_1(O_1 < 3,5 \text{ cm})$  i  $k_2(O_2, 2 \text{ cm})$ , tako da:

- a) se sjeku
- b) se dodiruju sa spoljašne strane
- c) su jedna u drugoj

2. Izaberu tačku  $S$ , a zatim odredi skup svih tački koje su na rastojanju od  $S$ :

- a) 26 mm
- b) 3 cm 3mm

3. Nacrtaj duž  $PQ$  sa dužinom 6 cm, a zatim nacrtaj kružnicu koja će prolaziti kroz tačke  $P$  i  $Q$  i dodirivati jednu kružnicu iznutra u tački  $P$ , a drugu kružnicu spolja u tački  $Q$ .

4. Date su dvije paralelne prave  $m$  i  $n$ . Nacrtaj kružnicu koja će dodirivati te prave.

\*5. Koji od iskaza je tačan? Objasni tvoj odgovor.

- a) Ako tačka pripada unutrašnjosti jednog kruga, onda je njeno rastojanje do centra manje od njegovog radiusa.
- b) Ako tačka kruga  $K(O, r)$  ne pripada kružnici  $k(O, r)$ , onda njeno rastojanje od  $O$  je veće od  $r$ .

\*6. Koliko je rastojanje između centara kružnica  $k_1(O_1, 3,5 \text{ cm})$  i  $k_2(O_2, 2 \text{ cm})$  ako su one:

- a) dodiruju spolja?
- b) dodiruju iznutra?
- c) van jedna od druge i nemaju zajedničku tačku?

\*7. Nacrtaj tri kružnice koje imaju zajednički centar u tački  $O$  i imaju različiti radijus. Kakav je uzajamni položaj ovih kružnica? Ove kružnici se nazivaju koncentrične kružnice.

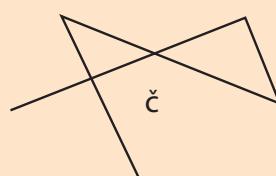
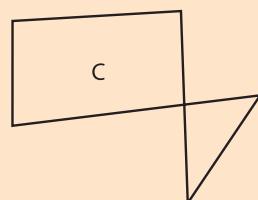
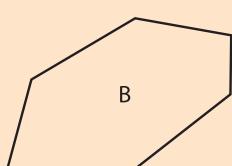
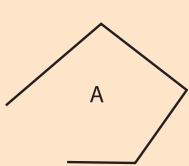
## MNOGOUGAONICI

### Uvodna aktivnost

U parovima, igrajte igru pogađanja imena datog mnogougaonika. Prvi učenik u paru upisuje naziv jednog mnogougaonika u svesku, a drugi mu postavlja pitanja o stranicama (broj, dužina), uglovima (broj, veličina) na koja prvi učenik može odgovoriti samo sa DA ili NE. Drugi učenik mora da pogodi najviše 5 postavljenih pitanja na to koji je mnogougaonik njegov prijatelj iz para zamislio. Tada se uloge mijenjaju.

**Primjer 1.** Na crtežu su date četiri izlomljene linije. Koja od njih je:

- a) otvorena
- b) zatvorena



Otvorene izlomljene linije su A i Č.

Zatvorene izlomljene linije su B i C. Koja je razlika između izlomljene linije B i izlomljene linije C? Kod izlomljene linije B nema nesusjednih duži koje se sjeku, za razliku od izlomljene linije C gdje postoje takve duži. Za izlomljene A i B kažemo da su proste izlomljene linije (za razliku od C i Č koje nisu proste).



Prostu i zatvorenu izlomljenu liniju nazivamo **mnogougaonom linijom**.

**Primjer 2.**

Na koliko dijela dijeli ravan mnogougaona linija B iz Primjera 1?

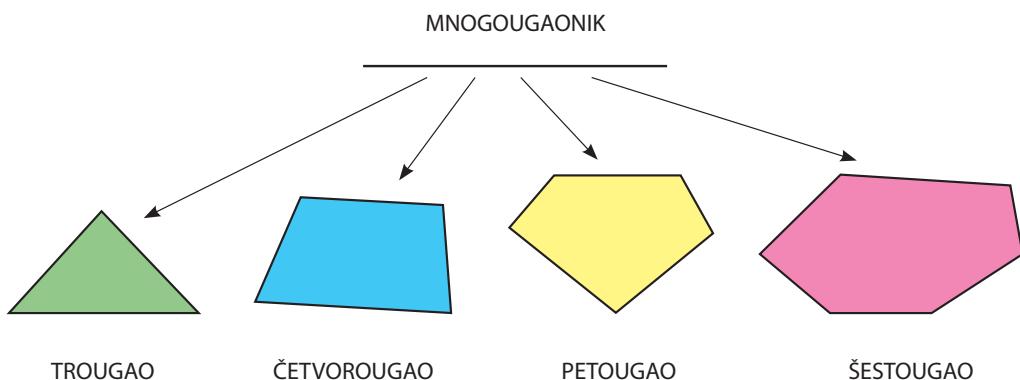
Mnogougaona linija B dijeli ravan na dva dijela i to unutrašnji dio i spoljašni dio.

2D-oblika obrazovan mnogugaonom linijom i njegovim unutrašnjim dijelom naziva se mnogougaonik.



Mnogougaonici imaju jednak broj stranica, uglova i tjemena. Uglovi oblikovani od susjednih stranica mnogougla koje se nalaze u njegovoj unutrašnjosti površine nazivaju se unutrašnji uglovi mnogougla, a njihovi uporedni uglovi se nazivaju spoljašnji uglovi mnogougla.

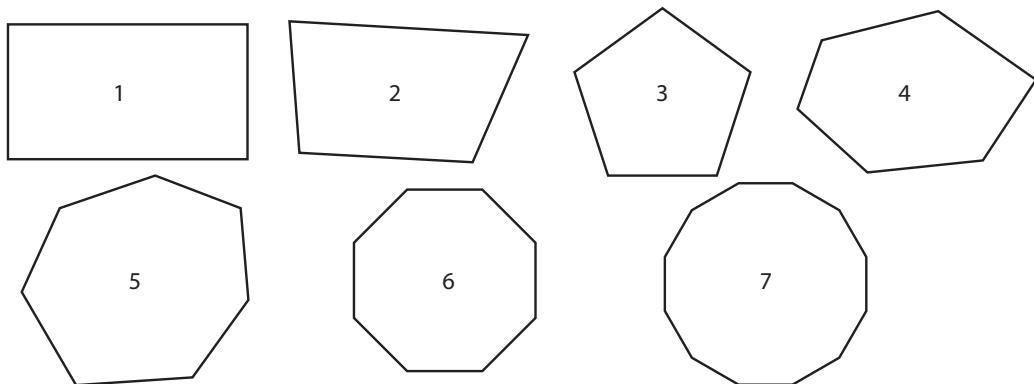
Prema broju uglova (strana, tjemena) mnogougaonike dijelimo na: trougao, četvorougao, petougao, šestougao, sedmougao, osmougao...



**1.** Odredi:

- a) Koliki je najmanji broj strana jednog mnogougaonika?
- b) Koji je najveći broj strana jednog mnogougaonika?

**2.** U tvojoj svesci imenuj date mnogougaonike.



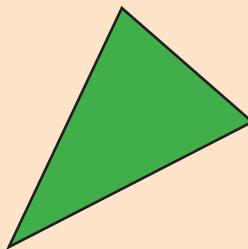
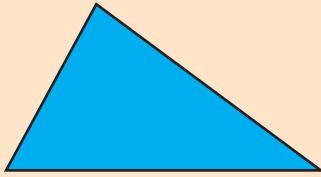
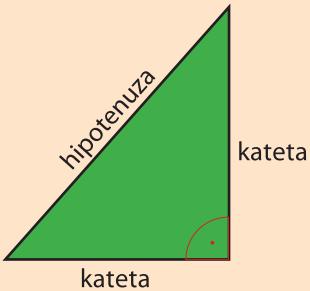
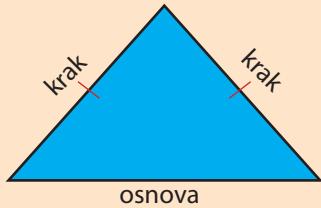
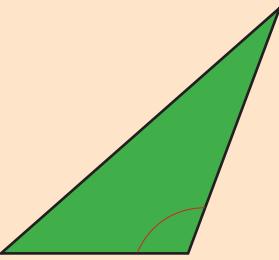
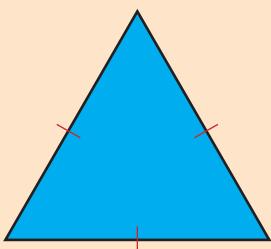
**Primjer 3.** Kako možemo klasifikovati mnogouglove iz zadatka 2?

Podsjetimo se da je mnogougao sa jednakim stranicama i jednakim uglovima pravilan mnogougao. Zatim ćemo grupisati mnogougaonike iz zadatka 2 u dvije grupe: pravilni i nepravilni mnogouglovi.

Napravi tabelu u svesci i rasporedi mnogougaonike iz zadatka 2 na pravilne i nepravilne mnogougaonike.

**Primjer 4.** Kako možemo da klasifikujemo trouglove?

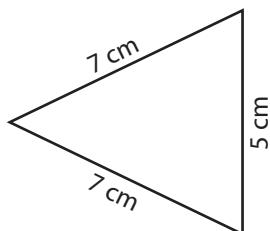
**Trouglove** klasifikujemo:

prema uglovima	prema stranama
<b>oštrougli</b> – svi uglovi su oštiri 	<b>raznostranični</b> – sve strane su različite po dužini 
<b>pravougli</b> – jedan ugao je prav. Strane koje oblikuju pravi ugao se zovu <b>katete</b> , a treća strana se zove <b>hipotenuza</b> 	<b>jednakokraki</b> – dvije strane imaju jednake dužine i zovu se <b>kraci</b> treća strana ima različitu dužinu i zove se <b>osnova</b> 
<b>tupougli</b> – jedan ugao je tup 	<b>jednakostranični</b> – sve strane imaju jednake dužine 

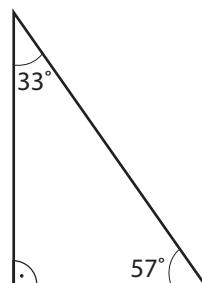
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi kakav je svaki trougao prema stranama i uglovima.

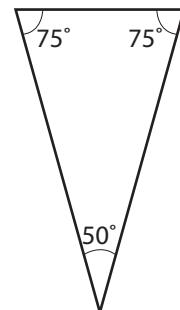
a)



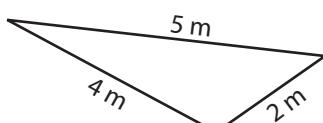
b)



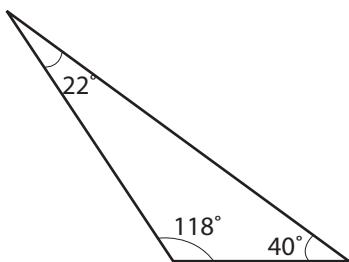
c)



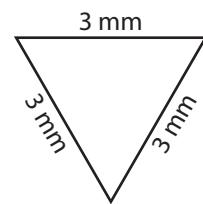
č)



ć)



d)



U zadacima od 2 do 6 odredi tačan odgovor.

2. Koji trougao ima 3 oštra ugla i 3 jednakе strane?

- a) oštrogli jednakokraki trougao
- b) oštrogli raznostranični trougao
- c) tupougli jednakostranični trougao
- č) oštrogli jednakostranični trougao

4. Koji trougao ima 3 oštra ugla i 2 jednakе strane?

- a) oštrogli raznostranični trougao
- b) oštrogli jednakokraki trougao
- c) oštrogli jednakostranični trougao
- č) pravougli jednakokraki trougao

3. Koji trougao ima tačno 1 pravi ugao i nema jednakih strana?

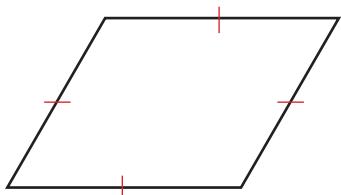
- a) tupougli jednakokraki trougao
- b) pravougli jednakostranični trougao
- c) pravougli raznostranični trougao
- č) oštrogli raznostranični trougao

5. Koji trougao ima 1 tupi ugao i 2 jednakе strane?

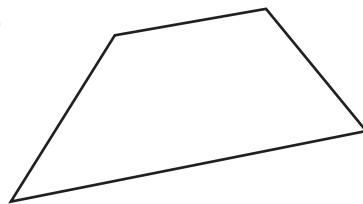
- a) tupougli raznostranični trougao
- b) tupougli jednakostranični trougao
- c) oštrogli jednakokraki trougao
- č) tupougli jednakokraki trougao

**6.** Koji četvorougao ima dva para paralelnih strana?

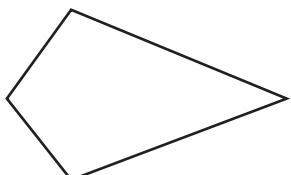
a)



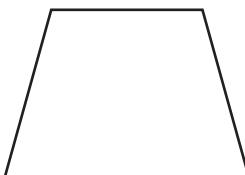
b)



c)

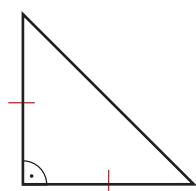


č)

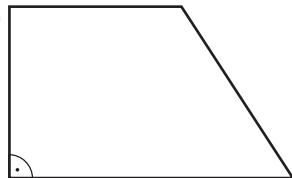


**\*7.** Klasifikuj date mnogouglove. Napiši kriterijume po kojima si izvršio klasifikaciju.

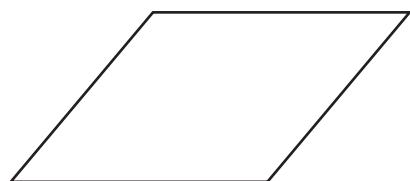
a)



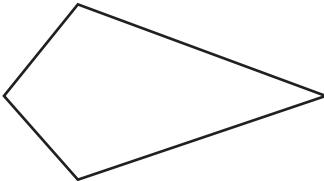
b)



c)



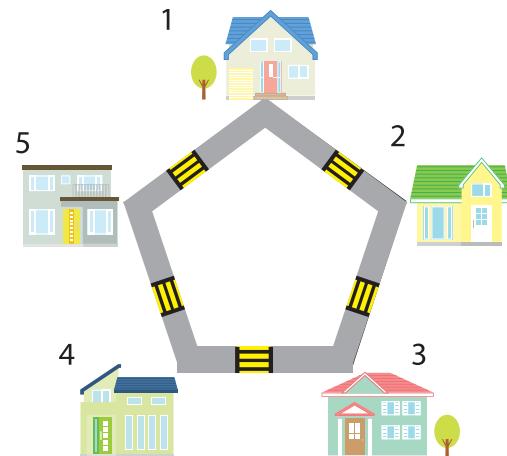
č)



# DIJAGONALE MNOGOUGLA

## Uvodna aktivnost

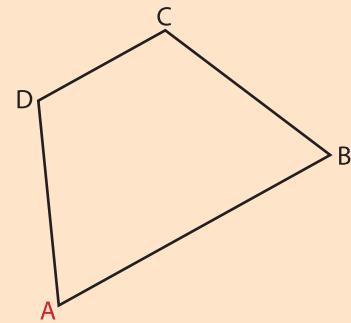
1. Kuće kojih porodica su u istoj ulici?
2. Kuće kojih porodica nisu susjedne?
3. Koji mnogougaonik oblikuju kuće, ako ih zamislš kao tjemena tog mnogougaonika?
4. Nacrtaj ga u svoju svesku.



**Primjer 1.** Razgledaj četvorougao ABCD.

Koja tjemena su susjedna, a koji su nesusjedna?

Tjeme A ima dva susjedna tjemena B i D i jedno nesusedno tjeme C.

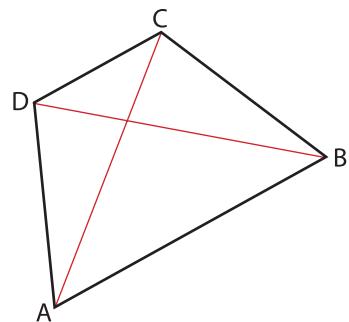


**Susjedna tjemena** u mnogougaoniku su tjemena koja leže na istoj strani mnogougaonika.

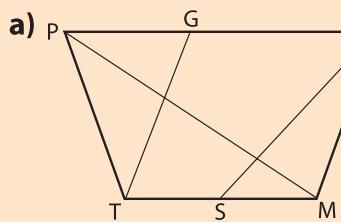
**Nesusjedna tjemena** su tjemena koja ne leže na istoj strani mnogougaonika.

Duž čije su krajnje tačke dva nesusjedna tjemena jednog mnogougaonika naziva se **dijagonala** tog mnogougaonika.

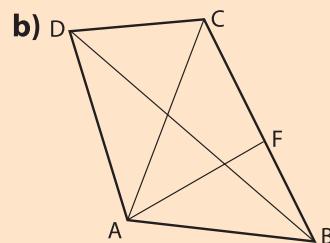
U četvorouglu ABCD ima dvije dijagonale AC i BD.



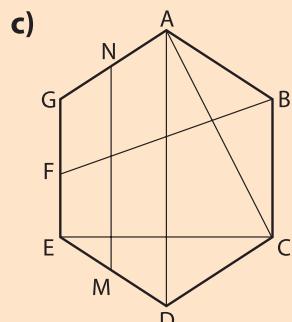
**Primjer 2.** Odredi dijagonale mnogougaonika.



Dijagonala je samo duž PM



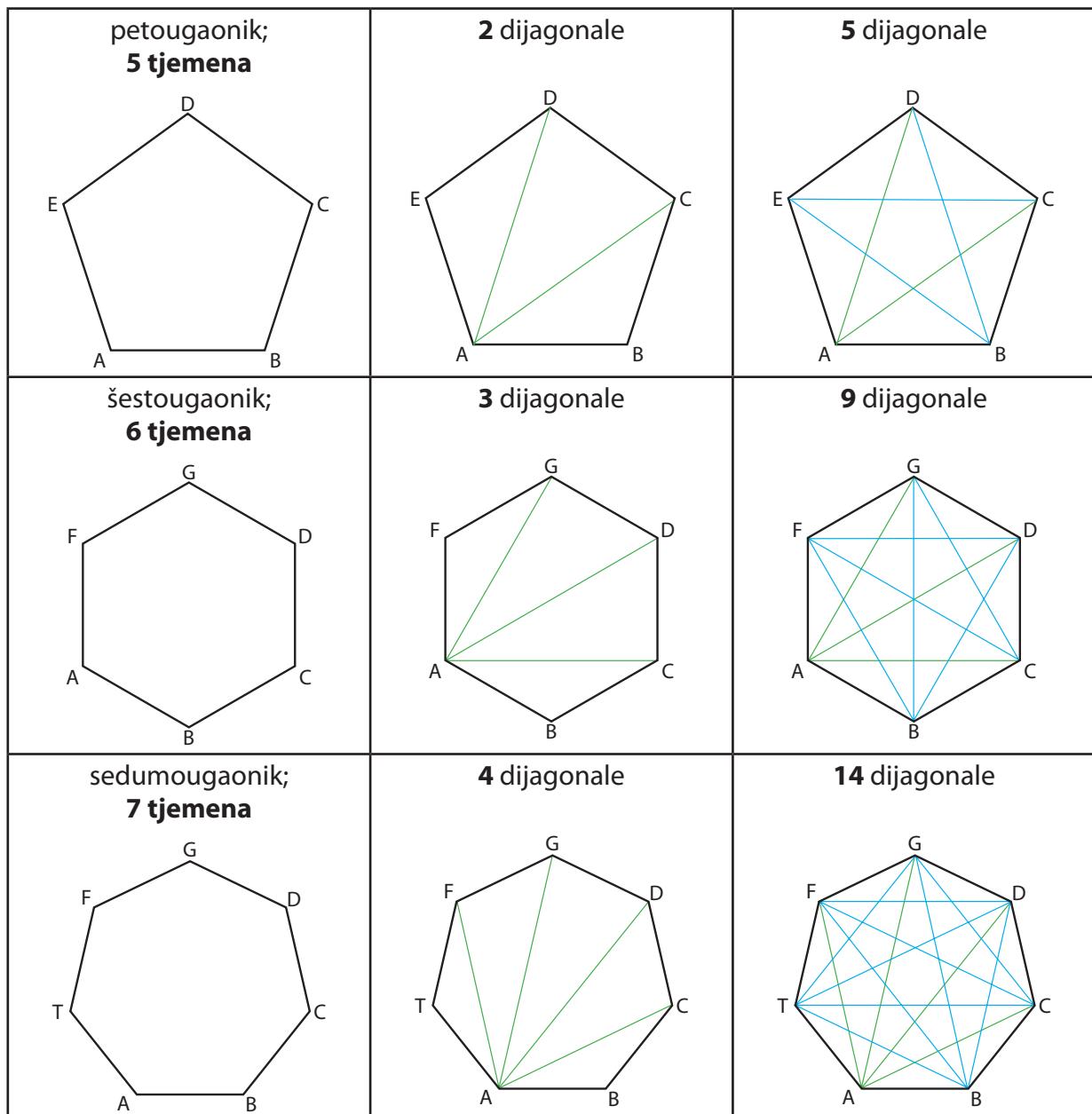
Dijagonale su duži:  
AC i BD



Dijagonale su duži:  
AD, CE i AC

Kako da izračunamo koliko dijagonala ima u svakom mnogouglu?

mnogougaonik; broj tjemena	dijagonale iz jednog tjemena	ukupni broj dijagonala
trougao; <b>3 tjemena</b> 	nema suprotnih tjemena – nema dijagonala	nema dijagonala
četvorougao; <b>4 tjemena</b> 	1 dijagonalna 	2 dijagonale 



**Broj dijagonala iz jednog tjemena** u mnogougaoniku izračunavamo

$$\text{broj dijagonala 1 tjeme} = \text{broj tjemena} - 3$$

**Ukupan broj dijagonala** u mnogougaoniku računamo

$$\text{ukupan broj dijagonala} = \frac{(\text{broj tjemena} - 3) \cdot \text{broj tjemena}}{2}$$

### Primjer 3.

Koliko ukupno dijagonalala mogu da se povuku u:

a) osmougaoniku

$$\begin{aligned} \text{broj tjemena je } &8 \\ \text{ukupan broj dijagonalala} = & \\ \frac{(\text{broj tjemena} - 3) \cdot \text{broj tjemena}}{2} = & \\ \frac{(8-3) \cdot 8}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = \frac{40}{2} = &20 \end{aligned}$$

b) dvanaestougaonik

$$\begin{aligned} \text{broj tjemena je } &12 \\ \text{ukupan broj dijagonalala} = & \\ \frac{(\text{broj tjemena} - 3) \cdot \text{broj tjemena}}{2} = & \\ \frac{(12-3) \cdot 12}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = \frac{108}{2} = &54 \end{aligned}$$

1. Koliko ukupno dijagonalala može da se povuče u:

a) desetougaoniku

b) sedamnaesetougaoniku

### Primjer 4.

Odredi mnogougaonik ako iz jednog njegovog tjemena mogu da se povuku:

a) 7 dijagonalala

$$\begin{aligned} \text{broj dijagonalala iz 1 tjemena} = & \\ \text{broj tjemena} - 3 & \end{aligned}$$

$$\text{broj dijagonalala iz 1 tjemena} = 7$$

$$7 = \text{broj tjemena} - 3$$

$$\text{broj tjemena} = 7 + 3$$

$$\text{broj tjemena} = 10$$

mnogougonik je desetougaonik

b) 12 dijagonalala

$$\begin{aligned} \text{broj dijagonalala iz 1 tjemena} = & \\ \text{broj tjemena} - 3 & \end{aligned}$$

$$\text{broj dijagonalala iz 1 tjemena} = 12$$

$$12 = \text{broj tjemena} - 3$$

$$\text{broj tjemena} = 12 + 3$$

$$\text{broj tjemena} = 15$$

mnogougaonik je petnaestougaonik

2. Odredi mnogougaonik ako iz jednog njegovog tjemena mogu da se povuku:

a) 15 dijagonalala

b) 22 dijagonalala

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi ukupan broj dijagonalala u:

a) osmougaoniku

b) dvadesetpetougaoniku

2. Odredi mnogougaonik u kome iz jednog tjemena mogu da se povuku:

a) 11 dijagonalala

b) 20 dijagonalala

\*3. Koliko strana ima mnogougaonik koji ima ukupno 5 dijagonalala?

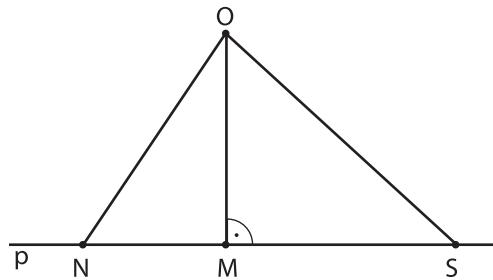
\*4. Jeden mnogougaonik ima dva puta više dijagonalala nego strana. Koji je to mnogougaonik?

\*5. Jeden mnogougaonik ima šest puta više dijagonalala nego strana. Koji je to mnogougaonik?

# VISINA TROUGLA. ORTOCENTAR

## Uvodna aktivnost

Napiši ukratko korake za određivanje rastojanja od tačke O koja ne leži na pravu r, do te prave r.

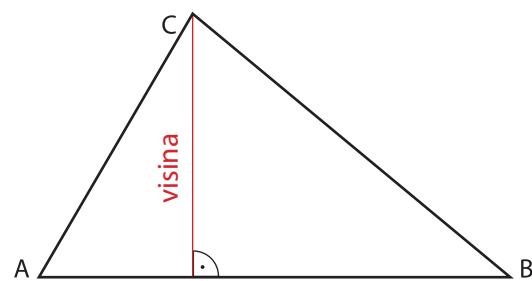


Duž čije je su krajnje tačke jedno tjeme trougla i podnožna tačka normale spuštene iz tog tjemena prema suprotnoj strani zove se **visina** trougla.

Na crtežu je prikazana visina od tjemena C prema strani AB.

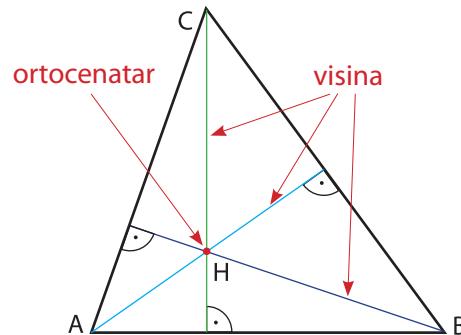
Trougao ima tri visine.

Visine trougla se sjeku u jednoj tački.



Presečna tačka visine je **ortocentar** trougla.

Na crtežu je ortocenatar označen tačkom N.



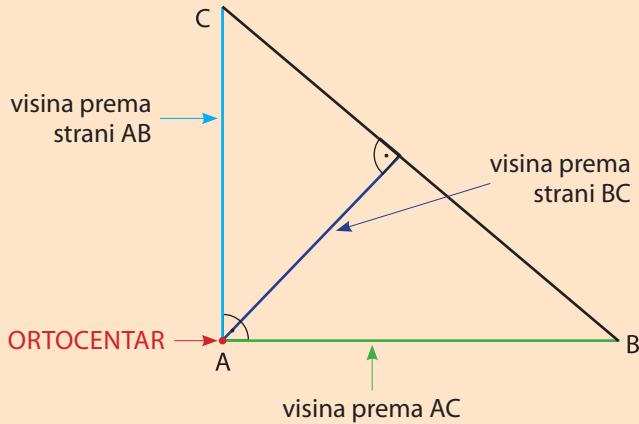
**Primjer.** Nacrtaj visine i ortocentar u:

a) pravouglom trouglu

b) tupouglog trouglu.

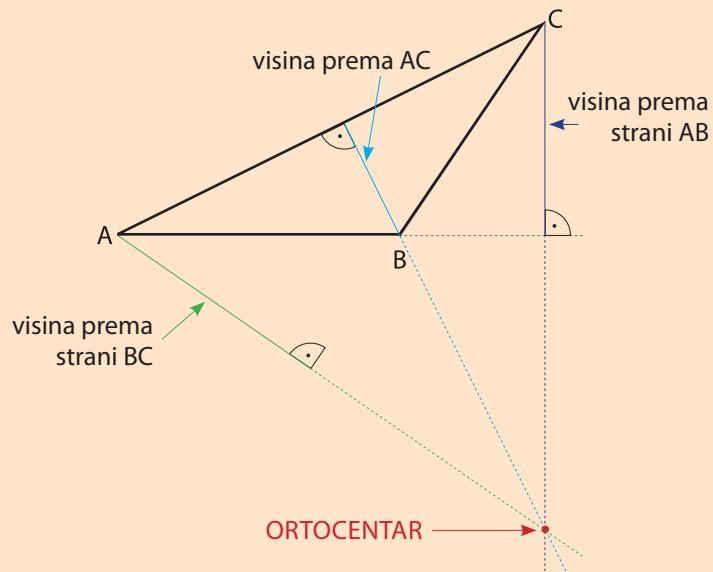
**a)** U pravouglom trouglu dvije visine se podudaraju sa dvije uzajamno normalne strane u trouglu.

Ortocentar u pravouglom trouglu podudara se sa tjemenom kod pravog ugla.



**b)** Da bi odredili ortocentar tupouglog trougla, treba da produžimo visine van trougla.

Ortocentar je van trougla.



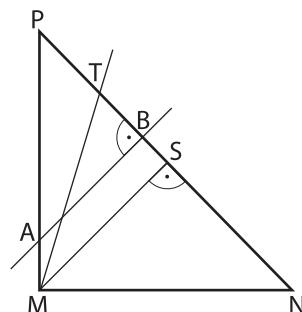
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Nacrtaj ortocentar u:

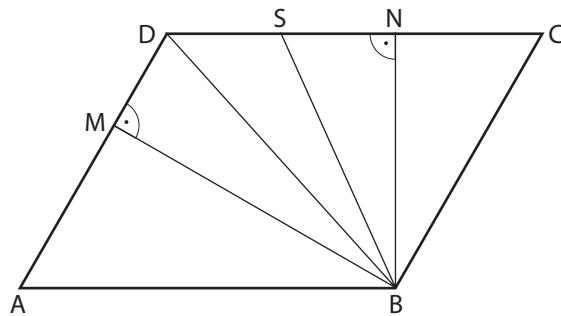
- a) oštrouglog trouglu
- b) pravouglom trouglu
- c) tupouglog trouglu

2. Prema crtežu odredi visinu prema traženoj strani.

- a) Prema strani NP u trouglu MNP



- b) Prema strani CD u trouglu BCD



3. Nacrtaj jednakokraki trougao i povuci visine od tjemena osnove tog trougla. Izmjeri i zapiši njihove dužine. Šta primjećuješ?
4. Nacrtaj raznostranični trougao i nađi njegov ortocentar. Zapiši ih po veličini, počevši od najmanje – dužine strana i počevši od najveće – visine tog trougla. Šta primjećuješ?

## TEŽIŠNA LINIJA U TROUGLU. TEŽIŠTE

### Uvodna aktivnost

1. Nacrtaj trougao.
2. Obeleži tjemena trougla.
3. Svakoj strani trougla nađi središnju tačku.
4. Svako tјeme trougla poveži sa središnjom tačkom suprotne strane.

Šta primjećuješ? Da li je isto dobio i tvoj drug ili tvoja drugarica?

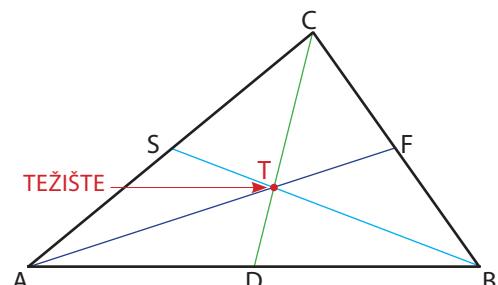
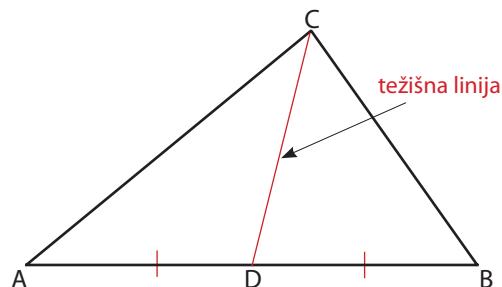
Duž čije krajnje tačke su jedno tјeme trougla i središnja tačka suprotne strane tjemena zove se **težišna linija**.

Na crtežu je prikazana težišna linija CD dobijena povezivanjem tјemena C sa središnjom tačkom strane AB.

Težišna linija djeli odgovarajuću stranu na dva jednakona dijela. Na crtežu,  $\overline{AD} = \overline{DB}$ .

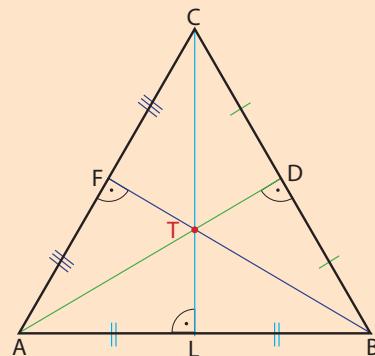
Trougao ima tri težišne linije koje se sjeku u jednoj tački.

Presječena tačka težišne linije je **težište** trougla.



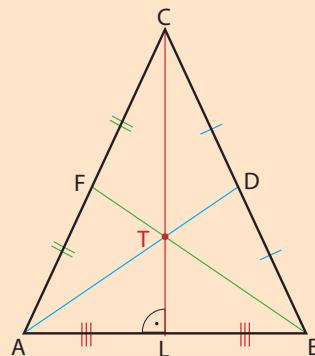
**Primjer 1.** Nacrtaj težišne linije u jednakostraničnom i u jednakokrakom trouglu.

### jednakostranični trougao



Težišne linije prema stranama se podudaraju sa odgovarajućim visinama.  
Težište se podudara sa ortocentrom.

### jednakokraki trougao



Težišna linija prema osnovi se podudara sa odgovarajućom visinom.

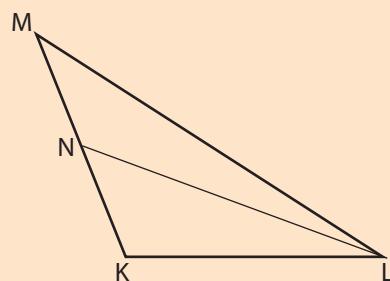
**1.** Nacrtaj pravugli trougao. Nacrtaj težišne linije trougla.

**Primjer 2.** Duž NL je težišna linija u trouglu KLM. Odredi dužinu KN, ako  $\overline{KM} = 18\text{cm}$ .

NL je težišna linija trougla KLM  
odnosno  $\overline{KN} = \overline{NM}$ .

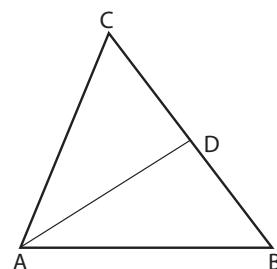
Dužina duži KN je polovina  
dužine duži KM.

Prema tome,  $\overline{KN} = 18 : 2 = 9\text{ cm}$ .



**2.** Duž AD je težišna linija trougla ABC.

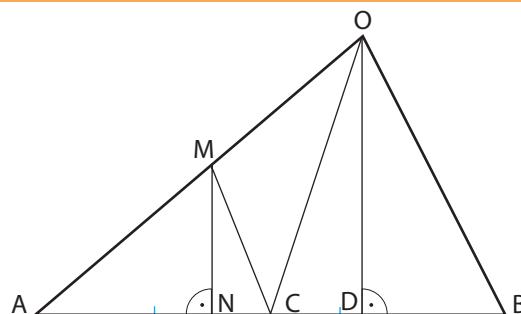
Odredi dužinu (BC), ako  $\overline{BD} = 5\text{ cm}$ .



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Koje su prema crtežu duži za trougao ABO:

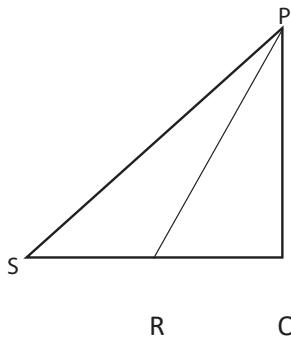
- a) težišna linija prema strani AB
- b) visina prema strani AB



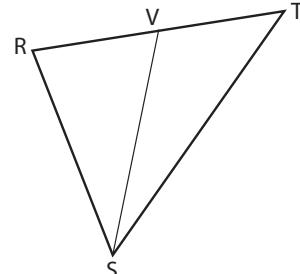
**2.** Nacrtaj proizvoljno  $\Delta ABC$ , a zatim odredi njegovo težište.

**3.** Prema crtežu i datim podacima, odredi dužine traženih duži.

**a)** U trouglu  $SQP$ , duž  $PR$  je težišna linija prema strani  $SQ$ . Odredi dužinu duži  $SQ$ , ako  $\overline{RQ} = 5,4 \text{ cm}$ .



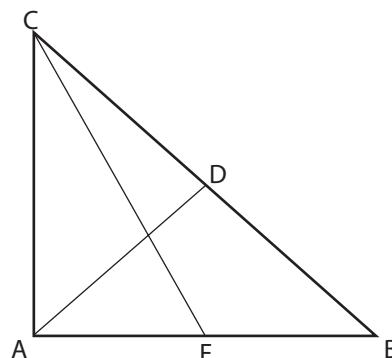
**b)** U trouglu  $RST$ , duž  $SV$  je težišna linija prema strani  $RT$ . Odredi dužinu duži  $RT$ , ako  $= 16,6 \text{ cm}$ .



**\*4.** U trouglu  $ABC$ , duži  $CF$  i  $AD$  su težišne linije prema stranama  $AB$  i  $BC$ , odgovarajuće. Ako  $\overline{AF} = 6,2 \text{ cm}$  i  $\overline{BC} = 16,8 \text{ cm}$ , odredi dužine :

**a)** duži  $AV$

**b)** duži  $BD$  i  $DC$

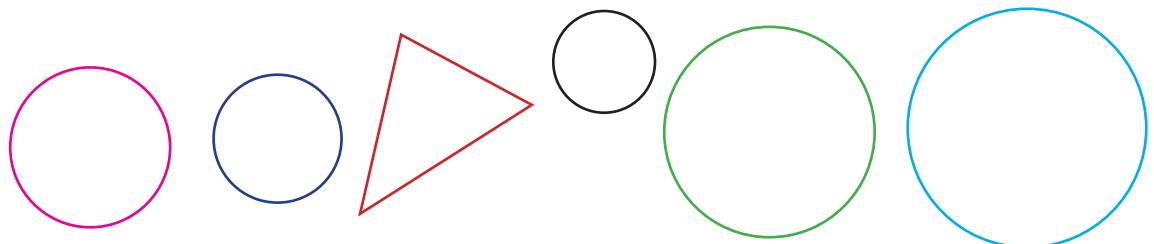


**\*5.** Nacrtaj pravougli jednakočraki trougao i nacrtaj visinu i težišnu liniju prema najvećoj strani. Šta možeš da zaključiš za te dvije duži?

## OPISANA KRUŽNICA KOD TROUGLA

### Uvodna aktivnost

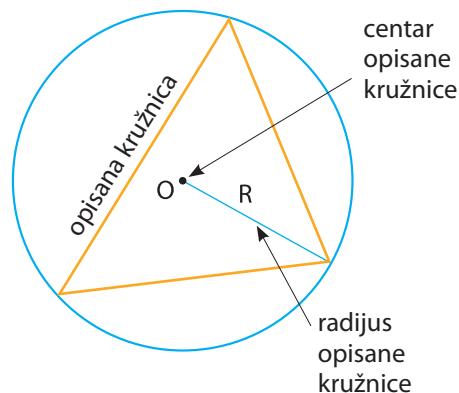
Razgledaj date kružnice. Procijeni koju kružnicu možeš da postaviš na trougao, tako što njegova tjemena leže na kružnici?



**Opisana kružnica** oko trougla je kružnica koja prolazi kroz svjećene tog trougla.

**Centar** opisane kružnice je presječna tačka simetrale strane trougla.

**Radius** opisane kružnice je rastojanje od centra do kojeg bilo tjemena trougla.

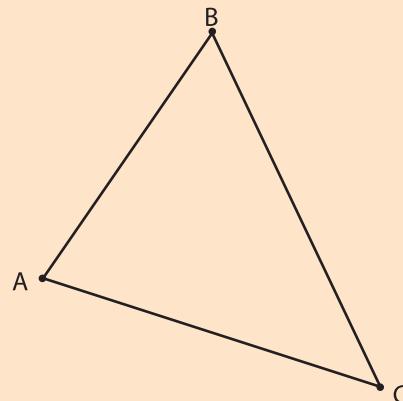


### Kako da nacrtamo opisanu kružnicu oko trougla?

**Primjer 1.** Opiši kružnicu oko  $\Delta ABC$ .

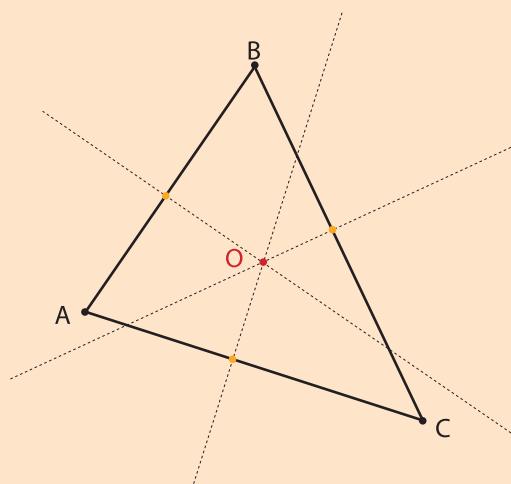
Da bi nacrtali kružnicu oko  $\Delta ABC$  potrebno je da odredimo centar i radius kružnice.

Dat je  $\Delta ABC$ .

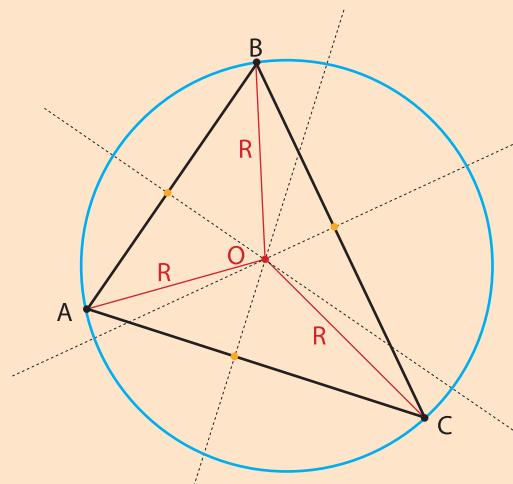


Crtamo simetrale strana  $\Delta ABC$ .

Presječna tačka simetrala strana  $\Delta ABC$  je centar opisane kružnice i označen je sa O.



Svaka od duži  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OC}$  je radijus opisane kružnice  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = R$ . Znači da bi nacrtali opisanu kružnicu oko  $\triangle ABC$  treba da postavimo iglu šestara u tačku O i da otvorimo šestar do jednog od tjemena na tom trouglu.



**1.** Nacrtaj opisanu kružnicu oko pravouglog trougla.

- a)** Gdje leži centar opisane kružnice?
- b)** Koja je veza između radijusa i najveće strane pravouglog trougla?

**2.** Nacrtaj opisanu kružnicu oko tupouglog trougla.

Gdje leži centar opisane kružnice?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

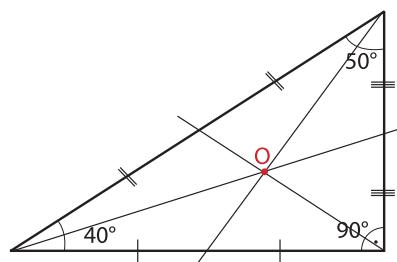
**1.** Nacrtaj opisanu kružnicu u:

- a)** oštrouglogom  $\triangle ABC$
- b)** pravouglogom  $\triangle MNR$ , sa pravim uglom u tjemenu N
- c)** tupouglogom  $\triangle SPT$ , sa tupim uglom u tjemenu P.

U zadacima 2, 3 i 4 odredi tačne odgovore prema podacima na crtežima.

**2.** Tačka O trougla ABC je:

- a)** centar opisane kružnice
- b)** težište
- c)** ortocentar

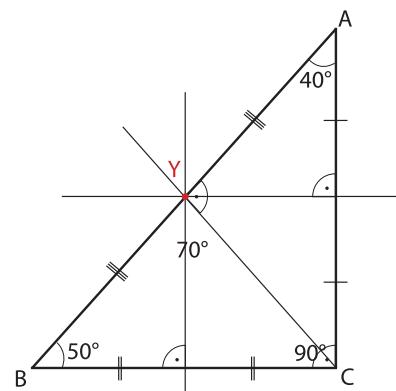
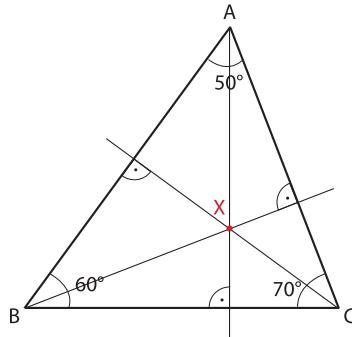


3. Tačka X za  $\Delta ABC$  je:

- a) centar opisane kružnice
- b) težište
- c) ortocentar

4. Tačka Y za  $\Delta ABC$  je:

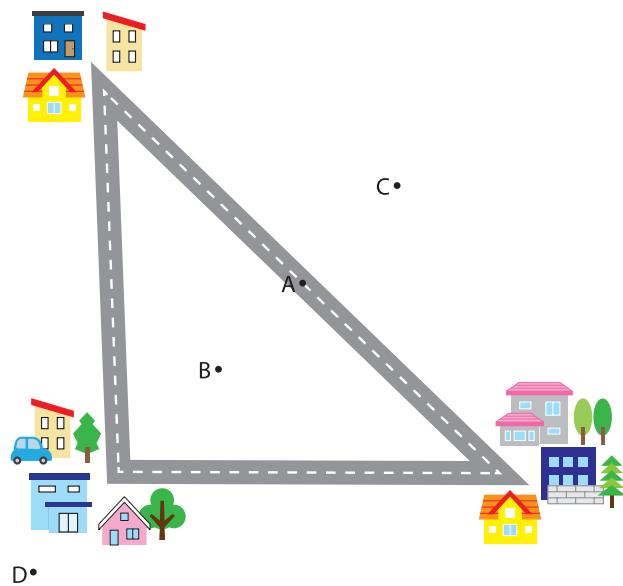
- a) centar opisane kružnice
- b) težište
- c) ortocentar



## UPISANA KRUŽNICA U TROUGLU

### Uvodna aktivnost

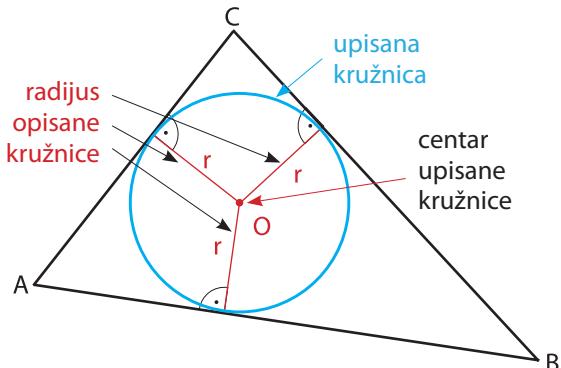
Sanela i Jane su vlasnici konkurenčkih hotela. Istraživali su na kojoj lokaciji da izgrade svoje hotele da bi imali veću zaradu. Sanela misli da je bolje da njen hotel bude na istom rastojanju od svih objekata na crtežu, pa je zato izgradila hotel u mjestu S. Jane misli da je bolje da hotel izgradi tako što će biti na istom rastojanju od svake ulice u okolini. Pomozi Janetu da izabere mjesto na kome će izgraditi svoj hotel.



**Upisana kružnica** u trouglu je kružnica koja dodiruje strane trougla.

**Centar** upisane kružnice je tačka presjeka simetrala ugla trougla.

**Radius** upisane kružnice je rastojanje od centra do bilo koje strane trougla.



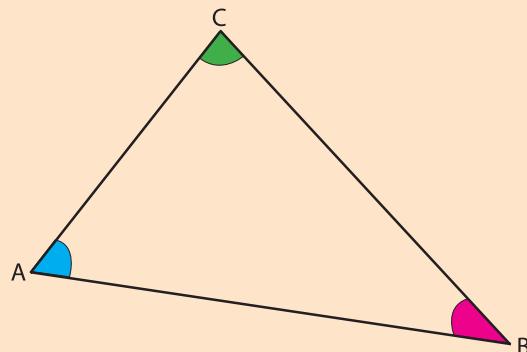
### Kako da nacrtamo upisanu kružnicu?

Da bi nacrtali kružnicu potrebno je da odredimo centar i radius kružnice.

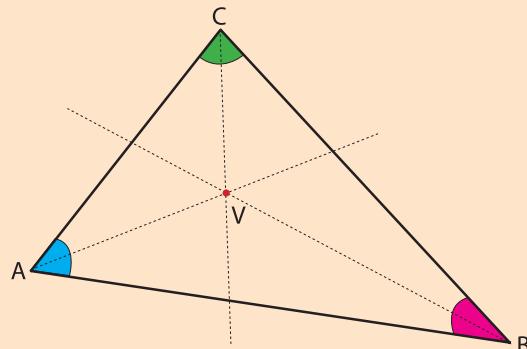
**Primjer 1.** Dat je  $\Delta ABC$ . Nacrtaj upisanu kružnicu  $\Delta ABC$ .

Neka je dat  $\Delta ABC$ .

Crtamo simetrale uglova  $\Delta ABC$ .

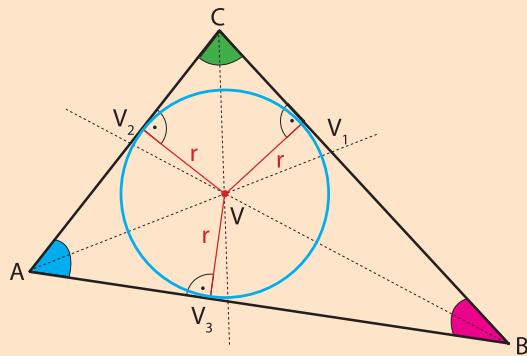


Tačka presjeka simetrala uglova  $\Delta ABC$  je centar upisane kružnice i označavamo ga sa  $V$ .



Crtamo rastojanje od centra  $V$  do strana  $\Delta ABC$ . Iglu šestara zabadamo u tačku  $V$  i šestar otvoramo toliko koliko je rastojanje od centra  $V$  do svake strane trougla  $\overline{VV_1} = \overline{VV_2} = \overline{VV_3} = r$  i crtamo kružnicu.

Pazi: Rastojanje od centra do strana je duž koja je uzajamno normalna svakoj strani.



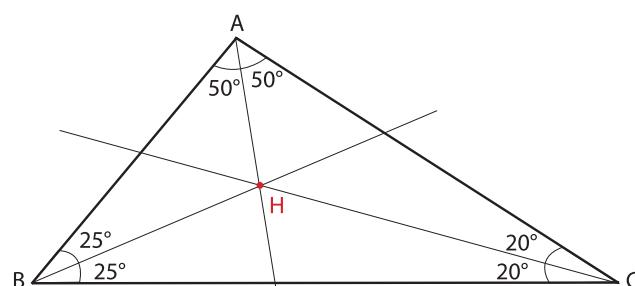
1. Nacrtaj pravougli trougao i upisanu kružnicu u trouglu.
2. Nacrtaj tupougli trougao i upisanu kružnicu u trouglu.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

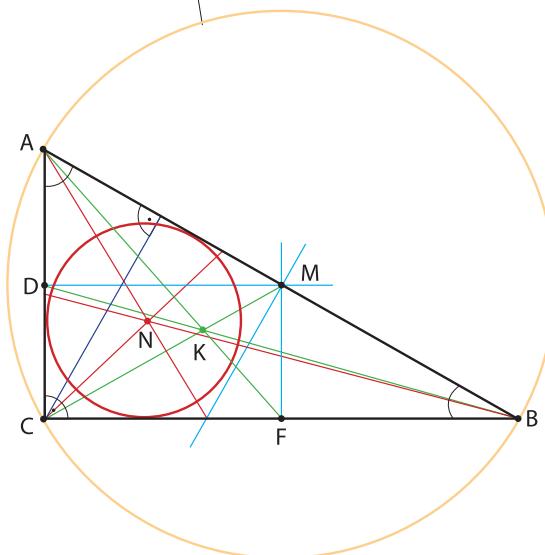
1. Nacrtaj opisanu kružnicu u:
  - oštrouglomu trouglu ABC
  - pravouglom trouglu MNR, sa pravim uglom u tjemenu N
  - tupouglomu trouglu SPT, sa tupim uglom u tjemenu P.
2. Nacrtaj upisanu i opisanu kružnicu kod jednakostraničnog trougla KXY. Šta možeš zaključiti u vezi centara obe kružnice?

3. Tačka N za  $\Delta ABC$  je:

- centar opisane kružnice
- težište
- centar upisane kružnice
- ortocentar

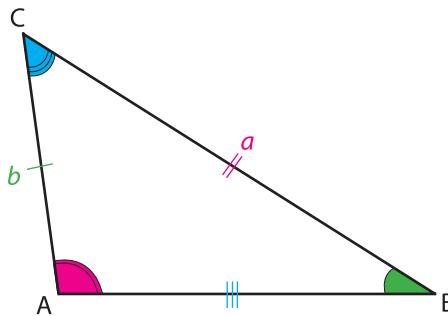


4. Prepiši tekst zadatka u svesci i dopuni da bi bilo tačno.
- a) Trougao ABC je \_\_\_\_\_ trougao.
- b) Tačke D, F i M su \_\_\_\_\_ na \_\_\_\_\_ i  $\Delta ABC$ .
- c) Tačka M je \_\_\_\_\_ na  $\Delta ABC$ .
- č) Crvene duži su \_\_\_\_\_ na \_\_\_\_\_ te  $\Delta ABC$ .
- ć) Zelene duži su \_\_\_\_\_ i tačka K je \_\_\_\_\_ na  $\Delta ABC$ .



# ODNOS STRANA I UGLOVA U TROUGLU

## Uvodna aktivnost



Da razgledamo  $\Delta ABC$ .

Strane obilježavamo odgovarajuće tjemenima:

- suprotno od tjemena A je strana a
- suprotno od tjemena B je strana b
- suprotno od tjemena C je strana c
- Izmjeri strane  $\Delta ABC$  i poređaj ih po dužini, počevši od najmanje.
- Izmjeri uglove  $\Delta ABC$  i poređaj ih po veličini, počevši od najmanjeg.

Šta primjećuješ?

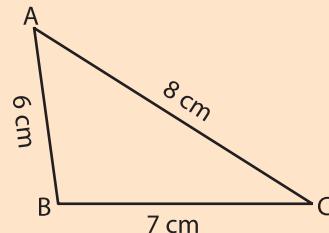
Za svaki trougao važi pravilo: **Nasuprot veće strane leži veći ugao.**

## Primjer 1.

a) Koji je ugao najmanji u  $\Delta ABC$ ?

Prema pravilu strana i uglova u trouglu, najmanja strana je strana  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ .

Nasuprot strane AB je ugao u tjemenu C, što znači najmanji je ugao C.

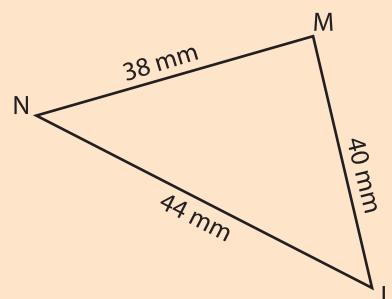


b) Poređaj uglove na  $\Delta MNL$ , počevši od najmanjeg.

Prvo treba da poređamo dužine strana  $\Delta MNL$ , počevši od najmanje strane:

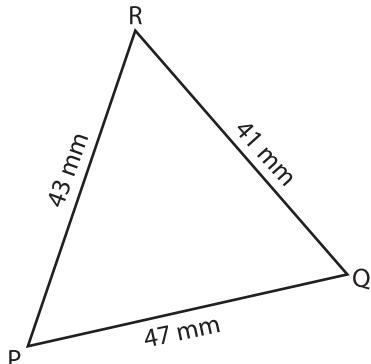
38 mm, 40 mm, 44 mm

Prema pravilu strana i uglova u trouglu, uglovi poređani od najmanjeg su:  $\angle L$ ,  $\angle N$ ,  $\angle M$ .

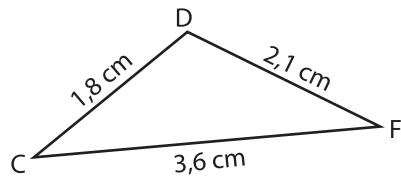


1. Prema crtežima:

- a) poređaj po veličini uglove  $\Delta PQR$ , počevši od najvećeg.



- b) odredi najmanji ugao u  $\Delta CDF$ .



Važi i obratno pravilo od onoga koje je bilo dato na početku, odnosno:

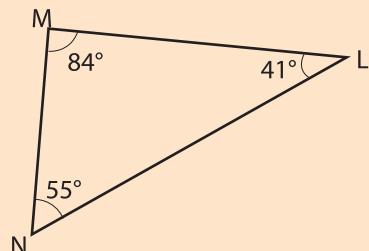
**Nasuprot većeg ugla u jednom trouglu leži veća strana.**

### Primjer 2.

- a) Koja strana je najveća u  $\Delta MNL$ ?

Prema pravilu za uglove i strane u trouglu, najveći ugao je  $\angle M = 84^\circ$ .

Nasuprot  $\angle M$  je strana NL, što znači da je najveća strana NL.

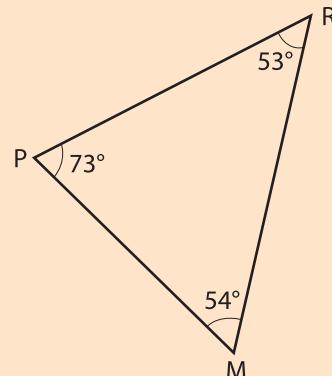


- b) Poređaj dužine strana  $\Delta MPR$ , počevši od najveće.

Prvo treba da poređamo uglove po veličini, počevši od najvećeg ugla:

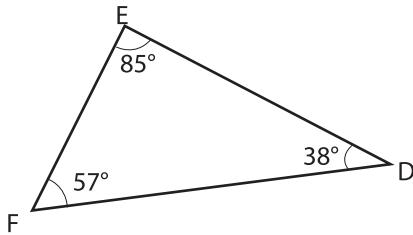
$73^\circ, 54^\circ, 53^\circ$

Prema pravilu za uglove i strane u trouglu, strane poređane od najveće su : RM, PR, PM.

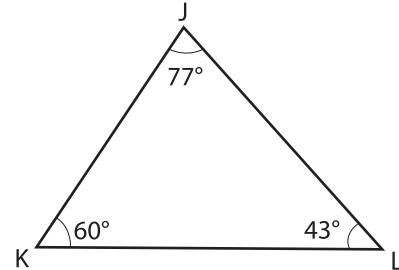


**2.** Prema crtežima:

- a) poređaj dužine strana  $\Delta DEF$ , počevši od najmanje



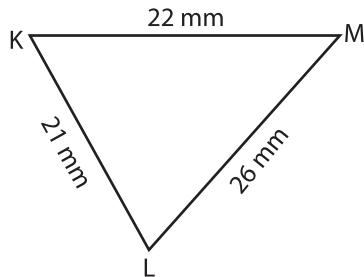
- b) odredi najmanju stranu u  $\Delta KLM$



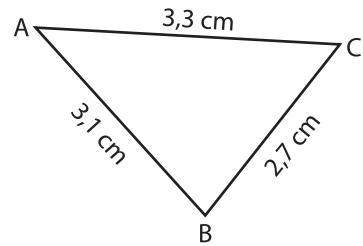
### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Prema crtežima:

- a) poređaj po veličini uglove, počevši od najmanjeg.

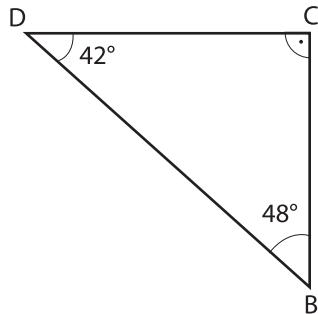


- b) poređaj po veličini uglove, počevši od najvećeg.

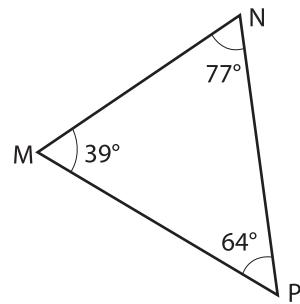


**2.** Prema crtežima:

- a) poređaj dužine strana trougla, počevši od najmanje



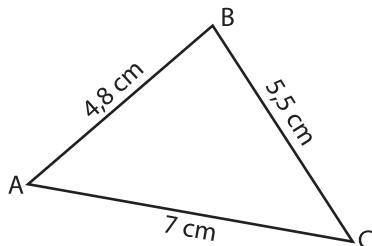
- b) odredi najmanju stranu trougla



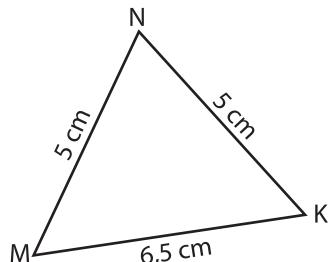
- 3.** Nacrtaj  $\Delta MNP$  tako što  $\angle M = \angle P$ , a zatim izmjeri dužine strana nasuprot ta dva ugla. Šta primjećeš? Kakav trougao se dobija?

\*4. Na crtežima su dati trouglovi sa dužinama njihovih strana. Za svaki trougao su date veličine unutrašnjih uglova. Odredi veličine svakog ugla odgovarajućih stranama trougla.

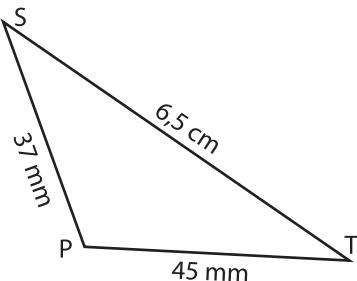
a)  $43^\circ, 90^\circ, 47^\circ$



b)  $65^\circ, 76^\circ, 39^\circ$



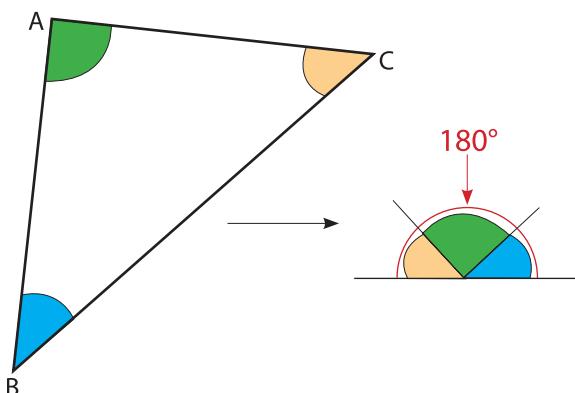
c)  $45^\circ, 105^\circ, 30^\circ$



## ZBIR UGLOVA U TROUGLU

### Uvodna aktivnost

- Na papiru nacrtaj trougao kao na crtežu.
- Isjeci trougao od papira i isjeci: ugao CAB, ugao ABC i ugao BCA.
- Zatim, namjesti uglove da imaju zajedničko tjeme i da su susjedni uglovi.
- Kakav ugao oblikuju tri ugla zajedno?
- Koliko stepeni ima ugao koji se oblikuje od tri ugla trougla?



Zbir unutrašnjih uglova u trouglu je  $180^\circ$ .

**Primjer 1.** Provjeri da li su dati uglovi, uglovi u trouglu.

a)  $86^\circ, 53^\circ, 41^\circ$

Da provjerimo zbir uglova

$$86^\circ + 53^\circ + 41^\circ = 180^\circ$$

Dati uglovi mogu da budu uglovi trougla.

b)  $28^\circ, 64^\circ, 100^\circ$

Da provjerimo zbir uglova

$$28^\circ + 64^\circ + 100^\circ = 192^\circ$$

Zbir je veći od  $180^\circ$ , znači dati uglovi ne mogu da budu unutrašnji uglovi trougla.

**Primjer 2.** Prema podacima na crtežu, odredi veličinu nepoznatog ugla u trouglu.

Poznata su dva ugla  $\Delta MNP$

$$\angle M = 47^\circ \text{ i } \angle P = 86^\circ$$

Treba da odredimo veličinu  $\angle N$ .

Zbir tri ugla je  $180^\circ$

$$\angle M + \angle N + \angle P = 180^\circ$$

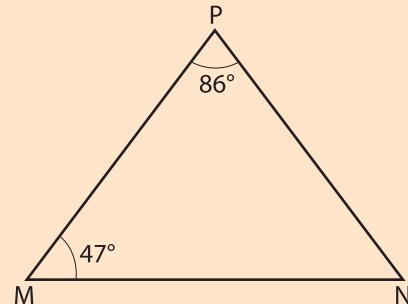
Mijenjamo za poznate uglove

$$47^\circ + 86^\circ + \angle N = 180^\circ$$

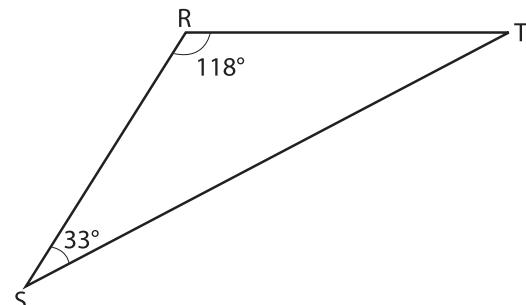
$$133^\circ + \angle N = 180^\circ$$

$$\angle N = 180^\circ - 133^\circ$$

$$\angle N = 47^\circ$$



**1.** Prema podacima na crtežu, odredi veličinu nepoznatog ugla u trouglu.



**Primjer 3.** Odredi uglove  $\Delta ABC$  prema podacima na crtežu.

$\Delta ABC$  je jednakokraki trougao, uglovi nasuprot krakova su jednaki među sobom.

Prema tome, ako  $\alpha = 36^\circ$ , onda je  $\beta = 36^\circ$ .

Ugao  $\gamma$  ćemo izračunati, znajući da je zbir uglova u trouglu  $180^\circ$ .

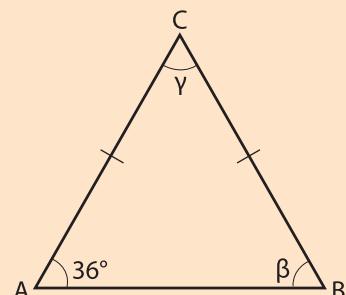
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$36^\circ + 36^\circ + \gamma = 180^\circ$$

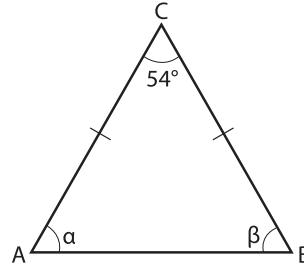
$$72^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 72^\circ$$

$$\gamma = 108^\circ$$



2. Odredi uglove  $\Delta ABC$  prema podacima sa crteža.



Svaki trougao ima 3 unutrašnja ugla i 3 spoljašna ugla.

Kod trougla ABC:

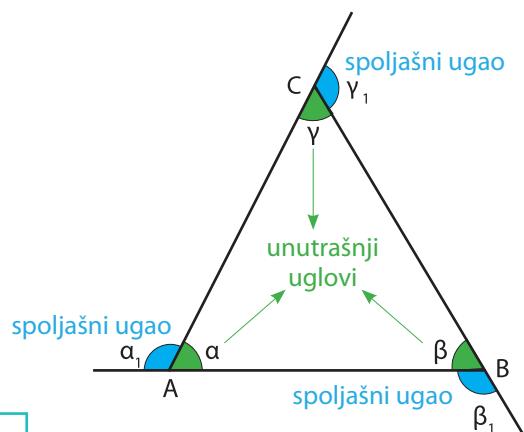
Unutrašnji uglovi su  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta) i  $\gamma$  (gama)

spoljašni uglovi su

$\alpha_1$  (alfa jedan),  $\beta_1$  (beta jedan) i  $\gamma_1$  (gama jedan)

3. Razgledaj pažljivo crtež.

Koliko je  $\alpha + \alpha_1$ ,  $\beta + \beta_1$ ,  $\gamma + \gamma_1$ ?



U svakom trouglu, zbir unutrašnjih i odgovarajućeg spoljašnjeg ugla je  $180^\circ$ .

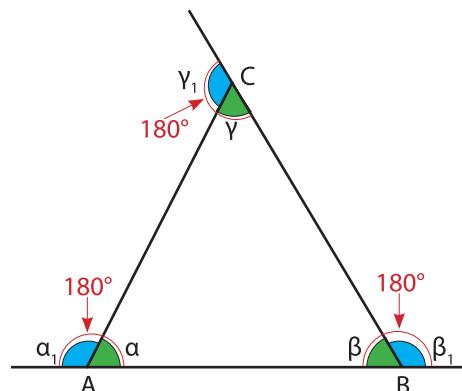
Na crtežu je prikazan  $\Delta ABC$  sa njegovim unutrašnjim uglovima i odgovarajućim spoljašnjim uglovima.

Za uglove važe svojstva:

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ$$

$$\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$



**Primjer 4.** Izračunaj nepoznate unutrašnje uglove u trouglu na crtežu.

a) U trouglu su dati:  $\alpha = 48^\circ$  i  $\beta_1 = 130^\circ$ .

Treba da izračunamo uglove  $\beta$  i  $\gamma$

1) Izračunajmo ugao  $\beta$ .

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ$$

$$\beta + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\beta = 50^\circ$$

2) Izračunajmo ugao  $\gamma$ .

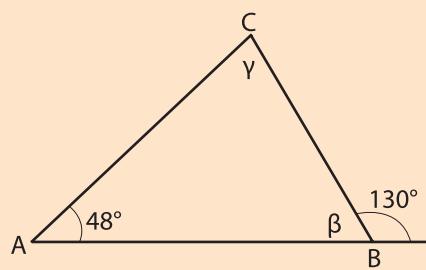
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$48^\circ + 50^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$98^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 98^\circ$$

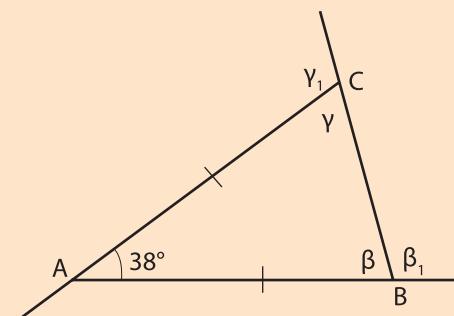
$$\gamma = 82^\circ$$



**Primjer 5.** Izračunaj nepoznate i spoljašne uglove trougla sa crteža.

Trougao ABC je jednakokraki sa kracima AC i AB i ugao  $\alpha = 38^\circ$ .

Treba da izračunamo uglove  $\alpha, \beta, \beta_1, \gamma$  i  $\gamma_1$ .



1) Da izračunamo  $\alpha_1$ :

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$38^\circ + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - 38^\circ$$

$$\alpha_1 = 142^\circ$$

2) Da izračunamo  $\beta$  i  $\gamma$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$38^\circ + \gamma + \gamma = 180^\circ$$

$$38^\circ + 2\gamma = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ - 38^\circ$$

$$2\gamma = 142^\circ$$

$$\gamma = 142^\circ : 2$$

$$\gamma = 71^\circ$$

$\beta = \gamma$  jer su uglovi suprotni kraci, pa

$$\beta = 71^\circ$$

3) Da izračunamo  $\beta_1$  i  $\gamma_1$

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ$$

$$71^\circ + \beta_1 = 180^\circ$$

$$\beta_1 = 180^\circ - 71^\circ$$

$$\beta_1 = 109^\circ$$

$$\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$

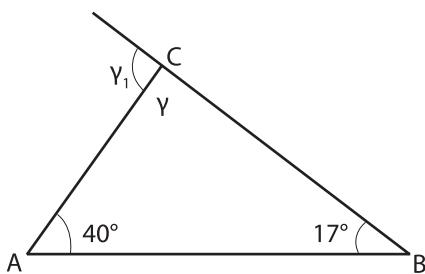
$$71^\circ + \gamma_1 = 180^\circ$$

$$\gamma_1 = 180^\circ - 71^\circ$$

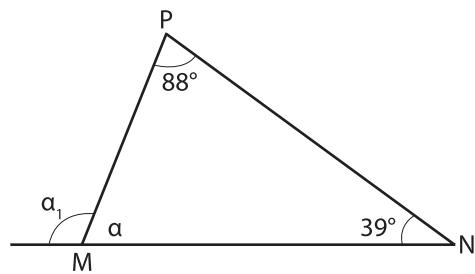
$$\gamma_1 = 109^\circ$$

4. Izračunaj nepoznate uglove u trouglu sa crteža.

a)



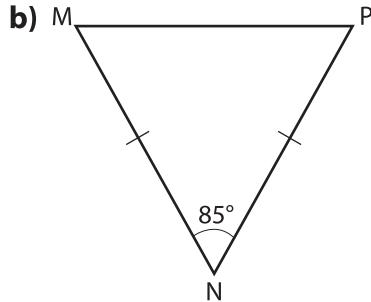
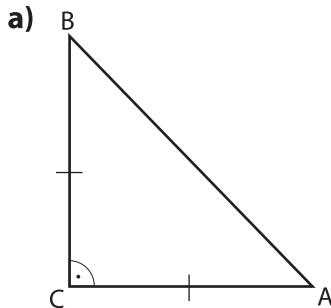
b)



### ZADACI ZA VJEŽBANJE

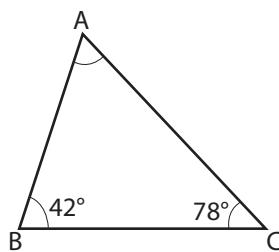
- Dva unutrašnja ugla u jednom trouglu su  $51^\circ$  i  $36^\circ$ . Odredi veličinu trećeg ugla.
- Odredi veličinu jednog od oštih uglova u pravouglom trouglu, ako znaš da drugi oštri ugao je  $38^\circ$ .

3. Izračunaj unutrašnje uglove  $\Delta ABC$  i  $\Delta MNP$  prema podacima sa crteža.

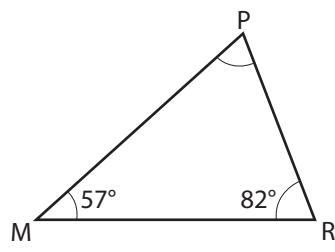


U zadacima od 4 do 12 odredi veličinu traženog ugla.

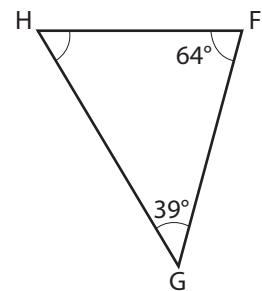
4.  $\angle A = ?$



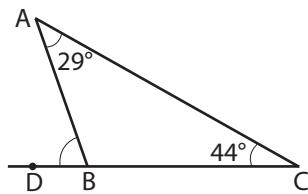
5.  $\angle P = ?$



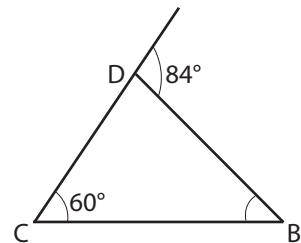
6.  $\angle H = ?$



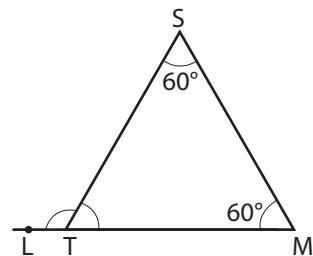
7.  $\angle ABD = ?$



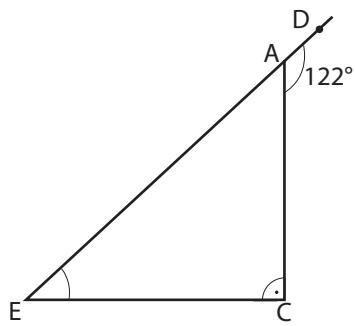
8.  $\angle B = ?$



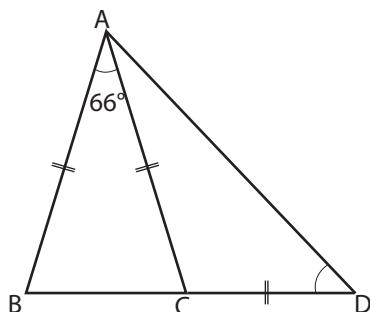
9.  $\angle STL = ?$  i  $\angle STM = ?$



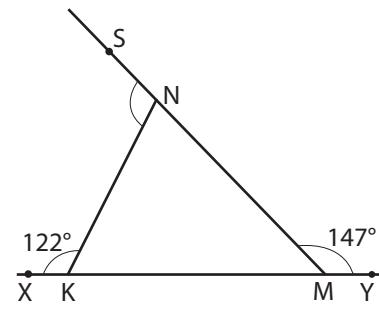
10.  $\angle E = ?$



\*11.  $\angle D = ?$

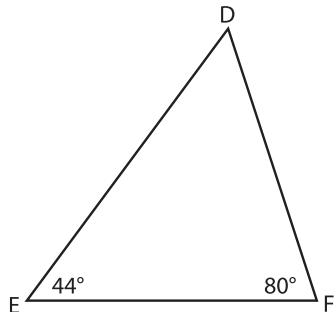


\*12.  $\angle KNS = ?$

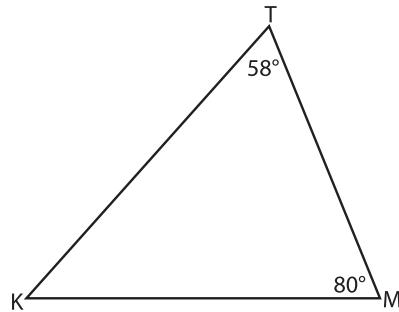


\*13. Prema crtežima:

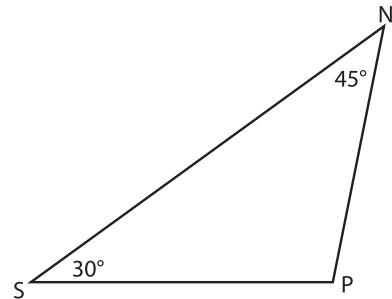
a) Odredi najmanju stranu u trouglu.



b) Odredi najveću stranu u trouglu.



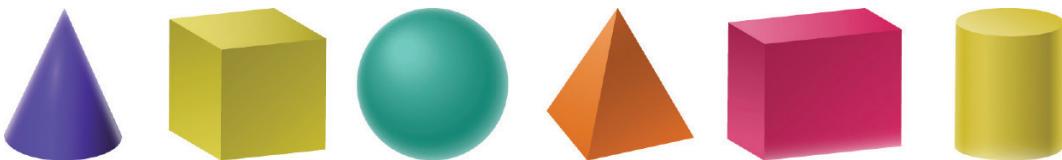
c) Poređaj počevši od najvećeg.



## VEZA IZMEĐU 2D- I 3D-OBLIKA

### Uvodna aktivnost

Uoči i zapiši sa kakvom površinom je ograničen svaki 3D-oblik.



3D-oblike dijelimo na **rogljaste** i **oble** oblike.

Koji 3D-oblici su rogljasti, a koji obli?

**Rogljasti** 3D-oblici su ograničeni sa konačno mnogo mnogougaonika.

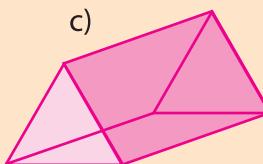
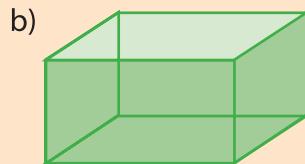
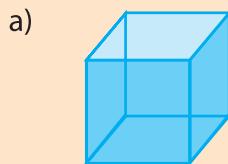
Mnoguagaonici rogljastih 3D-oblika zovu se zidovi, njihove strane se zovu ivice 3D-oblika a zajedničke tačke ivica se zovu tjemena 3D-oblika.



**Primjer 1.** Za date rogljaste 3D-oblike:

- 1) Imenuj oblik.
- 2) Odredi broj tjemena, ivica i zidova.

3) Opiši od kojih 2D-oblika je sastavljen 3D-oblik.



a)

- 1) 3D-oblik: Kocka
- 2) Broj tjemena: 8, broj ivica: 12, broj zidova: 6
- 3) Kocka je sastavljena od 6 kvadrata

b)

- 1) 3D-oblik: Kvadar
- 2) Broj tjemena: 8, broj ivica: 12, broj zidova: 6
- 3) Kvadar je sastavljen od 6 pravouganika

c)

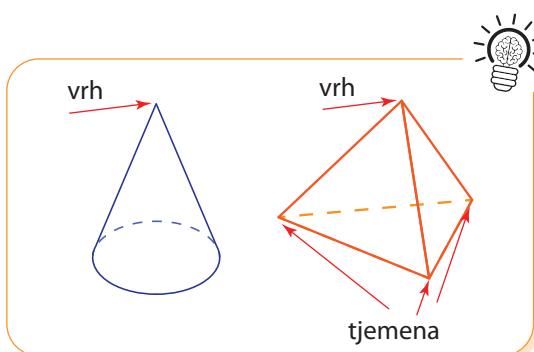
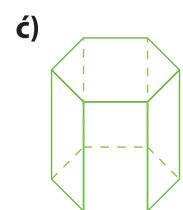
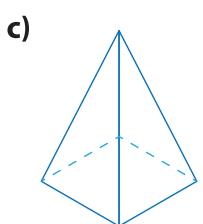
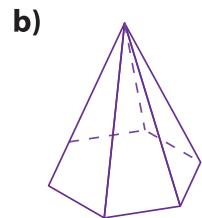
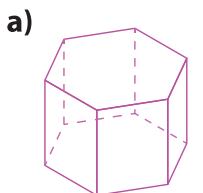
- 1) 3D-oblik: Kvadar
- 2) Broj tjemena: 8, broj ivica: 12, broj zidova: 6
- 3) Kvadar je sastavljen od 6 pravouganika

1. Datim rogljastim 3D-oblicima:

1) Imenuj oblik.

2) Odredi broj tjemena, ivica i zidova.

3) Opiši iz kojih 2D-oblika je sastavljen svaki 3D-oblik.



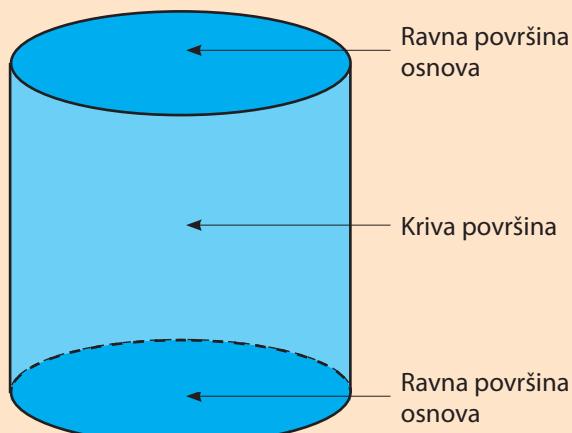
D-oblici ograničeni ravnom i krivom površinom ili samo sa krivim površinama nazivaju se obli **3D-oblici**.

**Primjer 2.** Datim oblim

3D-oblicima:

- 1) Imenuj oblik.
- 2) Opiši od kojih 2D-oblika je sastavljen svaki 3D-oblik.

- 1) 3D-oblik: Cilindar
- 2) Cilindar je sastavljen od krive površine i dva kruga (osnove).

**2.** Za date oble 3D-oblike:

- 1) Imenuj oblik.
- 2) Opiši od kojih 2D-oblika je sastavljen svaki 3D-oblik.

a)



b)



**3.** Dat je skup  $A = \{\text{kocka, kupa, kvadar, lopta, šestougaona prizma, petougaona piramida, valjak, sedmougaona piramida}\}$

Odredi podskup:

- a) R čiji su elementi rogljasti 3D-oblici skupa A
- b) V čiji su elementi obli 3D-oblici skupa A.

**4.** Nabroj predmete iz učionice i neposredne okoline koji imaju 3D-oblik. Opiši od kojih 2D-oblika je sastavljen svaki predmet.

**5.** Sandra je stavila šest 3D-oblika u jednu torbu. Svaki od njenih drugova je izvukao po jedan 3D-oblik i zatim ga opisivao. Sandra je trebala da pogodi naziv 3D-oblika. Pomozi Sandri da pogodi oblike.

Ana je rekla: Moj 3D-oblik ima 9 ivica i 6 tjemena.

Lile je rekla: Moj 3D-oblik ima 6 identična zidova.

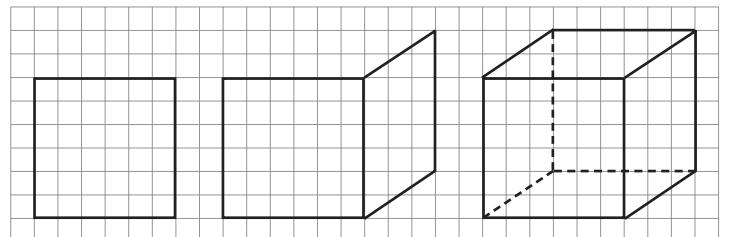
Vanja je rekao: Moj 3D-oblik ima 5 zidova i 5 tjemena.

Aleksandar je rekao: Moj 3D-oblik ima 9 tjemena i 9 zidova.

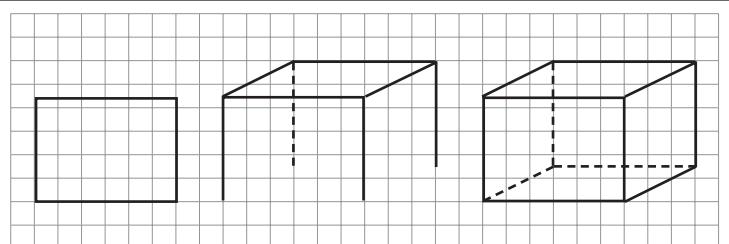
Maja je rekla: Moj 3D-oblik ima 6 ivica i 4 identična zida.

## Kako da nacrtamo neke od 3D-oblika?

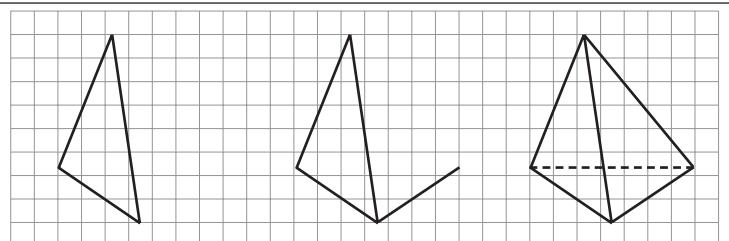
kocka



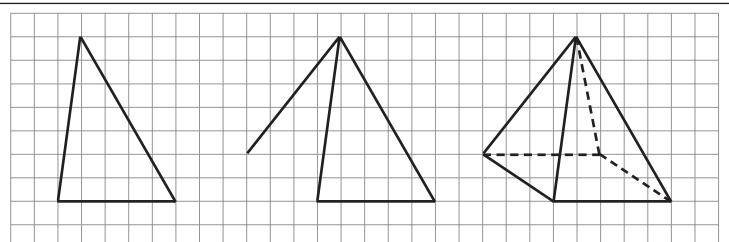
kvadar



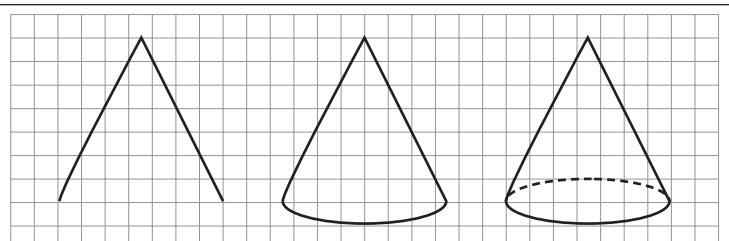
trougla piramida



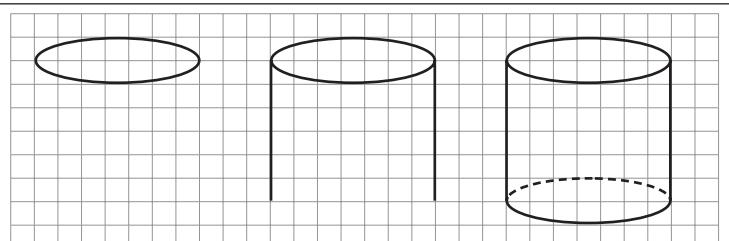
četvorougla piramida



kupa



valjak



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Odgonetni oblike i nacrtaj ih u svesci.

- 1.** 3D-oblik koji ima pet zida, ali samo jednu osnovu.
- 2.** 2D-oblik sa jednim pravim uglom i dva oštra ugla.
- 2.** 3D-oblik sastavljen od dva kruga i krive površine.
- 5.** 3D-oblik sastavljen od četiri trougla.
- 3.** 2D-oblik koji ima tri para paralelnih strana i svi uglovi su tupi.
- 6.** 3D-oblik sastavljen od dva kvadrata i četiri pravougaonika.

**7.** Nacrtaj i imenuj elemente svakog 3D-oblika. Opiši od kojih 2D-oblika je sastavljen 3D-oblik.

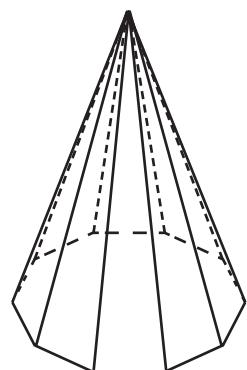
- a)** kocka
- b)** kvadar
- c)** trouglasta prizma
- č)** petougaona piramida
- d)** šestougaona piramida

**\*8.** Mare je napravila desetougaonu piramidu. Ona je pažljivo presekla piramidu i posmatrala kakav se oblik dobija na presjeku.

- a)** Koji od sljedećih oblika ne bi mogao da se dobije:

- 1)** desetougaonik
- 2)** trougao
- 3)** pravougaonik
- 4)** nepravilni četvorougaonik

- b)** Objasni kako bi mogao da se dobije svaki drugi oblik.



## MREŽE PRIZME I PIRAMIDE

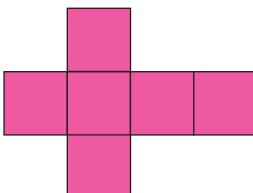
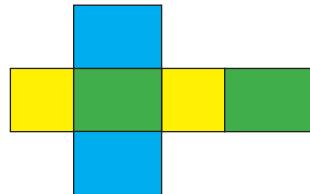
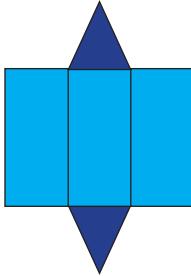
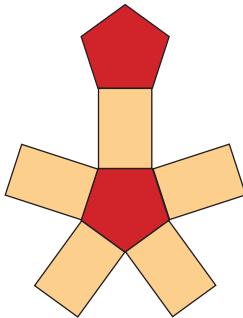
### Uvodna aktivnost

Zamisli da preko telefona treba da objasniš tvom drugu kako da nacrtava, a zatim isječe parčice hartije da bi mogao da sastavi neki 3D-oblik kada mu objašnjavaš. Ne smiješ da upotrebiš ime tog 3D-oblika, ali možeš da koristiš pojmove koji ukazuju na 2D-oblike od kojih je sastavljen. Sa tvojim drugom iz para odigrajte uloge objašnjivača i crtača.

**Mreža** 3D-oblik je 2D-oblik sastavljen od svih njegovih zidova.

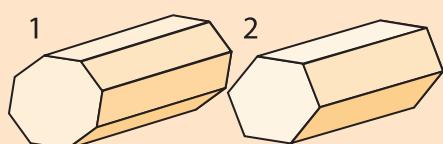
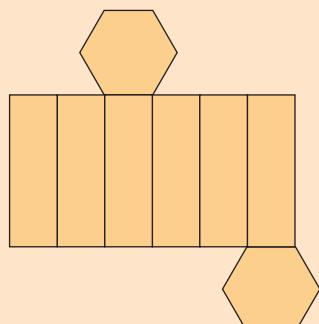
Ako isječemo mrežu jednog 3D-oblika nacrtanog na hartiji, kartonu ili slično i odgovarajući savijemo mrežu dobićemo 3D-oblik.

### Mreže prizmi

PRIZME	MREŽE
kocka	
kvadar	
trougaona prizma	
petougaona prizma	

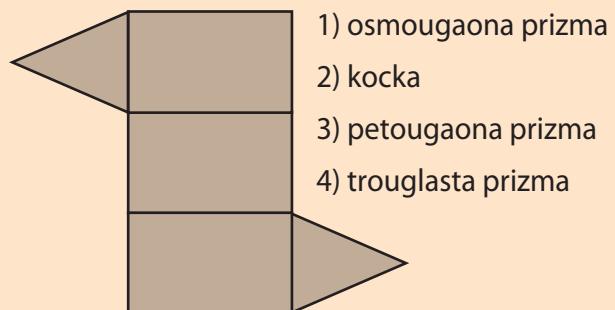
**Primjer 1.** Odredi tačne odgovore.

a) Data mreža je mreža kojeg 3D-oblika?



Tačni odgovor je 2) zato što mreža ima 2 šestougaonika i 6 pravougaonika.

b) Od date mreže može da se oblikuje:

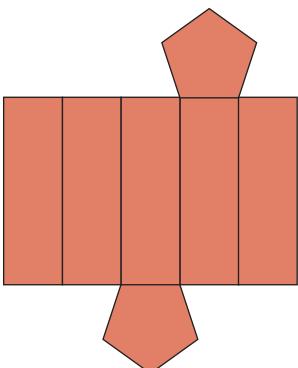


- 1) osmougaona prizma
- 2) kocka
- 3) petougaona prizma
- 4) trouglasta prizma

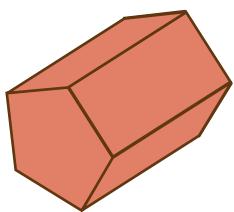
Tačan odgovor je 4) zato što mreža ima 2 trougla i 3 pravougaonika.

Odredi tačni odgovor u zadacima 1 i 2.

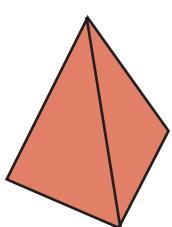
1. Koji 3D oblik može da se sastavi od date mreže?



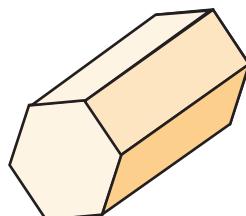
a)



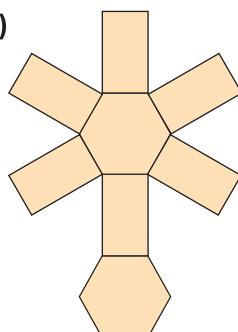
b)



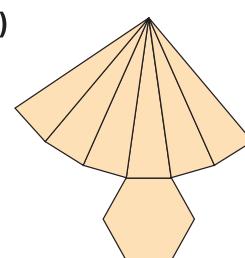
2. Koji 3D-oblik može da se sastavi od mreže:



a)



b)



### Primjer 2. Nacrtaj mrežu kvadra.

Kvadar je sastavljen od 6 pravougaonika.

Obilježićemo zidove brojevima od 1 do 6.

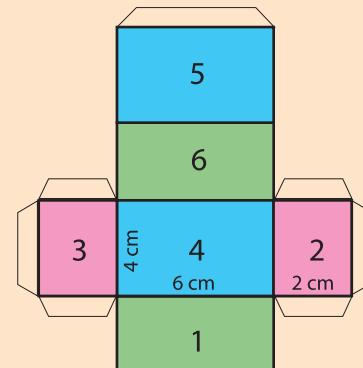
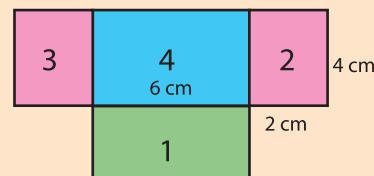
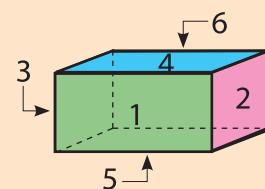
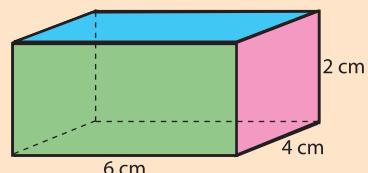
Na crtežu, pravougaonici 1 i 6 su zeleni, pravougaonici 4 i 5 su plavi i pravougaonici 2 i 3 se roze.

1) Prvo crtamo pravougaonik 1.

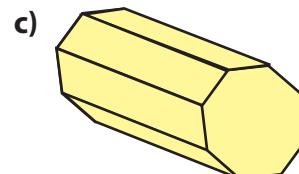
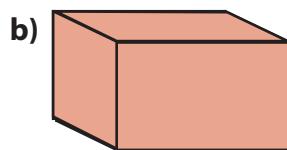
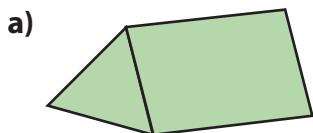
To je zid okrenut prema nama.

2) Zatim, crtamo pravougaonik 4, to je gornji zid. Na njega nadovezujemo dva zida koja su lijevo i desno, pravougaonici 2 i 3.

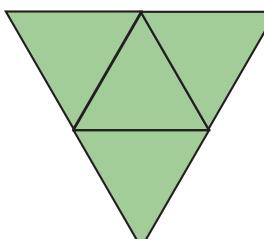
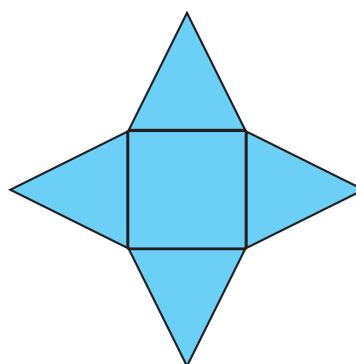
3) Na kraju, iznad pravougaonika 4, nadovezujemo pravougaonike 5 i 6, a to je zid dole i zid pozadi.



### 3. Nacrtaj mrežu datih prizmi.

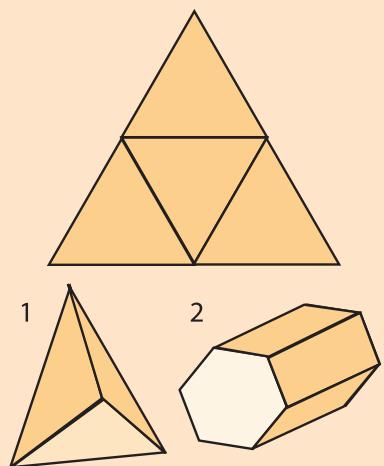


## Mreže piramida

PIRAMIDE	MREŽE
trouglja piramida	
četvorougaona piramida	

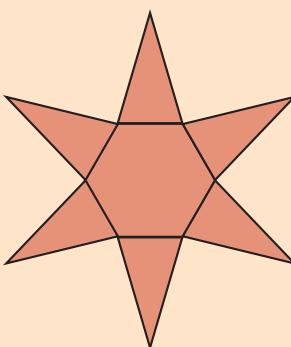
**Primjer 3.** Odredi tačne odgovore.

a) Data mreža je mreža kojeg 3D-oblika?



Tačan odgovor je 1) zato što mreža ima 4 trougla.

b) Od date mreže može da se oblikuje:



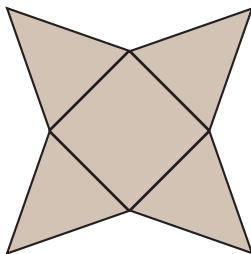
- 1) trouglja prizma
- 2) šestougaona piramida
- 3) četvorougaona piramida
- 4) petougaona prizma

Tačan odgovor je 2) zato što mreža ima 6 trougla i 1 šestougaonik.

Odredi tačan odgovor u zadacima 4 i 5.

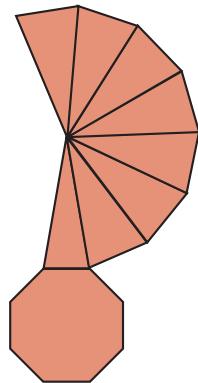
- 4.** Koji 3D-oblik će se sastaviti od date mreže?

- a) trougaona piramida
- b) četvorougaona piramida
- c) kocka
- č) četvorougaona prizma



- 5.** Koji 3D-oblik će se sastaviti od date mreže?

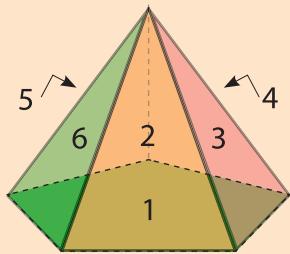
- a) petougaona piramida
- b) kvadar
- c) osmougaona prizma
- č) osmougaona piramida



**Primjer 4.** Nacrtaj mrežu petougaone piramide.

Ova petougaona piramida ima 1 pravilan petougaonik – osnovu na piramidi i 5 jednakokrakih trouglova.

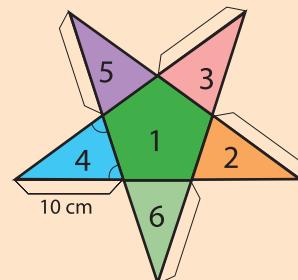
Obilježićemo osnovu sa 1, a trouglove brojevima od 2 do 6.



1) Prvo crtamo osnovu – petougaonik sa stranama 18 cm i unutrašnjim uglom  $108^\circ$ .

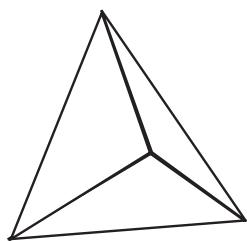


2) Zatim, iznad svake strane petougaonika, crtamo 5 jednakokrakih trouglova. Svaki trougao ima krake dužina 10 cm i uglove pri osnovi  $74^\circ$ .

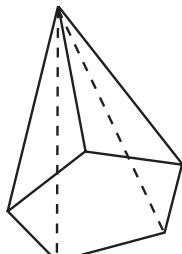


**6.** Nacrtaj mreže datih piramida.

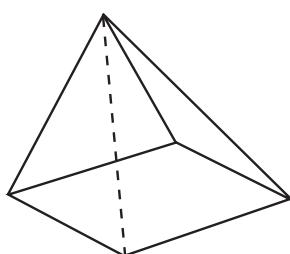
a)



b)

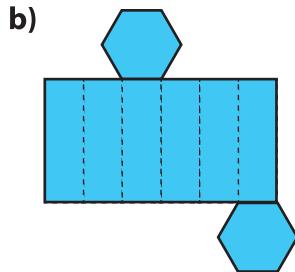
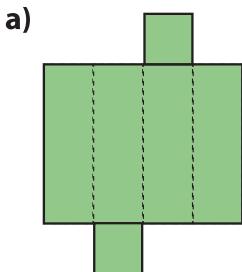


c)



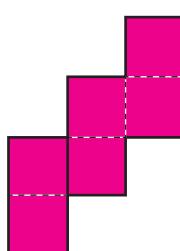
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Kojom mrežom može da se sastavi kvadar?

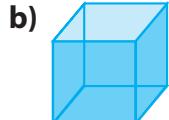
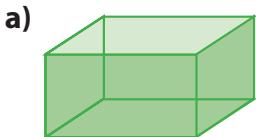
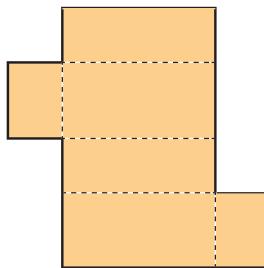


3. Koji 3D-oblik će se staviti od date mreže?

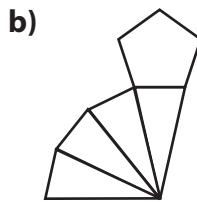
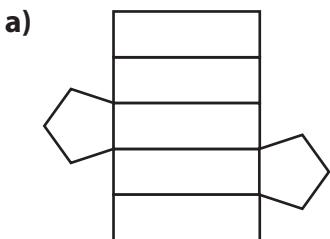
- a) trougla piramida
- b) valjak
- c) kocka
- č) petougaona prizma



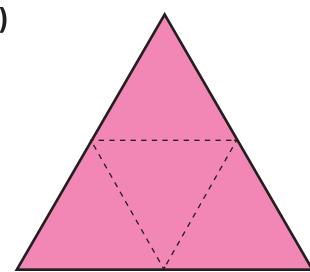
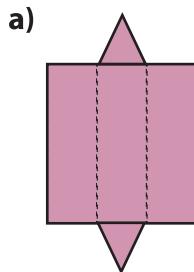
5. Od date mreže može da se sastavi:



7. Kojom mrežom može da se sastavi petougaona prizma?

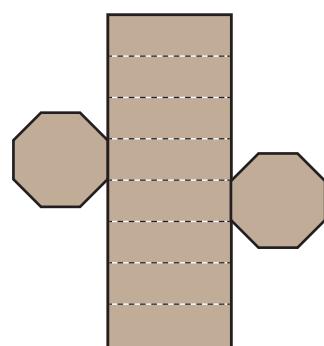


2. Kojom mrežom može da se sastavi trougla prizma?

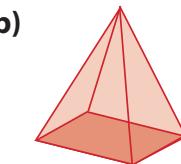
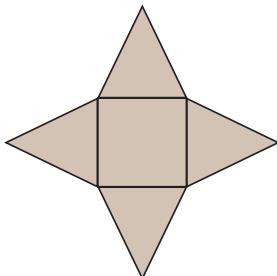


4. Koji 3D-oblik će se sastaviti od date mreže?

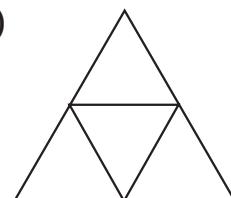
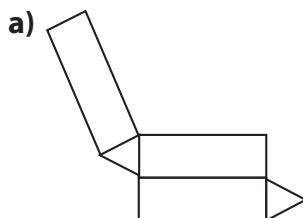
- a) valjak
- b) kvadar
- c) osmougaona prizma
- č) osmougaona piramida



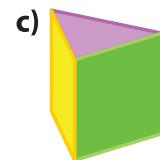
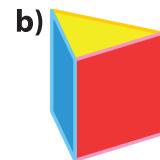
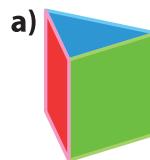
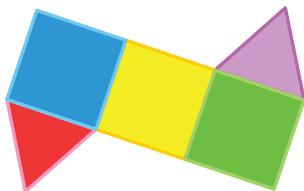
6. Od date mreže može da se sastavi:



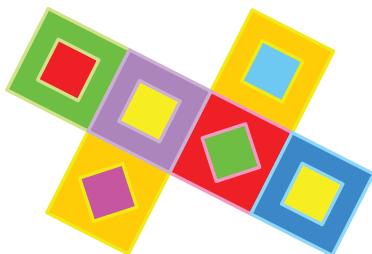
8. Kojom mrežom može da se sastavi trougla piramida?



\*9. Koja trougla prizma može da se sastavi od date mreže?



\*10. Koja kocka ne može da se sastavi od date mreže?



## MREŽA VALJKA

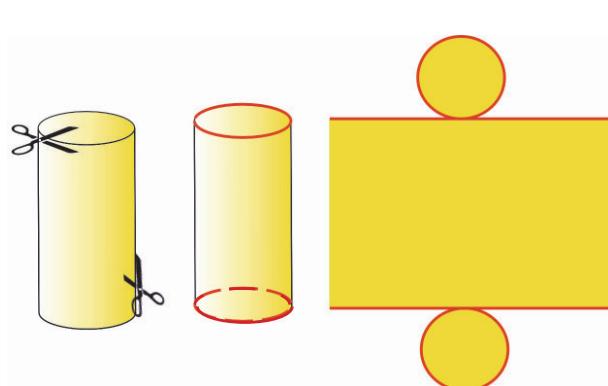
### Uvodna aktivnost

1. Kakve je oblike kantica sa bojom na slici?
2. Od kakvih površina je napravljen ovaj 3D oblik?
3. Da li ovaj oblik ima tjemena, zidove i ivice?  
Objasnite svoj odgovor.
4. Kako zovemo ovaj 3D oblik?

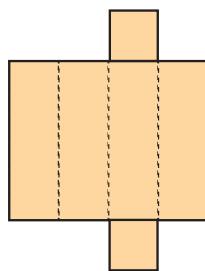
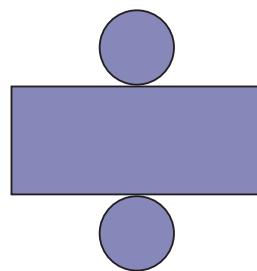


**Primjer 1.** Kada valjak otvorimo duž krive površine i duž krugova dobijamo mrežu valjka.

Primjećuje se da mreža ima pravougaonik i dva kruga.

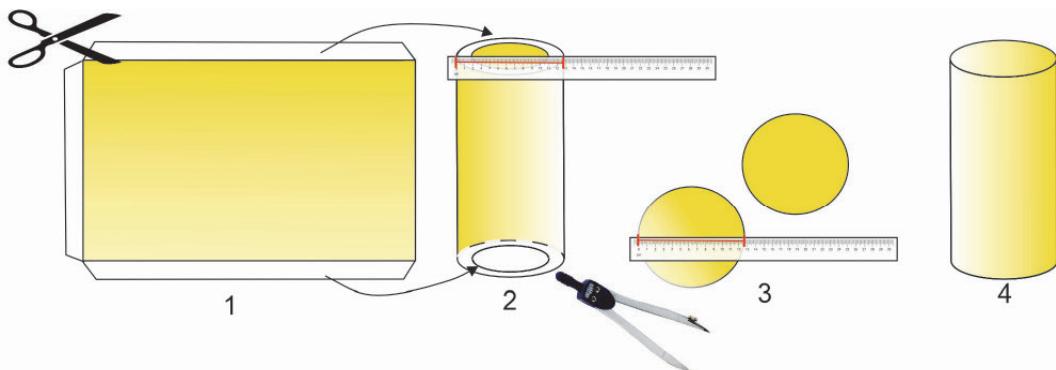


**1.** Kojom od datih mreža može da se sastavi valjak?

**b)****c)**

**Primjer 2.** Izradi valjak od hartije.

Postupak za izradu valjka je dat u koracima u sljedećoj slici.



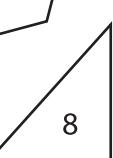
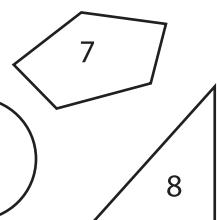
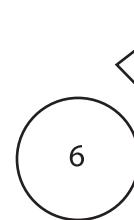
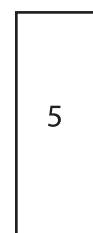
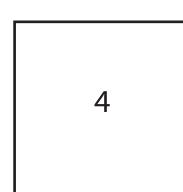
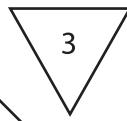
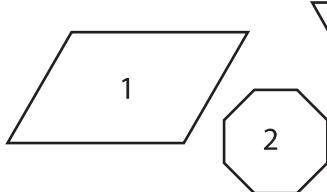
Korak 1: Crtamo pravougaonik koji će odgovarati zakrivljenoj površini i makazama sječemo.

Korak 2: Savijamo pravougaonik i lijepimo. Mjerimo dijametar lenjirom (koji je najduža tetiva u krugu).

Korak 3: Sa dijametrom koji smo izmjerili, nacrtamo dva kruga koji će predstavljati osnove valjka i isječemo ih.

Korak 4: Zalijepimo krugove na odgovarajuća mjesta i dobijamo valjak.

**1.** Iz datog skupa 2D-oblika izaberi one kojima možeš da sastaviš:

**a) kocku****b) valjak****c) trougla prizmu sa osnovama pravouglog trougla**

Zapiši po koliko će ti trebati od svakog 2D-oblika koji izabereš.

2. Na hartiji, prvo nacrtaj mrežu, a zatim izradi:

- a) valjak      b) trouglu piramidu      c) prizmu sa osnovom pravougaonika.

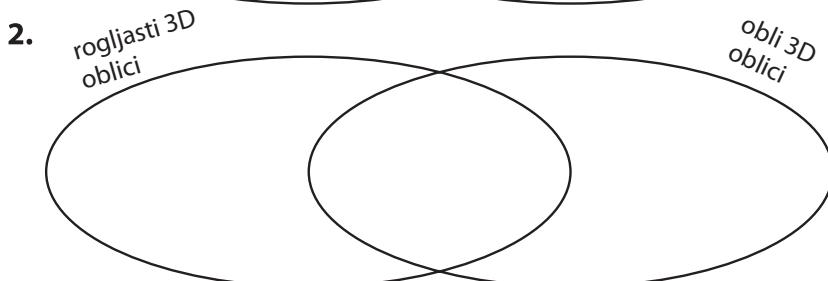
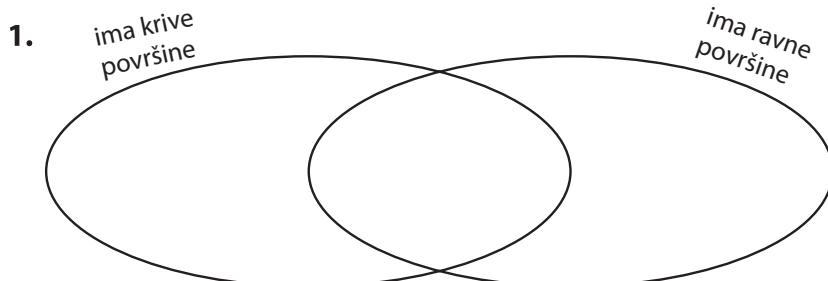
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

U svesci precrtaj Venove dijagrame.

- a) Popuni ih tačnim nazivima 3D-oblika koji ispunjavaju odgovarajuće uslove.

- b) Dobijene skupove predstavi tabelarno i opisno.

Pazi, u dijelu u kojem se sjeku dijagrami treba da napišeš oblike koji ispunjavaju oba uslova.



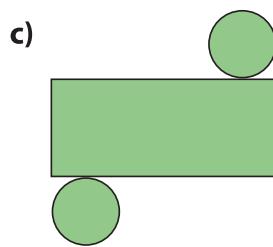
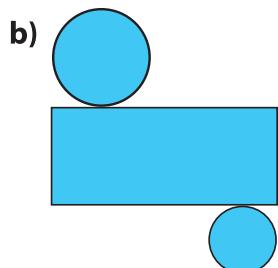
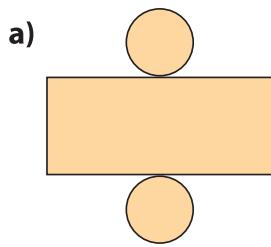
3. Prepiši i popuni Karolov dijagram sa nekoliko 3D-oblika.

- a) Predstavi na opisan način skupove formirane u svakom polju.

- b) Da li je neki od skupova prazan? Objasni odgovor.

	nema tjeme/vrh	ima tjeme/vrh
ima krive površine		
ima ravne zidove		

4. Kojom od navedenih mreža ne može da se formira valjak? Objasni odgovor.

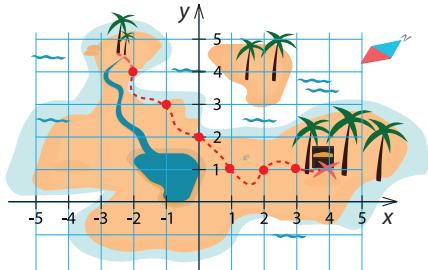


# PRAVOUGAONI KOORDINATNI SISTEM

## Uvodna aktivnost

Razgledaj pažljivo mapu.

Zapiši koordinate ključnih tačaka, označenih sa ● po kojima treba da se kreću istraživači da bi stigli do blaga.

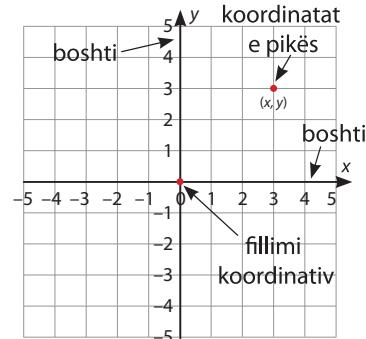


Brojevne prave  $x$  i  $y$  koje su normalne jedna drugoj u ravni čine jednu cjelinu – sistem koji se zove **koordinatni sistem** u ravni.

Brojevne prave  $x$  i  $y$  se zovu **koordinatne ose**, a njihov presjek se zove **koordinatni početak**, koji označavamo sa  $O$  i koordinate ove tačke su  $(0, 0)$ .

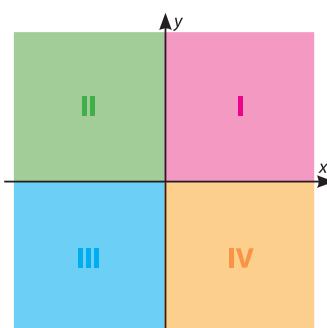
Od koordinatnog početka na lijevo, nadesno, nagore i nadole se označavaju, nekoliko puta, jedinačne duži pri čemu se dobijaju podioci i označavaju se brojevima  $1, 2, 3, \dots$  ili  $-1, -2, -3, \dots$

Svaka tačka u ravni je predstavljena na koordinatnom sistemu koordinatama  $(x, y)$ .



U zapisu koordinata jedne tačke uvijek se prva piše koordinata  $x$ , a druga se piše koordinata  $y$ .

Koordinatni sistem dijeli ravan na 4 dijela nazvana **kvadranti: I, II, III i IV**.



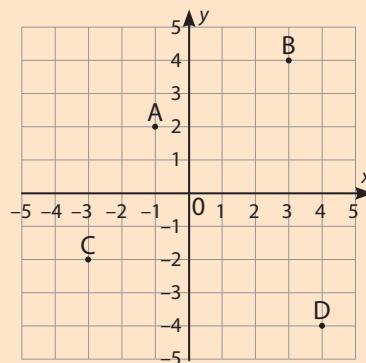
## Primjer 1.

a) Odredi u kom kvadrantu se nalazi svaka tačka na crtežu.

Tačka A se nalazi u drugom kvadrantu, tačka B se nalazi u prvom kvadrantu, tačka C se nalazi u trećem kvadrantu i tačka D se nalazi u četvrtom kvadrantu.

**b)** Napiši koordinate tačaka A, B, C i D.  
 Koordinate tačaka zapisujemo redoslijedno:  
 prva je x-koordinata, druga je  
 y-koordinata.

$$A(-1, 2); B(3, 4); C(-3, -2); D(4, -4)$$

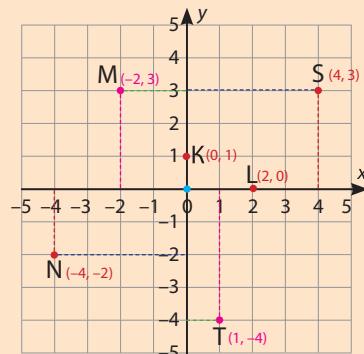


**Primjer 2.** Predstavi na koordinatnom sistemu tačke: M(-2, 3); N(-4, -2); T(1, -4); S(4, 3), K(0, 1), L(2, 0).

Crtamo koordinatni sistem i označavamo brojeve na brojnim osama x i y.  
 Da bi predstavili tačku M postupamo na sljedeći način:

- 1) Pronalazimo broj -2 na x-osi.
- 2) Kroz -2 povlačimo pravu paralelnu sa y-osom.
- 3) Pronalazimo broj 3 na y-osi.
- 4) Kroz 3 povlačimo pravu paralelnu sa x-osom.
- 5) Presjek dvije prave je tačka M.
- 6) Označavamo M(-2, 3).

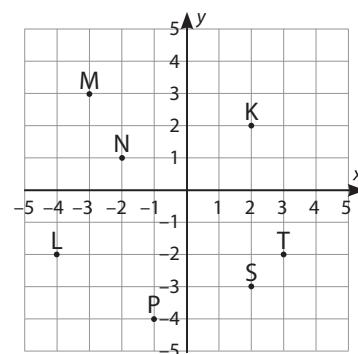
Na isti način predstavljamo i druge tačke na koordinatnom sistemu.



**1. a)** Odredi u kom kvadrantu se nalazi y svakoj tački crteža.

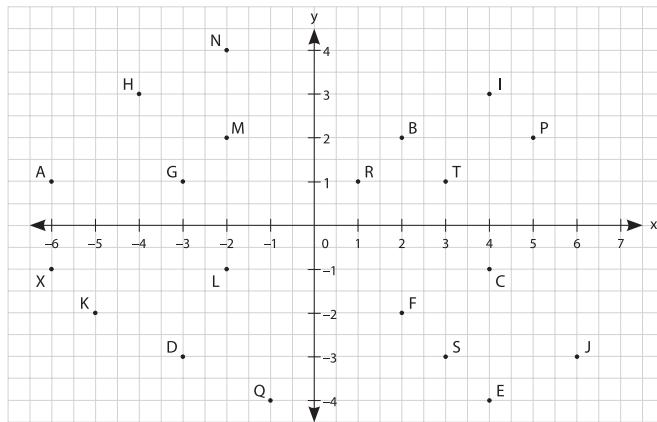
**b)** Napiši koordinate datih tački na crtežu.

**2.** Nacrtaj koordinatni sistem i predstavi tačke R(0, -1), G(-2, -4), F(2, 0), D(-4, 3)



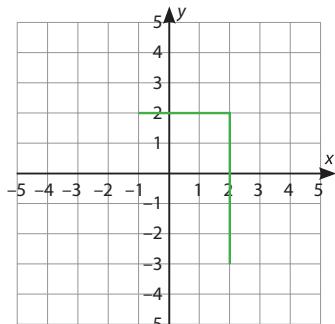
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Napiši koordinate svake tačke predstavljene na koordinatnom sistemu.

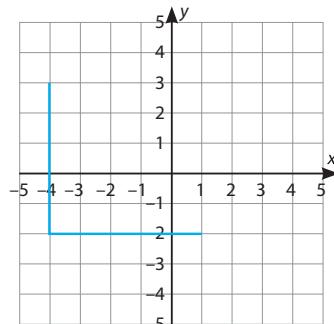


2. Nacrtaj koordinatni sistem i predstavi date tačke: A (3, 9); B(-1, -5); C(-8, -3); D(4, -3); M(5, -8); N(9, -5); S(-2, 6); T(4, 3); P(-9, -3); G(4, 3), K (0, 6) i (-5, 0)
3. Na koordinatnom sistemu predstavi date tačke, poveži ih redom kao što su date i imenuju oblik. Šta možete zaključiti o koordinatama tjemena koja leže na istoj strani oblika?
- a) A(-1, 3); B(2, 3); C(2, -1); D(-1, -1)      b) M(-2, -4); N(-2, 1); P(3, 1); S(3, -4)
- \*4. Odredi koordinate nepoznatih tjemena oblika na crtežima.

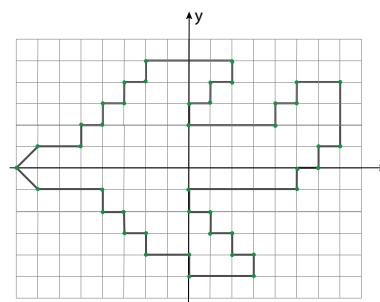
a) pravougaonik



b) kvadrat



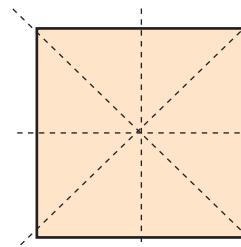
- \*5. Slijedite data uputstva. Odredi nepoznate koordinate i nacrtaj oblik u koordinatnom sistemu.
- a) Kvadrat koji leži u dva kvadranta. Jedno tjeme kvadrata je (-1, 1).
- b) Pravougaonik koji leži u dva kvadranta. Jedno tjeme pravougaonika je (3, 1).
- c) Četvorougao koji ima par paralelnih stranica. Jedno tjeme četvorougla je (-4, -3).
6. Zapišite koordinate svih označenih tačaka na crtežu.  
Zatim, u novom koordinatnom sistemu pokušaj da nacrtas zanimljiv lik za koji ćeš zapisati koordinate karakterističnih tačaka.



# OSNA SIMETRIJA U ODNOSU NA KOORDINATNE OSE

## Uvodna aktivnost

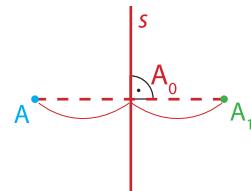
Nacrtaj kvadrat na listu papira.  
Zatim ga isjeci i savij tačno duž pravih linija  
kao što je dato na crtežu.  
Šta se dešava sa presavijenim dijelovima?  
Kako se zovu ove prave kod kvadrata?



Linija koja dijeli 2D oblika na dva jednakaka dijela je njegova osa simetrije.  
Oblik koji se može podijeliti pravom na dva jednakaka dijela naziva se ososimetrični oblik.

Tačke A i A<sub>1</sub> su na jednakom rastojanju od prave s  
odnosno  $\overline{AA_0} = \overline{A_0A_1}$ , gdje  $A_0 \in s$  i  $AA_1 \perp s$ .

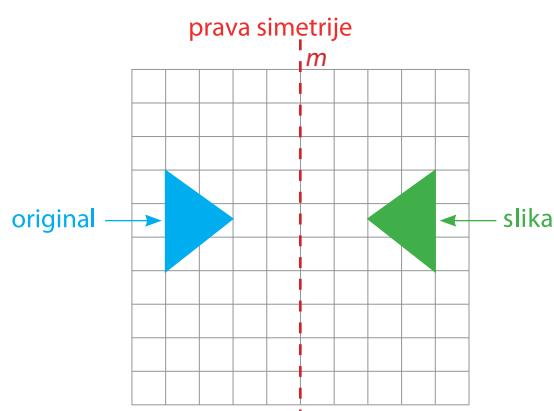
Tačke su **simetrične u odnosu na pravu s**.  
Kažemo da je tačka A<sub>1</sub> **slika** tačke A pri  
**osnoj simetriji** u odnosu na pravu s.  
Tačka A je original pri osi simetrije u odnosu na pravu s.



Trouglovi su simetrični u odnosu na pravu m  
koju nazivamo **prava simetrije**.

Odgovarajuće tačke oba oblika su na istom  
rastojanju ali sa različitih strana prave  
simetrije.

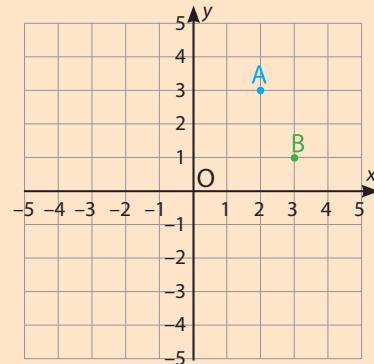
Osna simetrija je u potpunosti određena  
pravom simetrije ili sa dvije simetrične tačke.



Pri osnoj simetriji, slika i original su jednaki

**Primjer 1.** Date su tačke A i B.

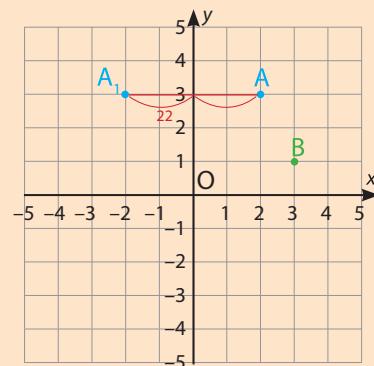
- Nacrtaj sliku A u odnosu na y-osu.
- Nacrtaj sliku B u odnosu na x-osu.
- Odredi promjenu koordinata tačaka.



a) U ovom slučaju y-osa je prava simetrije.  
Da bi nacrtali sliku A treba da nacrtamo pravu normalnu na y-osi i da je produžimo sa druge strane y-ose.

Zatim mjerimo rastojanje od tačke A do y-ose i isto prenosimo sa druge strane normale.

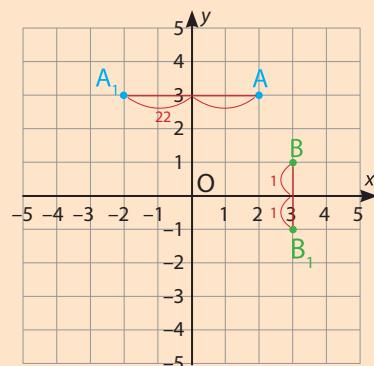
Dobijamo tačku  $A_1$  koja je slika tačke A u odnosu na y-osi.



b) U ovom slučaju x-osa je prava simetrije.  
Da bi crtali sliku B treba da nacrtamo pravu normalnu na x-osi i produžiti je sa druge strane x-ose.

Zatim mjerimo rastojanje od tačke B do x-ose i isto prenosimo sa druge strane normalne.

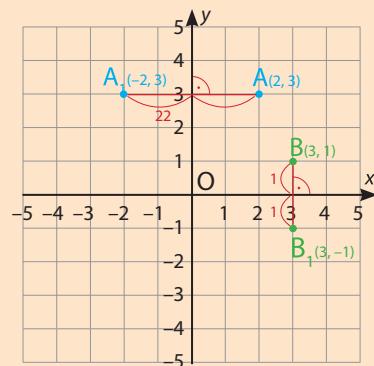
Dobijamo tačku  $B_1$  koja je slika tačke B u odnosu na x-osi.



c) Promjena koordinata tačaka je:

$$A(2, 3) \rightarrow A_1(-2, 3)$$

$$B(3, 1) \rightarrow B_1(3, -1)$$



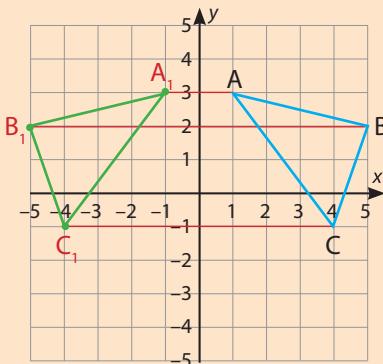
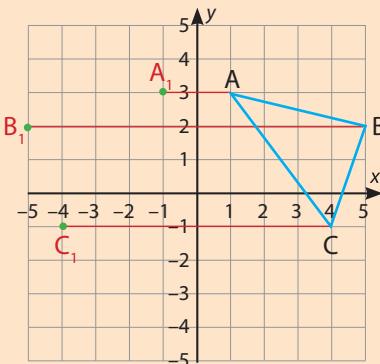
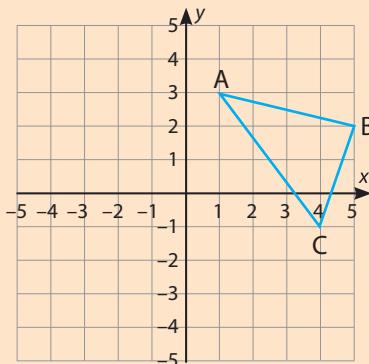
**Primjer 2.** a) Odredi sliku  $\Delta ABC$  pri osnoj simetriji u odnosu na y-osi.

b) Napiši promjenu koordinatnih tjemena  $\Delta ABC$ .

a) Da odredimo sliku  $\Delta ABC$  treba da nađemo slike tačaka A, B i C pri osnoj simetriji u odnosu na y-osi.

Tačke označavamo  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$ . Povezujemo tačke i dobijamo trougao  $A_1B_1C_1$  koji je slika  $\Delta ABC$ .

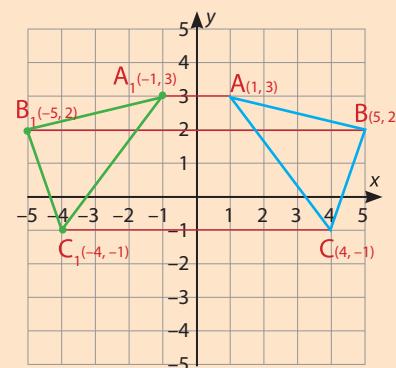
Ako izmjerimo podudarne strane oba trougla primjetićemo da su one jednake dužine, odnosno  $\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$ ,  $\overline{BC} = \overline{B_1C_1}$  i  $\overline{AC} = \overline{A_1C_1}$ .



b) Da razgledamo promjenu koordinata tjemena dva trougla:

$$\begin{aligned} A(1, 3) &\rightarrow A_1(-1, 3) \\ B(5, 2) &\rightarrow B_1(-5, 2) \\ C(4, -1) &\rightarrow C_1(-4, -1) \end{aligned}$$

Odgovarajuće tačke originala i slike imaju jednake u-koordinate i suprotne x-koordinate.

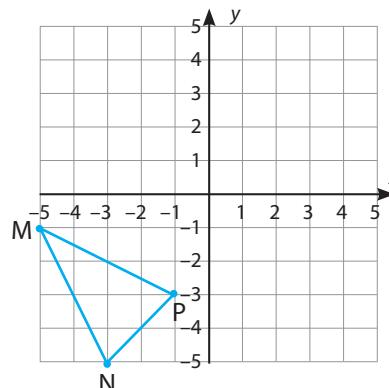


1. Precrtaj crtež y svesci.

a) Nacrtaj sliku  $\Delta MNP$  u odnosu na y-osi.

b) Napiši koordinate oba trougla.

c) Objasni promjenu koordinata tjemena.

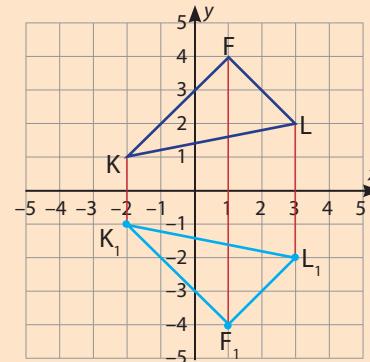
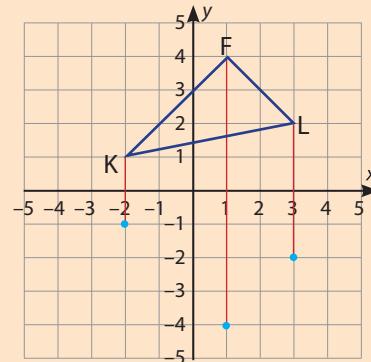
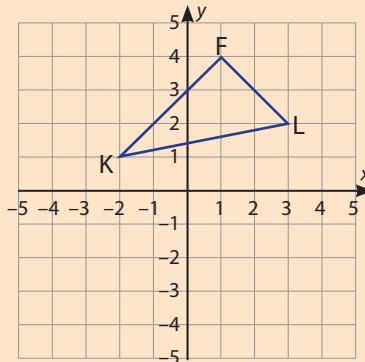


**Primjer 3.** a) Odredi sliku  $\Delta KLF$  pri osnoj simetriji u odnosu na x-osi.

b) Napiši promjenu koordinata tjemena  $\Delta KLF$ .

- a) Da bi odredili sliku  $\Delta KLF$  treba da nađemo slike tačaka  $K$ ,  $F$  i  $L$ , pri osnoj simetriji u odnosu na x-osi. Tačke označavamo  $K_1$ ,  $L_1$  i  $F_1$ .

Povezujemo tačke i dobijamo  $\Delta K_1 L_1 F_1$ , što je slika  $\Delta KLF$ . Ako izmjerimo odgovarajuće strane dva trougla primjetićemo da su one jednake po dužini, odnosno  $\overline{KF} = \overline{K_1 F_1}$ ,  $\overline{KL} = \overline{K_1 L_1}$  i  $\overline{FL} = \overline{F_1 L_1}$ .

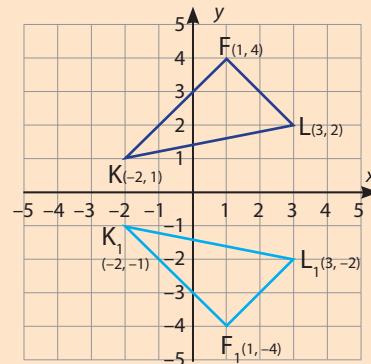


- b) Da razgledamo promjenu koordinata tjemena oba trougla:

$$K(-2, 1) \rightarrow K_1(-2, -1)$$

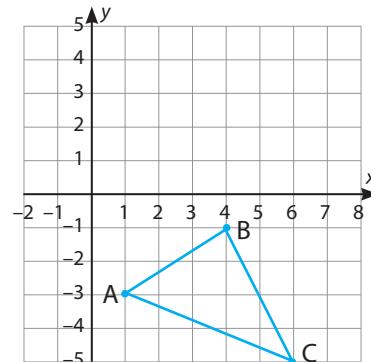
$$F(1, 4) \rightarrow F_1(1, -4)$$

$$L(3, 2) \rightarrow L_1(3, -2)$$



## 2. Precrtaj crtež u svesku.

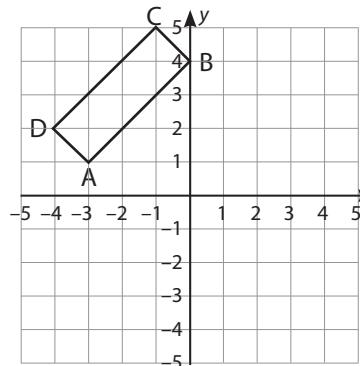
- a) Odredi sliku  $ABC$  ako je x-osa prava simetrije.
- b) Napiši koordinate dva trougla.
- c) Objasni promjenu koordinata tjemena trougla.



3. Precrtaj crtež u svesku.

Odredi sliku ABCD:

- a) u odnosu na x-osu
- b) u odnosu na y-osu
- c) Napiši koordinate tjemena dva mnogougaonika.
- č) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika.



### ZADACI ZA VJEŽBANJE

Nacrtaj date oblike koordinatnog sistema. Zatim, u istom koordinatnom sistemu odredi njihove slike pri osnoj simetriji u odnosu na:

- a) x-osu
- b) y-osu

1.  $(-8, 1); (-9, 3); (-8, 4); (-6, 4); (-5, 3); (-6, 1)$

2.  $(2, -2); (5, -2); (5, -3); (3, -3); (2, -4)$

3.  $(5, 1); (5, 3); (6, 4); (7, 3); (7, 1)$

4. Dat je petougaonik sa koordinatama tjemena:  $A(-5, 6); B(-3, 6); C(-2, 4); D(-3, 1); F(-5, 1)$ .

Odredi koordinate petougaonika  $A_1B_1C_1D_1F_1$  koji je slika ABCDF u odnosu na:

- a) x-osu
- b) y-osu

Pokušaj prvo bez crtanja. Zatim provjeri crtanjem.

5. Dat je četvorougao sa koordinatama tjemena:  $A(-2, 5); B(5, 5); C(5, 2); D(-2, 2)$ .

Odredi koordinate četvorougla  $A_1B_1C_1D_1$ , koji je slika ABCD u odnosu na:

- a) x-osu
- b) y-osu.

Pokušaj prvo bez crtanja. Zatim provjeri crtanjem.

\*7. Nacrtaj mnogougaonik A sa tjemenima

$(-2, -1), (-1, -1), (-1, -2), (0, -2), (0, -4), (-1, -4), (-1, -3), (-3, -3), (-3, -2), (-2, -2)$ .

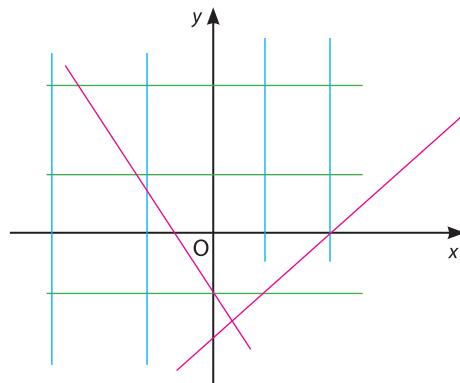
Odredi sliku mnogougaonika pri osnoj simetriji u odnosu na x-osu i sliku označi sa B. Zatim, mnogougaoniku B odredi sliku pri osnoj simetriji u odnosu na y-osu i dobijenu sliku označi sa B. Šta možeš da zaključiš o mnogougaonicima A i B? Objasni!

# OSNA SIMETRIJA U ODNOSU NA PRAVE PARALELNE KOORDINATNIM OSAMA

## Uvodna aktivnost

Razgledaj prave na crtežu i njihov položaj u odnosu na koordinatne ose.

1. Kakav uzajamni položaj imaju zelene prave u odnosu na koordinatne ose?
2. Kakav uzajamni položaj imaju plave prave u odnosu na koordinatne ose?
3. Kakav uzajamni položaj imaju roze prave u odnosu na koordinatne ose?



Oblike ćemo preslikati u odnosu na prave paralelne koordinatnim osama.

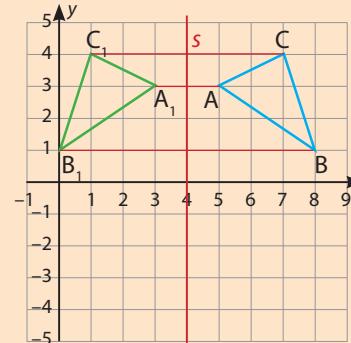
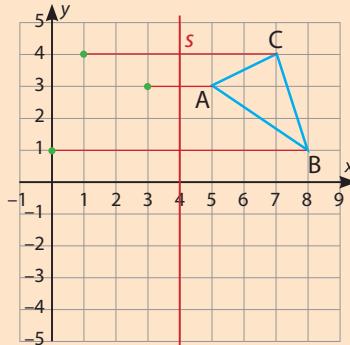
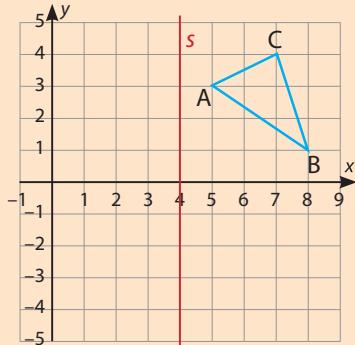
**Primjer 1.** Dat je  $\Delta ABC$ . Da odredimo njegovu sliku u odnosu na pravu s koja je paralelna sa y-oseom.

- a) Odredi koordinate na slici  $\Delta ABC$ .
- b) Objasni promjenu koordinata  $\Delta ABC$  pri osnoj simetriji u odnosu na pravu s.

a) Treba da odredimo slike tačaka A, B i C u odnosu na datu pravu. Za taj cilj treba da nađemo tačke koje su na jednakom rastojanju od tačaka A, B i S u odnosu na datu pravu.

Tačke označavamo sa  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$ .

Povezujemo tačke i dobijamo  $\Delta A_1B_1C_1$  koji je slika  $\Delta ABC$ .



b) Promjena koordinata tjemena trouglova je:

$$A(5, 3) \rightarrow A_1(3, 3), B(8, 1) \rightarrow B_1(0, 1), C(7, 4) \rightarrow C_1(1, 4)$$

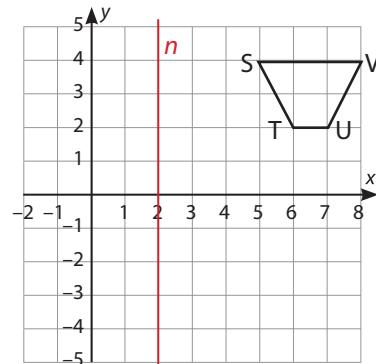
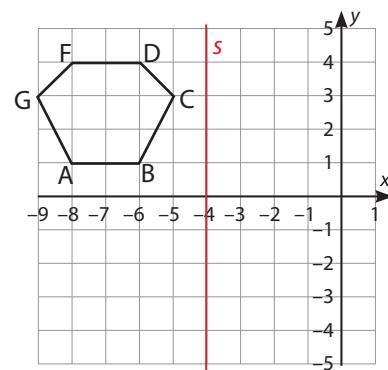
1. Prava  $s$  je paralelna sa  $y$ -osom.

- Odredi sliku mnogougaonika ABCDFG u odnosu na pravu  $s$ .
- Odredi koordinate na slici mnogougaonika ABCDFG.
- Objasni promjenu koordinata mnogougaonika ABCDFG pri osnoj simetriji u odnosu na pravu  $s$  paralelnu sa  $y$ -osom.

2. Prava  $n$  je paralelna u odnosu na  $y$ -osu.

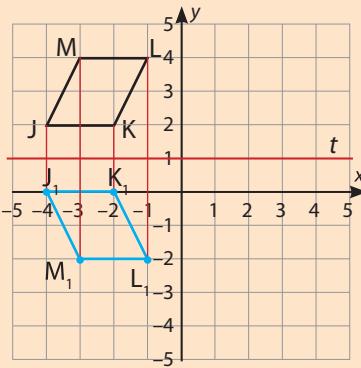
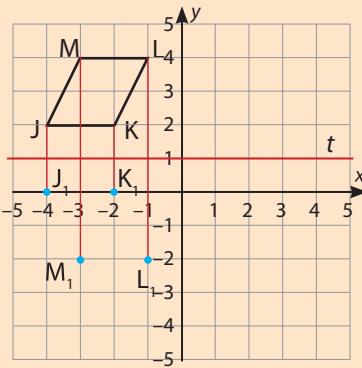
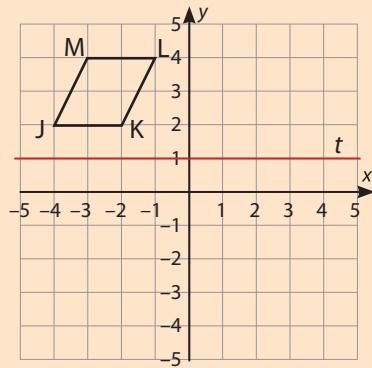
Nacrtaj sliku četvorougla TUVS u odnosu na pravu  $n$ .

- Odredi koordinate slike četvorougla TUVS.
- Objasni promjenu koordinata četvorougla TUVS pri osnoj simetriji u odnosu na pravu  $n$  paralelnu sa  $y$ -osom.



**Primjer 2.** Dat je četvorougao KLMJ.

- Odredi njegovu sliku u odnosu na pravu  $t$  koja je paralelna sa  $h$ -osom.
- Napiši koordinate tjemena slike četvorougla KLMJ.
- Objasni promjenu koordinata tjemena četvorougla KLMJ pri osnoj simetriji u odnosu na pravu  $t$ .
- Treba da odredimo slike tačaka K, L, M i J u odnosu date prave. Tačke označavamo sa  $K_1$ ,  $L_1$ ,  $M_1$  i  $J_1$ . Povezujemo tačke i dobijamo četvorougao  $K_1L_1M_1J_1$ , koji je slika četvorougla.



b) Koordinate četvorougla  $K_1L_1M_1J_1$  su:  $K_1(-2, 0)$ ,  $L_1(-1, -2)$ ,  $M_1(-3, -2)$ ,  $J_1(-4, 0)$ .

c) Promjena koordinata tjemena četvorougla je:

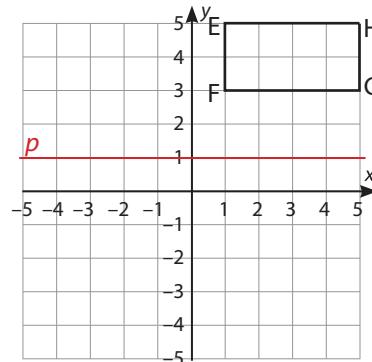
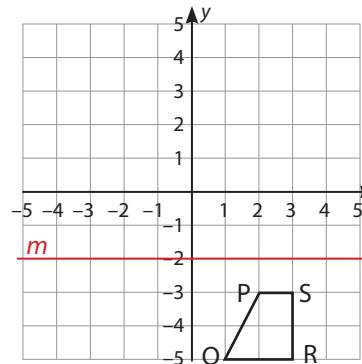
$$K(-2, 2) \rightarrow K_1(-2, 0), L(-1, 4) \rightarrow L_1(-1, -2), M(-3, 4) \rightarrow M_1(-3, -2), J(-4, 2) \rightarrow J_1(-4, 0),$$

3. Prava  $m$  je paralelna sa  $x$ -osom.

- Odredi sliku četvorougla QRSP u odnosu na pravu  $m$ .
- Zapiši koordinate slike četvorougla QRSP.
- Objasni promjenu koordinata četvorougla QRSP pri osnoj simetriji u odnosu na pravu  $m$ .

4. Prava  $r$  je paralelna sa  $x$ -osom.

- Odredi sliku četvorougla EFGH u odnosu na pravu  $r$ .
- Zapiši koordinate slike četvorougla EFGH.
- Objasni promjenu koordinata četvorougla EFGH pri osnoj simetriji u odnosu na pravu  $r$ .

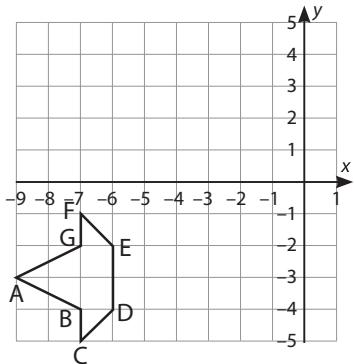


## ZADACI ZA VJEŽBANJE

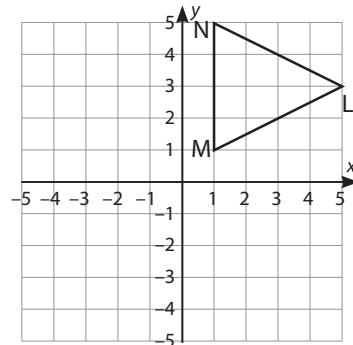
Iz zadataka 1, 2 i 3 precrtaj crteže i odredi sliku svakog 2D-oblika.

- Zapiši koordinate slike 2D-oblika.
- Objasni promjenu koordinata 2D-oblika pri osnoj simetriji u odnosu na pravu paralelnu sa jednom od osa.

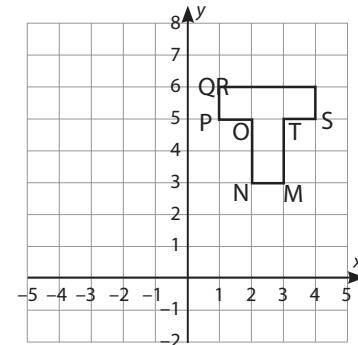
1. U odnosu na prave koja prolazi kroz tačku  $(-4, 0)$  i paralelna je sa  $y$ -osom.



2. U odnosu na pravu koja prolazi kroz tačku  $(0, -3)$  i paralelna je sa  $y$ -osom.

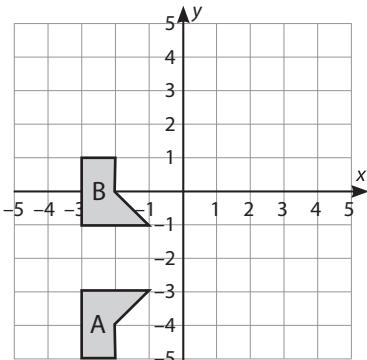


3. U odnosu na pravu koja prolazi kroz tačku  $(-1, 0)$  i paralelna je sa  $y$ -osom.

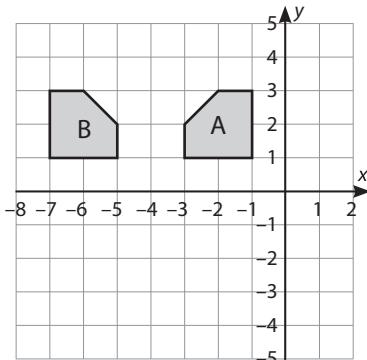


U zadacima 4, 5 i 6 odredi pravu simetrije s u odnosu na koju će biti simetrični dati mnogouglovi.

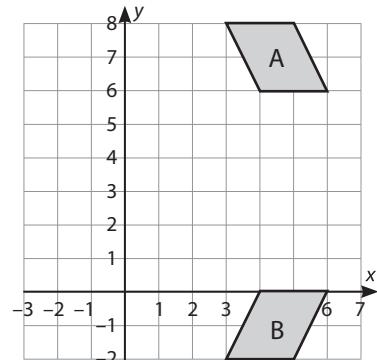
\*4.



\*5.



\*6.

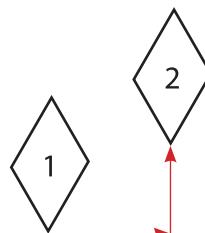


## TRANSLACIJA

### Uvodna aktivnost

Podsjeti se kako se zove kretanje koje je predstavljeno na slici?

U kojim smjerovima je pomjeran 2D-oblik da bi došao iz položaja 1 u položaj 2?



**Translacija** je pomjeranje oblika po datom pravcu i smjeru.

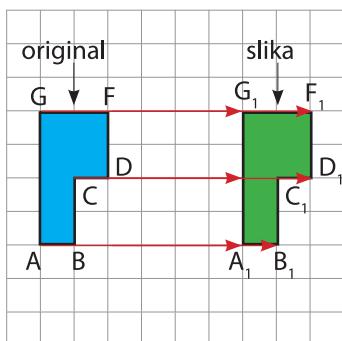
Oblik koji se pomjera prilikom translacije zove se **original**.

Oblik koji se dobija prilikom translacije zove se **slika**.

Prilikom translacije slika i original su jednaki.

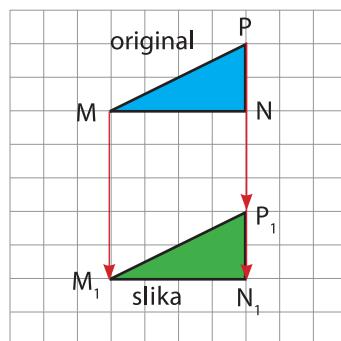
Translacija kvadratne mreže:

Translacija za 6 kvadratića na desno.



Svako tijeme mnogougla se pokreće za 6 polja na desno.

Translacija za 5 kvadratića na dole.



Svako tijeme trougla se pomjera 5 polja na dole.

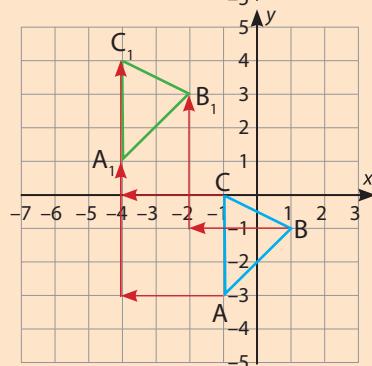
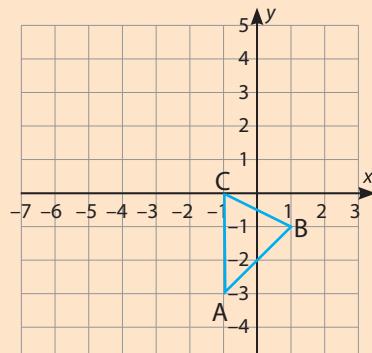
U koordinatnom sistemu translaciju vršimo u odnosu na veličinu jedinačne duži i dobijenih podijelova.

**Primjer 1.** Izvrši translaciju  $\Delta ABC$  za 3 jedinica na lijevo i 4 jedinica ugore.

Svako tijeme trougla pokrećemo za 3 jedinice na lijevo i 4 jedinica ugore.

3 jedinice ulijevo znači da se pokrenemo 3 jedinica nalijevo po x-osi.

4 jedinice ugore znači da se okrenemo 4 jedinica ugore po y-osi.



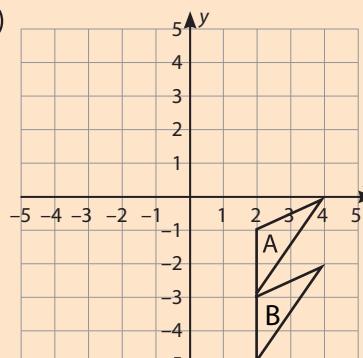
- Nacrtaj mnogougao ABCD [A(1, 2), B(1, 4), C(2, 5), D(4, 3)] u koordinatnom sistemu. Zatim, izvrši translaciju za 2 jedinice nalijevo i 3 jedinice nadole. Objasni promjenu koordinate četvorougla ABCD prilikom translacije.

**Primjer 2.** Odredi translacije kojima se od oblika A dobija oblik B.

a) Napiši koordinate originala i slike.

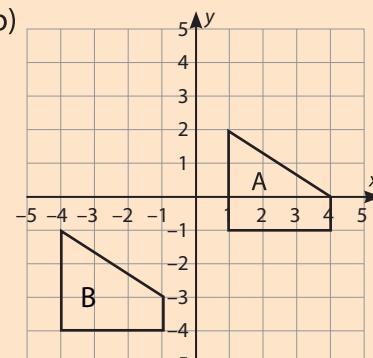
b) Objasni promjenu koordinata mnogougla prilikom translacije.

a)



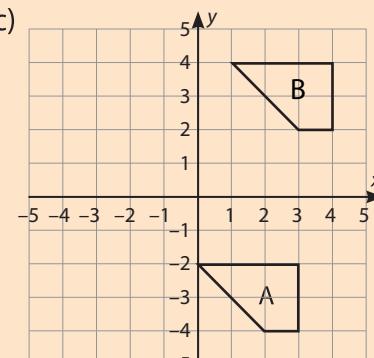
translacija je 2 jedinice nadole

b)



translacija je 5 jedinica nalijevo i 3 jedinica na dole

c)



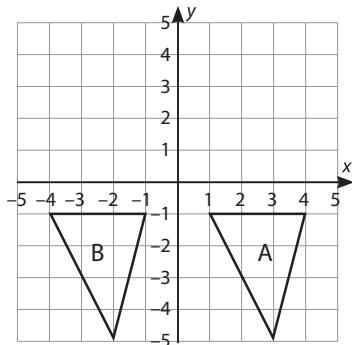
translacija je 1 jedinica nadesno i 6 jedinica na gore

2. Na svakom crtežu, opiši translaciju kojom se od oblika A dobija oblik B.

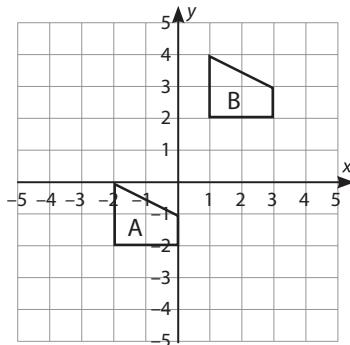
a) Napiši koordinate originala i slike.

b) Objasni promjenu koordinata mnogougla prilikom translacije.

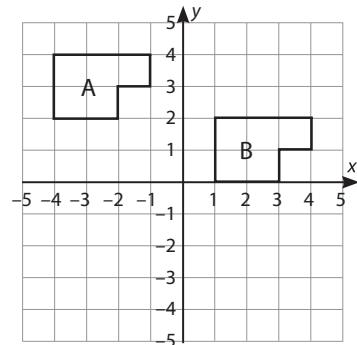
a)



b)



c)



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Precrtaj crteže u svesci. Zatim izvrši translaciju:

a) Zapiši koordinate originala i slike.

b) Objasni promjenu koordinata mnogougla prilikom translacije.

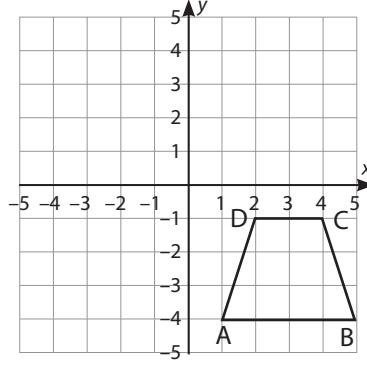
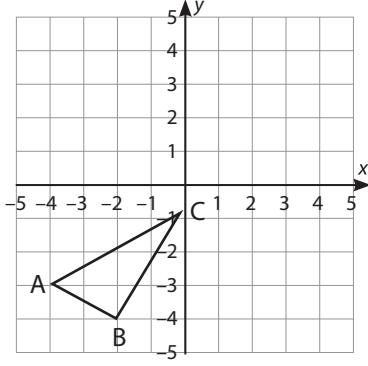
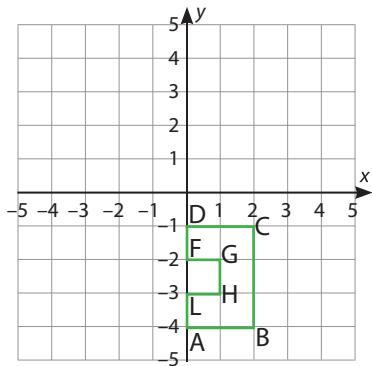
a) za 4 jedinica na dole

b) za 2 jedinice na desno

i 3 jedinice na gore

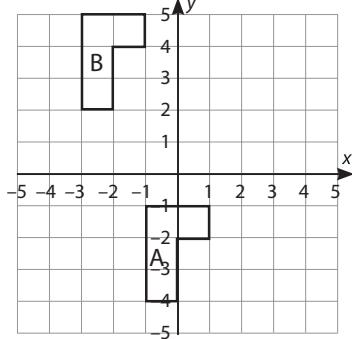
c) za 4 jedinica na lijevo

i 2 jedinice na gore

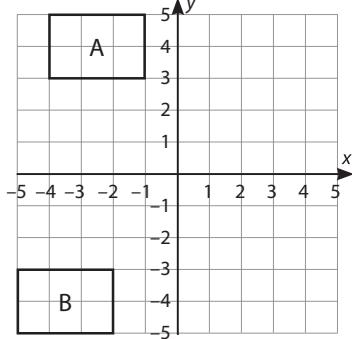


2. Na svakom crtežu, opiši translaciju kojom se iz oblika A dobija oblik B.

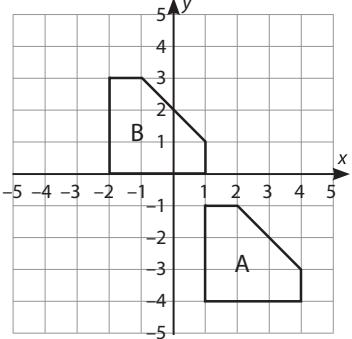
a)



b)

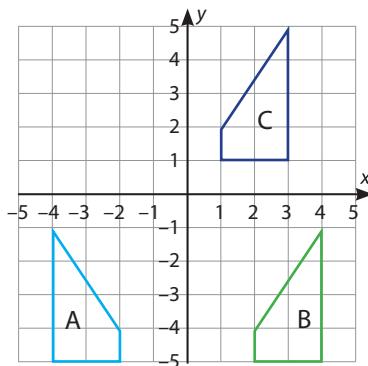


c)

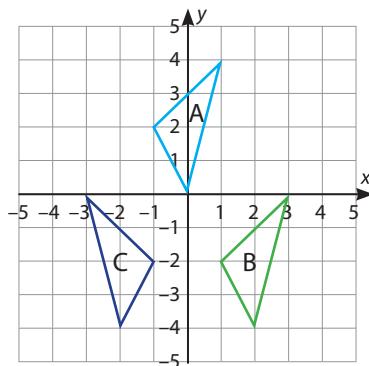


\*3. Otkrij i objasni kako iz oblika A se dobija oblik B i iz oblika B se dobija oblik C.

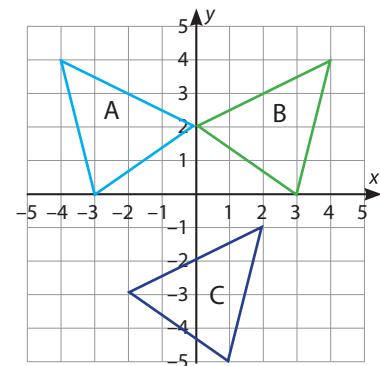
a)



b)



c)

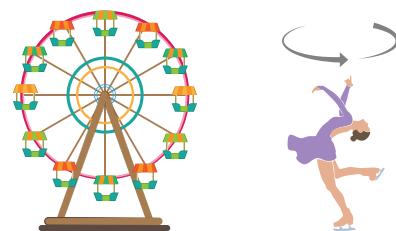


## ROTACIJA

### Uvodna aktivnost

Razgledaj slike i objasni kakvo je kretanje predstavljeno njima.

Izaberi jednu tačku koja se kreće i objasni šta se mijenja prilikom kretanja te tačke, a šta ostaje na istom mjestu?



**Rotacija** je okretanje jednog oblika oko date tačke za dati ugao i smjer.

Smjer ugla može biti u suprotnom smjeru kretanja kazaljki na satu ili u smjeru kretanja kazaljki sata.

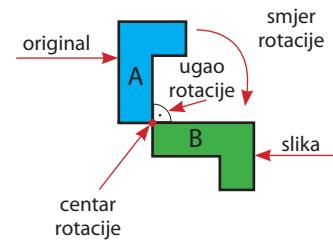
u smjeru kretanja kazaljki na satu ( $\circlearrowright$ )



u suprotnom smjeru kretanja kazaljki na satu ( $\circlearrowleft$ )



Iz oblika A se dobija oblik B rotacijom oko jednog njenog tjemena, za ugao od  $90^\circ$  u smjeru kretanja kazaljki na satu.



Rotacija je određena sa centrom, uglom i smjerom rotacije.

Za sada, čemo praviti rotaciju u koordinatnom sistemu za ugao od  $90^\circ$  oko koordinatnog početka ili oko jednog tjemena 2D-oblika.

### Primjer 1.

Napravi rotaciju tačaka A i B u odnosu na koordinatni početak za ugao  $90^\circ$  u suprotnom smjeru od smjera kretanja kazaljki na satu.

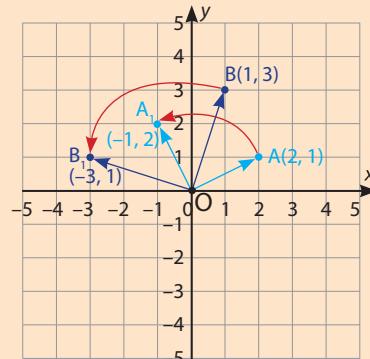
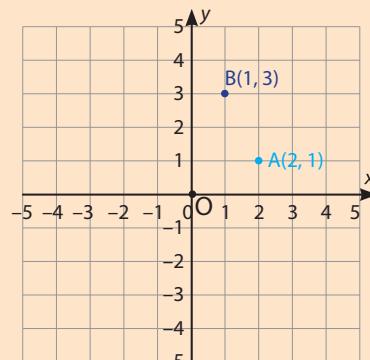
- Odredi koordinate originala i slike.
- Objasni promjenu koordinati tačaka A i B prilikom rotacije.

$$\angle AOA_1 = 90^\circ$$

$$\angle BOB_1 = 90^\circ$$

- koordinate originala su: A(2, 1) i B(1, 3)  
koordinati slike su A<sub>1</sub>(-1, 2) i B<sub>1</sub>(-3, 1)

- A(2, 1)  $\square$  A<sub>1</sub>(-1, 2), B(1, 3)  $\square$  B<sub>1</sub>(-3, 1)



**Primjer 2.**

- a) Rotirajte pravougaonik ABCD oko koordinatnog početka O za  $90^\circ$  u pravcu kretanja kazaljke na satu.  
 b) Odredite koordinate originala i slike.  
 c) Objasni promjenu koordinata tjemena na pravougaoniku ABCD prilikom date rotacije.

a) Svako tjeme pravougaonika rotiramo za  $90^\circ$  oko tačke O u pravcu kretanja kazaljke na satu.

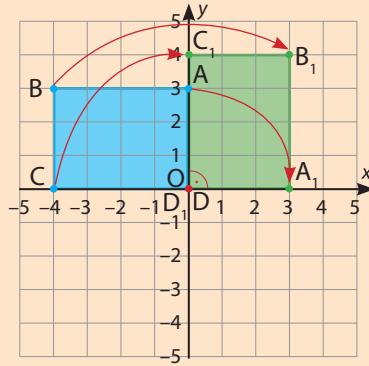
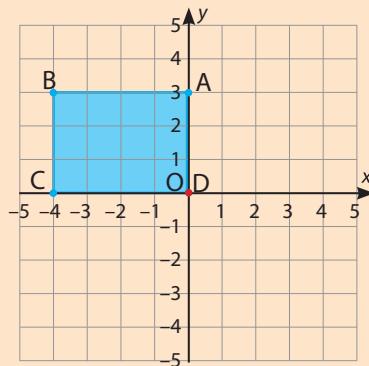
Označavamo slike tjemenima novog pravougaonika sa  $A_1, B_1, C_1$  i  $D_1$ .

Tjemena  $D$  i  $D_1$  se poklapaju jer se poklapaju sa koordinatnim počecima koji je centar rotacije.

b) Koordinate tjemena pravougaonika su:

$$\begin{aligned} A(0, 3), B(-4, 3), C(-4, 0), D(0, 0) \\ A_1(3, 0), B_1(3, 4), C_1(0, 4), D_1(0, 0) \end{aligned}$$

c)  $A(0, 3) \rightarrow A_1(3, 0)$ ,  $B(-4, 3) \rightarrow B_1(3, 4)$ ,  $C(-4, 0) \rightarrow C_1(0, 4)$ ,  $D(0, 0) \rightarrow D_1(0, 0)$

**1. Precrtajte crteže u svesku.**

a) Rotiraj date oblike oko koordinatnog početka za  $90^\circ$  u datom pravcu.

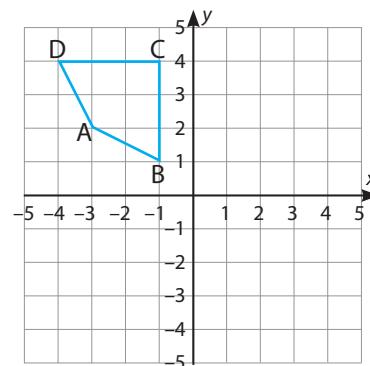
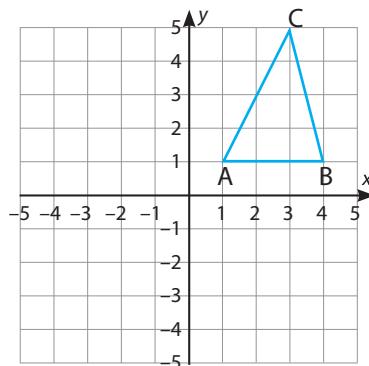
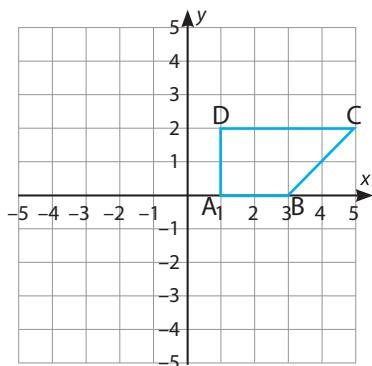
b) Odredi tjemena dobijenih slika.

c) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika prilikom rotacije.

**1)** u pravcu suprotno od kretanja kazaljke sata

**2)** u pravcu kretanja kazaljke na satu

**3)** u pravcu suprotno od kretanja kazaljke sata



### Primjer 3.

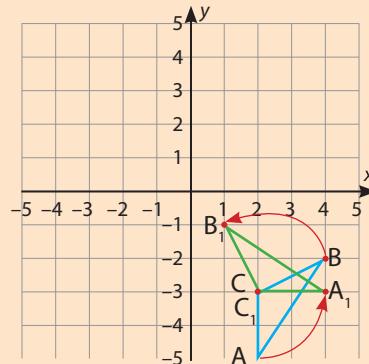
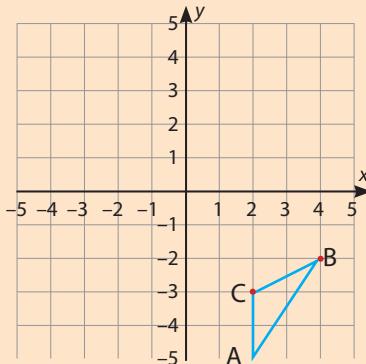
a) Rotiraj  $\Delta ABC$  oko tjemena C za  $90^\circ$  u pravcu suprotnom od kazaljke na satu.

b) Odredi tjemena originala i dobijenih slika.

c) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika prilikom rotacije.

a) Tjemena A i B trebamo da rotiramo oko tjemena C.

Tjeme C će ostati u istoj poziciji, pošto je centar rotacije.



b) Koordinate tjemena trouglova su:  $A(2, -5)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(2, -3)$ ,

$A_1(4, -3)$ ,  $B_1(1, -1)$ ,  $C_1(2, -3)$

c)  $A(2, -5) \rightarrow A_1(4, -3)$ ,  $B(4, -2) \rightarrow B_1(1, -1)$ ,  $C(2, -3) \rightarrow C_1(2, -3)$

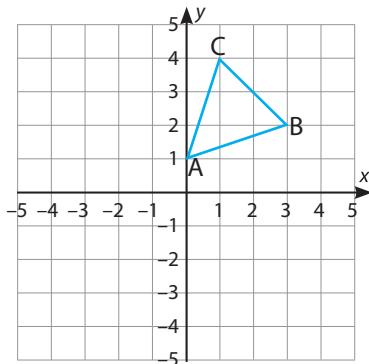
2. Precrtajte crteže u svesci:

a) Zarotiraj date oblike za  $90^\circ$  prema zahtjevima.

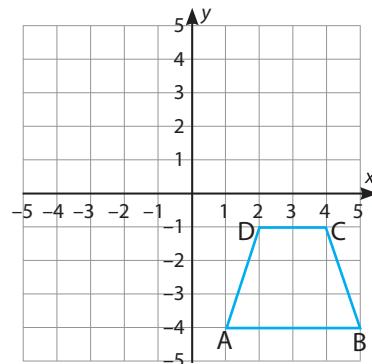
b) Odredi tjemena originala i rezultirajućih slika.

c) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika prilikom rotacije.

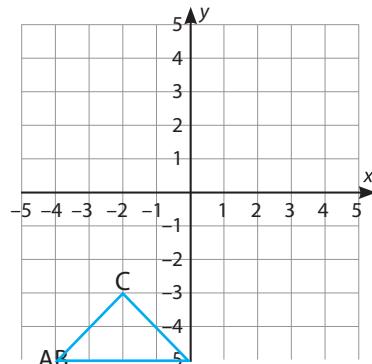
1) oko tjemena A u pravcu suprotno od kazaljke na satu



2) oko tjemena D, u pravcu kretanja kazaljke na satu



3) oko tjemena, S u pravcu suprotno od kazaljke na satu



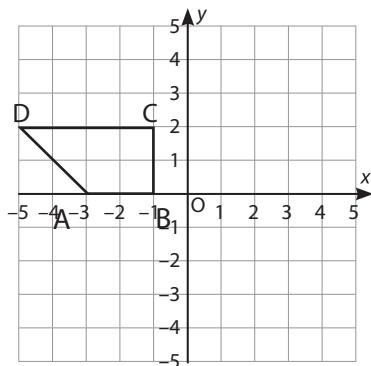
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Precrtaj crteže u svesci i rotiraj date oblike oko koordinatnog početka za  $90^\circ$  u datom pravcu.

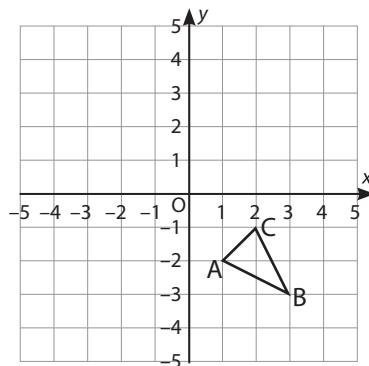
a) Odredi tjemena dobijenih slika.

b) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika prilikom rotacije.

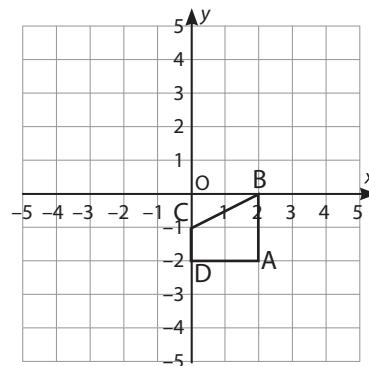
1) u pravcu kretanja kazaljki na satu



2) u pravcu suprotnom od kretanja kazaljki na satu



3) u pravcu suprotnom od kretanja kazaljki na satu



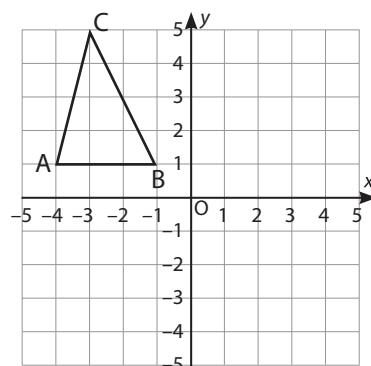
2. Precrtajte crteže u svesci:

a) Rotiraj date oblike za  $90^\circ$  prema zahtjevima.

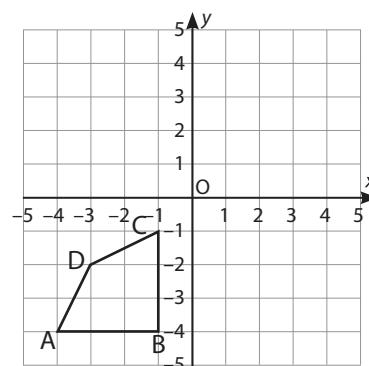
b) Odredi tjemena rezultirajućih slika.

c) Objasni promjenu koordinata tjemena mnogougaonika prilikom rotacije.

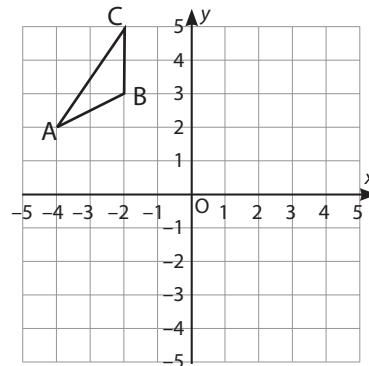
1) oko tjemena B, u pravcu kretanja kazaljki na satu



2) oko tjemena C, u pravcu kretanja kazaljki na satu

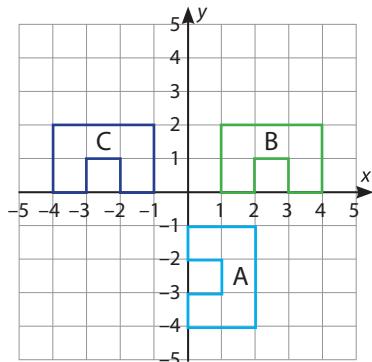


3) oko tjemena B, suprotno od pravca kretanja kazaljki na satu

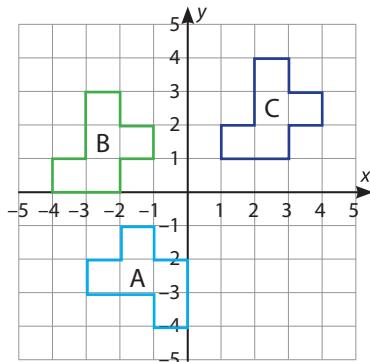


\*3. Otkrijte i objasnite kako se oblik A dobija iz oblika B i iz oblika B dobija oblik C.

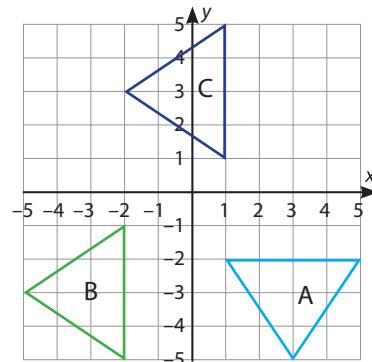
a)



b)



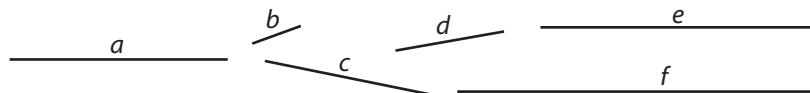
c)



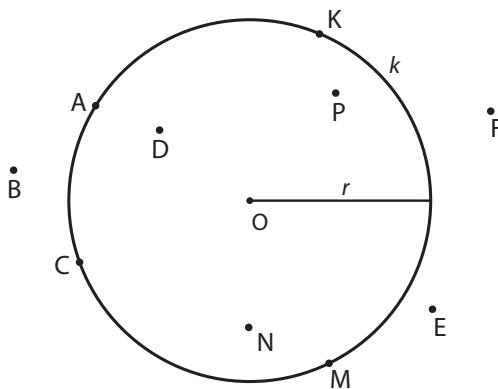
## ZADACI ZA SAMOOCENJIVANJE

Riješi zadatke. Zatim se samoocijeni prema priloženoj ček listi.

1. Duž najveće dužine je duž \_\_\_\_\_, a duž najkraće dužine je duž \_\_\_\_\_.



2. Na crtežu je prikazana kružnica  $k(O, r)$  i tačke A, B, C, D, E, F, M, N, K i P. Kružnici pripadaju tačke: \_\_\_\_\_.

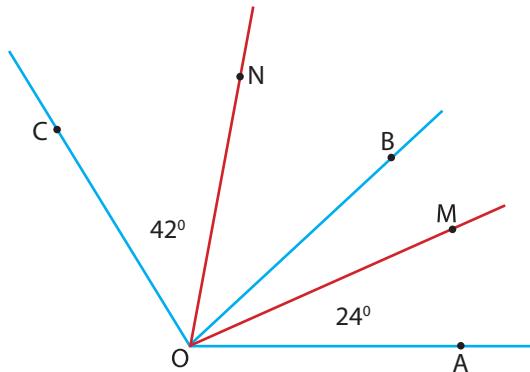


3. Kružnica  $k(O, 4 \text{ cm})$  i prava  $p$  imaju jednu zajedničku tačku A. Udaljenost od prave  $p$  do njenog centra je: \_\_\_\_\_.

4. Koliko je  $\angle MON$ ? \_\_\_\_\_

OM je simetrala  $\angle AOB$ .

ON je simetrala  $\angle BOC$ .



5. Ugao  $\alpha$  je za  $20^\circ$  veći od njegovog sopstvenog komplementnog ugla. Koliko stepeni je ugao  $\alpha$ ?

- a)  $20^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $35^\circ$       č)  $55^\circ$

6. Dat je  $\triangle MNP$ . Koji je ugao najveći?

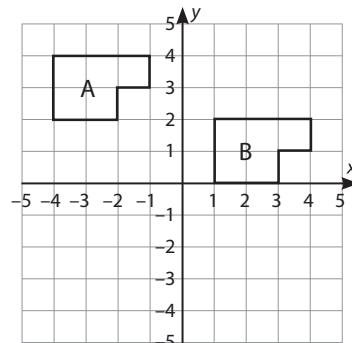
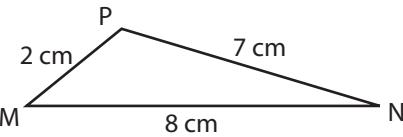
- a)  $\angle PMN$       b)  $\angle NPM$   
c)  $\angle MNP$

7. Kružnica dijametra 360 mm ima radijus:

- a) 18 cm      b) 36 cm      c) 1,8 cm      č) 3,6 cm

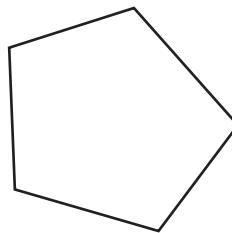
8. Oblik B je izведен iz oblika A:

- a) osnom simetrijom  
b) rotacijom  
c) translacijom  
č) osnom simetrijom i translacijom



9. Prema crtežu izračunajte perimetar mnogougaonika:

- a) kao zbir dužina stranica  
b) grafički

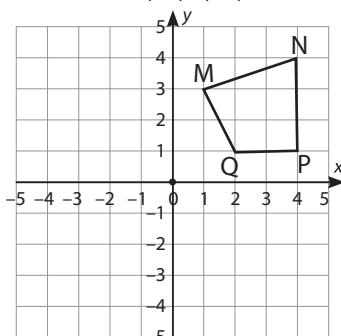


10. Nacrtajte tupougli trougao. Opišite i upišite kružnicu trougla.

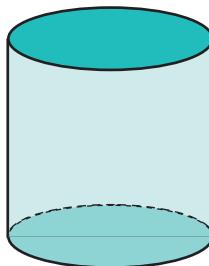
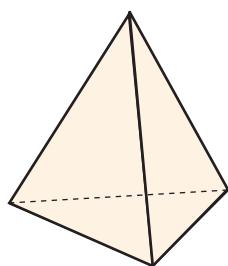
**11. a)** Odredi položaj četvorougla  $MNPQ$  sa osnom simetrijom u odnosu na  $y$ -osu. Zatim zrotirajte sliku  $M_1N_1P_1Q_1$  za ugao od  $90^\circ$  u smjeru kazaljke na satu oko tjemena  $M_1$ .

**b)** Objasni promjenu koordinata četvorougla pri osnoj simetriji u odnosu na  $y$ -osu.

**c)** Objasni promjenu koordinata slike  $M_1N_1P_1Q_1$  tokom rotacije.

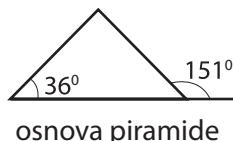


**12.** Dati su 3D oblici:



**a)** Opišite svaki od 3D oblika.

**b)** Dati trougao je osnova piramide. Koliko iznose ostali njegovi uglovi?

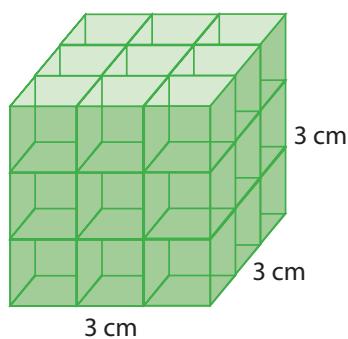
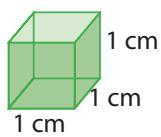


### Ček – lista za samoocjenjivanje prema standardima za ocjenjivanje

Mogu da:			
imenujem međusobni položaj tačke i prave, prave i prave, i prave i kružnice.			
sabiram i oduzimam duži (grafički i aritmetički).			
koristim simetrale uglova, simetrale duži i uporednih, susjednih, unakrsnih i komplementnih uglova u rješavanju problema.			
crtam kružnicu sa datim radiusom/dijametrom i izračunavam radius kružnice pri zadatom dijametru.			
određujem centar upisane kružnice i centar opisane kružnice trougla.			
rješavam jednostavne zadatke u kojima se koristi odnos između uglova i stranica trougla.			
određujem veličinu unutrašnjih i spoljašnjih uglova u trouglu.			
imenujem i opisujem 2D oblike koji čine 3D oblik.			
određujem položaj mnogougaonika osnom simetrijom, translacijom ili rotacijom za $90^\circ$ oko jednog od njegovih tjemena u koordinatnom sistemu.			
objašnjavam promjenu koordinata tjemena mnogougaonika po osnoj simetriji (u odnosu na koordinatne ose ili u odnosu na prave paralelne osi), translaciji i rotaciji.			
identifikujem i opisujem kretanje po datim koordinatama tjemena mnogougaonika i njegove slike.			

### Zadatak za 5+

Zadata je kocka sa stranicom 3 cm. Kocku treba da podijelimo na manje kocke, kao na crtežu. Koliko puta moraš da isječeš kocku da biste dobili 27 kocki sa stranicom 1 cm?



Proučavanjem ove tjeme osposobićeš se da:

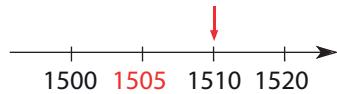
- 1.** sastavljaš i rješavaš probleme iz svakodnevnog konteksta koristeći operacije sa brojevima iz  $\mathbb{N}_0$ .
- 2.** rješavaš probleme iz svakodnevnih situacija korišćenjem NAJVEĆEG zajedničkog djelioca (NZD) i NAJMANjEG zajedničkog sadržioca (NZS) prirodnih brojeva.
- 3.** rješavaš probleme sa sabiranjem i oduzimanjem razlomaka sa jednakim imeniocima.
- 4.** koristiš mjesnu vrijednost i činjenice u vezi prirodnih brojeva za sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje decimalnih brojeva u svakodnevnom kontekstu.

## SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJAVA OD KOJIH JE JEDAN BLIZU DO NAJBLOŽE 10, 100 I 1000

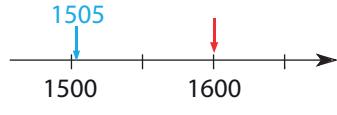
### Uvodna aktivnost

Podsjeti se kako se zaokružuju brojevi:

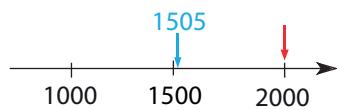
1. Broj 1505, zaokružen na najbližih desetici je 1510.



2. Broj 1505, zaokružen na najbližu stotinu je 1500.



3. Broj 1505, zaokružen na najbližu hiljadu je 2000.



1. Ana je zamislila broj. Kada zaokružite broj na najbližu deseticu dobiće broj 1080.  
Kada zaokruži broj na najbližu stotinu dobija broj 1100.

a) Koji je najmanji broj, koji bi mogla da zamisli Ana?

b) Koji je najveći broj koji bi mogla da zamisli Ana?

Da bi se sabrala dva broja u  $N_0$  znači pronaći broj u  $N_0$  koji ima onoliko jedinica koliko zajedno imaju brojevi koji se sabiraju.

Brojevi koje sabiramo nazivaju se **sabirci** a broj koji se dobija je **zbir**.

$$a + b = c$$

↑      ↑      ↑  
 sabirci    sabirci    zbir

**Primjer 1.** U jednom magacinu bilo je 3509 kg jabuka. Donijeli su još 145 kg jabuka. Koliko je kilograma jabuka bilo u magacinu?

Jedan od načina računanja zbiru je zaokruživanje.

**I način:** Broj 3509 zaokružen na najbližu deseticu je 3510.

$3510 + 145 = 3655$  zaokružili smo za 1 kg više, tako da je rezultat  $3655 - 1 = 3654$  kg

**II način:** Broj 3509 zaokružen na najbližu stotinu je 3500.

$3500 + 145 = 3645$  zaokružili smo za 9 kg manje, pa je rezultat  $3645 + 9 = 3654$  kg

U oba slučaja dobili smo isti rezultat.

U magacinu se nalazi ukupno 3654 kg jabuka.



Ako se u jednom zbiru dva ili više brojeva, jedan sabirak poveća za neki broj veći od nule, a ostali sabirci ostaju isti, tada se zbir povećava za isti taj broj.



Ako se u jednom zbiru dva ili više brojeva, jedan sabirak smanji za neki broj veći od nule (ali manji od sabirka), a drugi sabirci ostaju isti, tada se i zbir smanjuje za isti broj.

**Primjer 2.** Bez pisanja da izračunamo  $238 + 142$ . Zatim, zapisivanjem, nastavljamo da bi provjerili da li smo tačno izračunali.



Sa zaokruživanjem na najbližu deseticu  
 $240 + 140 = 380$

zapisivanjem

$$\begin{array}{r}
 & & 1 \\
 & 2 & 3 & 8 \\
 + & 1 & 4 & 2 \\
 \hline
 & 3 & 8 & 0
 \end{array}$$

Zašto smo dobili jednakе rezultate?



Ako se u jednom zbiru dva broja jedan sabirak umanji za neki broj veći od nule, a drugi poveća za isti broj, onda zbir ostaje isti.

**Primjer 3.** Prvo procijeni koliko je broj  $1992 + 340$  sa zaokruživanjem na najbližu hiljadu. Zatim izračunaj zapisivanjem.



Zaokruživanjem na najbližu hiljadu  
 $2000 + 340 = 2340$   
 $2340 - 8 = 2332$

zapisivanjem

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 9 & 9 & 2 \\
 + & & 3 & 4 & 0 \\
 \hline
 & 2 & 3 & 3 & 2
 \end{array}$$

2. Prvo procijeni koliki je zbir. Zatim izračunaj zapisivanjem. Imenuj sabirke i zbir:  
 a)  $39 + 26$       b)  $349 + 125$       c)  $155 + 3499$       č)  $4698 + 1266$

Oduzimanje je postupak (operacije) kojim se određuje nepoznati sabirak ako su poznati zbir i drugi sabirak.

Broj koji smanjujemo naziva se **umanjenik**. Broj sa kojim smanjujemo naziva se **umanjilac**.

Rezultat oduzimanja naziva se **razlika**.

$$\begin{array}{r} \text{umanjenik} \\ m - n = k \\ \text{umanjilac} \\ \uparrow \\ \text{razlika} \end{array}$$

**Primjer 4.** Andrej je imao 298 denara. Za užinu je potrošio 85 denara. Koliko denara je ostalo Andreju?

Andrej u prodavnici nije imao svesku i olovku da izračuna, pa je razmišljao ovako:

300 – 85 = 215  
215 – 2  
= 213 den.

zapisivanjem

$$\begin{array}{r} 2\ 9\ 8 \\ -\ 8\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 3 \end{array}$$

Šta bi bilo da je Andrej zaokružio na 290?

290 – 85 = 205 denara. Zaokružena vrijednost umanjenika je za 8 manja od tačne vrijednosti, pa je zato i razlika manja za 8.

Zato razlici 205 dodajemo 8 i dobijemo  $205 + 8 = 213$  denara.



Ako u datoј razlici umanjenik povećamo ili smanjimo za jedan broj, veći od nule, tada će se i razlika povećati ili smanjiti, odgovarajuće, za isti taj broj.

**Primjer 5.** U jednoј vreći je bilo 115 kg krompira. Tokom dana je prodato 82 kg krompira. Koliko kilograma krompira je ostalo?

115 – 80 = 35  
35 – 2 = 33 kg

zapisivanjem

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 5 \\ -\ 8\ 2 \\ \hline 3\ 3 \end{array}$$

Od dobijene razlike 35 oduzmemo 2, jer smo umanjilac zaokružili na najbližu deseticu sa umanjivanjem za 2.



Ako se u datoј razlici umanjilac smanji za neki broј veći od nule, tada će se razlika povećati za isti taj broј.

**Primjer 6.** Procijeni koliko je  $2456 - 389$  tako da  $389$  zaokružiš na najbližu stotinu, a zatim izračunaj.



$$2456 - 400 = 2056$$

$$2056 + 11 = 2067$$

zapisivanjem

$$\begin{array}{r} 2 \ 4 \ 5 \ 6 \\ - \ 3 \ 8 \ 9 \\ \hline 2 \ 0 \ 6 \ 7 \end{array}$$

Na dobijenu razliku  $2067$  dodajemo  $11$  jer smo umanjilac zaokružili na najbližu stotinu sa povećanjem za  $11$ .



Ako se u datoј razlici umanjilac poveća za neki broј veći od nule, tada će se razlika takođe povećati za isti taj broј.

**4.** Prvo procijeni kolika je razlika brojeva. Zatim izračunaj zapisivanjem.

- a)  $89 - 26$       b)  $248 - 35$       c)  $2699 - 250$       č)  $3502 - 355$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Brojeve  $3509, 3499, 4655$ :

- a) zaokruži na najbližu deseticu.      b) zaokruži na najbližu stotinu.  
c) zaokruži na najbližu hiljadu.

**2.** Izračunaj zaokruživanjem na najbližu deseticu. Zatim izračunaj bez zaokruživanja. Objasni dobijene rezultate.

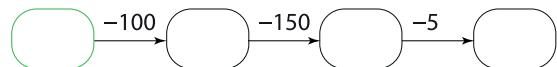
- a)  $59 + 149$       b)  $141 - 57$       c)  $91 - 21$       č)  $58 + 73$

**3.** Izračunaj zaokruživanjem na najbližu stotinu. Zatim izračunaj bez zaokruživanja. Objasni dobijene rezultate.

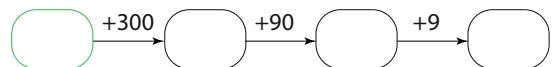
- a)  $621 - 325$       b)  $878 + 246$       c)  $895 - 288$       č)  $681 + 565$

Prepiši šeme u svesku:

- a) Broj 567 zaokruži na najbližu deseticu. Zaokruženi broj upiši u zelenom polju i izračunaj prema strelicama do kraja. Zatim, odredi tačnu vrijednost bez zaokruživanja broja 567. Obrazloži oba rezultata.



- b) Broj 669 zaokruži na najbližu stotinu. Zaokruženi broj upiši u zelenom polju i izračunaj prema strelicama do kraja. Zatim, odredi tačnu vrijednost bez zaokruživanja broja 669. Obrazloži oba rezultata.



**5.** Na tabeli je dat broj posjetioca na fudbalskim utakmicama u četvrtak, petak i subotu.

dan	četvrtak	petak	subota
broj posjetioca	17450	24375	9825

- a) Koliko je ukupno posjetioca bilo u ta tri dana? Zaokruži na najbližu hiljadu.
- b) Kolika je razlika u posjetiocima između četvrtka i subote? Zaokruži na najbližu hiljadu.
- 6.** Jedan odmor košta između 15.000 i 20.000 denara. Koje od ovih suma mogu biti cijene odmora? 14690 den. 19900 den. 20130 den. 1 9990 den.
- 7.** Odgovori na pitanja prije nego što izračunaš zapisivanjem:
- Koji broj je za sto devedeset devet veći od petsto dvadeset sedam?
  - Koja je razlika između brojeva „četiri hiljade i tri“ i „hiljada devetsto dvadeset četiri“?
  - Odredi zbir brojeva „devetsto devedeset sedam“ i „četrsto trinaest“.
- 8.** Koji od ponuđenih brojeva zaokružen na najbližu hiljadu je 180000?

175809      179099      179599      171099

- \*9.** Navedeni su različiti načini računanja. Neki od njih su tačni, a neki nisu. Odredi za svaki od primjera da li je tačan ili ne. Ako nije tačan, zapiši tačan način računanja.
- izraz:  $4366 - 1994$       način računanja:  $4366 - 2000 + 7$
  - izraz:  $8421 + 519$       način računanja:  $8421 + 520 + 1$
  - izraz:  $9635 + 199$       način računanja:  $9635 + 200 - 1$

- č) izraz:  $1149 - 399$       način računanja:  $1149 - 400 - 1$   
 č) izraz:  $7056 - 1499$       način računanja:  $7056 - 1500 + 1$

\*10. Pogodi brojeve! Ovu igru mogu igrati dva ili više igrača.

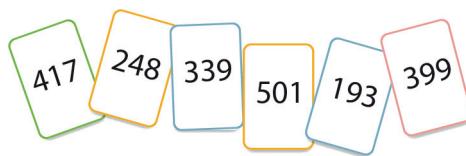
Svaki od igrača, tako što ne vidi ostale igrače, bira po 2 kartice i sabira brojeve na njima. Prvi igrač izgovara zbir, a ostali igrači trebaju da pogode oba broja.

Ako igrač pogodi, osvaja 1 poen.

Ako ne pogodi, na red dolazi drugi igrač.

Igra se može igrati u nekoliko krugova.

Pobjednik je igrač s najviše poena.



## SABIRANJE BROJEVA DO 1.000.000. SVOJSTVA SABIRANJA

### Uvodna aktivnost

Brojeve 2, 3, 4 i 5 možete koristiti samo jednom. Pomoću ovih brojeva sastavite najveći mogući zbir prema datoj šemi. Jedno prazno polje označava jednu cifru.

1. Kako znate gdje treba upisati svaku cifru?

			+	
--	--	--	---	--

2. Objasni svom drugu kako si to uradio.

**Primjer 1.** Izračunaj zbir  $246526 + 623463$  na više načina.

**I način:** Brojeve zapiši u razvijenom obliku, a zatim ih saberi.

$$246526 = 200000 + 40000 + 6000 + 500 + 20 + 6 \quad 623463 =$$

$$600000 + 20000 + 3000 + 400 + 60 + 3$$

$$\begin{array}{r}
 200000 + 600000 = 800000 \\
 40000 + 20000 = 60000 \\
 6000 + 3000 = 9000 \\
 500 + 400 = 900 \\
 20 + 60 = 80 \\
 6 + 3 = 9 \\
 \hline
 & & & & & 869989
 \end{array}$$

**II način:** Brojeve zapišite horizontalno, a zatim sabirajte cifre istih pozicija u svakom od sabiraka.

hiljade			jedinice			+	hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	J		SH	DH	JH	S	D	J
2	4	6	5	2	6		6	2	3	4	6	3

**III način:** Brojeve zapiši vertikalno tako da se cifre nalaze jedna iznad druge prema njihovoj mjesnoj vrijednosti, pa zatim sabiraj s desna na lijevo

$$\begin{array}{r}
 2 & 4 & 6 & 5 & 2 & 6 \\
 + & 6 & 2 & 3 & 4 & 6 & 3 \\
 \hline
 8 & 6 & 9 & 9 & 8 & 9
 \end{array}$$

**1.** Izračunaj njihove zbrojeve na način koji sam odabereš.

- a)  $23462 + 3326$    b)  $456834 + 423142$    c)  $54372 + 44325$    č)  $1459543 + 10325$

**Primjer 2.** Izračunaj zbir  $356879 + 435442$  na više načina.

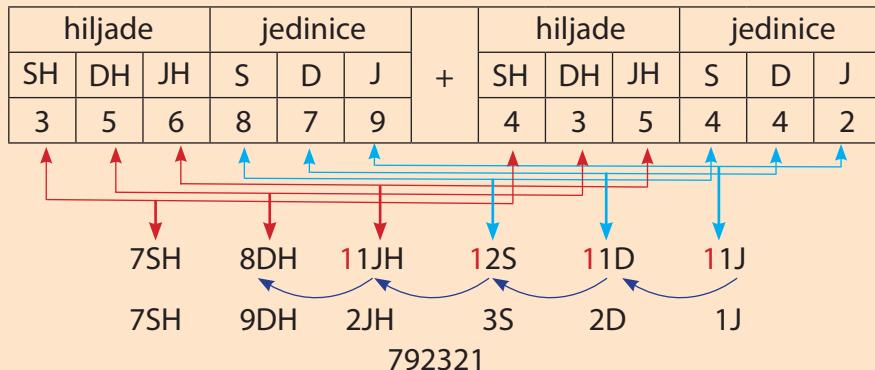
**I način:** Brojeve zapisujemo u razvijenom obliku, a zatim ih sabiramo.

$$356879 = 300000 + 50000 + 6000 + 800 + 70 + 9$$

$$435442 = 400000 + 30000 + 5000 + 400 + 40 + 2$$

$$\begin{array}{r}
 300000 + 400000 = 700000 \\
 50000 + 30000 = 80000 \\
 6000 + 5000 = 11000 \\
 800 + 400 = 1200 \\
 70 + 40 = 110 \\
 9 + 2 = 11 \\
 \hline
 & & & & & & 792321
 \end{array}$$

**II način:** Brojeve zapisujemo horizontalno, vodeći računa da se cifre na istim pozicijama u oba sabirka nalaze jedna iznad druge, a zatim sabiramo cifre s istih pozicija.



**III način:** Brojeve zapisujemo vertikalno, tako da cifre budu jedna ispod druge prema njihovoj mjesnoj vrijednosti. Sabiramo s desna na lijevo. U ovom slučaju sabiranje je sa prelazom.

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 3 & 5 & 6 & 8 & 7 & 9 \\
 + & 4 & 3 & 5 & 4 & 4 & 2 \\
 \hline
 7 & 9 & 2 & 3 & 2 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 9J + 2J &= 11J = 1D + 1J \\
 7D + 4D + 1D &= 12D = 1S + 2D \\
 8S + 4S + 1S &= 13S = 1JH + 3S \\
 6JH + 5JH + 1JH &= 12JH = 1DH + 2JH \\
 5DH + 3DH + 1DH &= 9DH \\
 3SH + 4SH &= 7SH
 \end{aligned}$$

**2.** Izračunaj zbirove na način koji ćete sami odabratи.

a)  $567849 + 246988$       b)  $78965 + 489467$       c)  $1459876 + 156987$

**3.** Izračunaj ove zbirove i uporedi dobijene zbirove: Šta zaključuješ?

a)  $72 + 48$  i  $48 + 72$       b)  $1008 + 23209$  i  $23209 + 1008$

Ako prilikom sabiranja dva broja iz  $N_0$  sabirci zamjene mjesta tada se zbir ne mijenja.

Za svaka dva broja  $m, n \in N_0$ , tačna je jednakost  $m + n = n + m$ .

Ovo svojstvo sabiranja naziva se **komutativno svojstvo sabiranja**.



Zbir ne zavisi od redoslijeda sabiraka.

**4.** Odredi vrijednost  $x$  iz jednačine koristeći komutativno svojstvo sabiranja.

a)  $23756 + x = 4656 + 23756$       b)  $x + 567345 = 789432 + 567345$

**5.** Izračunaj, a zatim uporedi dobijene zbirove. Šta zaključuješ?

a)  $(123 + 177) + 1234$  i  $123 + (177 + 1234)$       b)  $(106 + 74) + 286$  i  $106 + (74 + 286)$

Za data tri broja  $m, n, k \in N_0$  mogu se formirati dva zbirna:

$$(m + n) + k \text{ i } m + (n + k)$$

Za brojeve u  $N_0$  važi jednakost:

$$(m + n) + k = m + (n + k)$$

Ovo svojstvo sabiranja se naziva **asocijativno svojstvo sabiranja** ili svojstvo grupisanja sabiraka.



Zbir ne zavisi od načina grupisanja sabiraka.

**6.** Odredi koji broj treba da stoji na mjestu  $x$  kako bi jednakost bila tačna.

- a)  $148 + (2268 + x) = (148 + 2268) + 300$
- b)  $34267 + (x + 1120) = (34267 + 34132) + 1120$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj na način koji samostalno izabereš.

- a)  $86534 + 12976$
- b)  $67839 + 857372$
- c)  $12897 + 7658$
- č)  $1998452 + 153988$

**2.** Koristi svojstva sabiranja da bi brže izračunao zbir.

- a)  $25 + 36 + 75$
- b)  $26 + 1240 + 54$
- c)  $8582 + 3457 + 212 + 343$
- č)  $579 + 1089 + 17421$
- ć)  $9860 + 1720 + 140 + 2280$
- d)  $47324 + 7247 + 253 + 676$

**3.** Koja cifra treba da stoji umjesto znaka pitanja da bi zbir bio tačan.

- a)
- b)

$$\begin{array}{r} 4 \ 3 \ ? \ 2 \\ \quad 4 \ 5 \ ? \\ + \ ? \ 1 \ 2 \ 7 \\ \hline 8 \ 8 \ 9 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ ? \ 0 \ 5 \ 3 \\ ? \ 3 \ 9 \ 5 \ ? \\ + \ 6 \ 6 \ ? \ 6 \\ \hline 7 \ 4 \ ? \ 0 \ 9 \end{array}$$

**4.** Odredi najveći i najmanji petocifren broj tako da se svaka cifra 0, 4, 5, 6 i 8 pojavljuje samo jednom. Zatim izračunaj njihov zbir.

**5.** Tri djeteta su štedela novac tokom školske godine. Prvo dijete je uštedelo 3470 dinara. Drugo dijete je uštedelo 256 dinara više od prvog djeteta, a treće dijete je uštedelo koliko zajedno prvo i drugo dijete. Koliko novca su sva tri djeteta ukupno uštedela?

**6.** Koji izraz predstavlja primjer komutativnog svojstva sabiranja?

- a)  $556 \cdot 100 = 55600$
- b)  $(988 + 52) + 302 = 988 + (52 + 302)$
- c)  $1049 + 281 = 281 + 1049$
- č)  $600 + 2300 = 230 + 60$

**7.** Koji izraz nije primjer komutativnog svojstva sabiranja?

- a)  $345 + 1409 = 1409 + 345$       b)  $a + b = b + a$   
 c)  $300 + 10 = 100 + 30$       č)  $22 + x = x + 22$

**8.** Koje svojstvo je primjenjeno u izrazu:  $(2700 + 104) + 299 = 2700 + (104 + 299)$

**9.** Koji izraz je primjer asocijativnog svojstva sabiranja?

- a)  $800 + 0 = 800$       b)  $4567 + 234 = 234 + 4567$   
 c)  $15 - 15 = 0$       č)  $(53 + 200) + 40000 = 53 + (200 + 40000)$

**10.** Prepiši u svesku. Zatim, koristeći komutativno i asocijativno svojstvo, dopuni kako bi jednakosti bile tačne.

- a)  $3567 + 8912 = \underline{\hspace{2cm}} + 3567$       b)  $20058 + \underline{\hspace{2cm}} = 89734 + \underline{\hspace{2cm}}$   
 c)  $5002 + (309 + 81) = (\underline{\hspace{2cm}} + 309) + 81$       č)  $(99 + 560) + 105 = \underline{\hspace{2cm}} + (560 + 105)$

**\*11.** Prepiši u svesku. Zatim, koristeći komutativno i asocijativno svojstvo, dopuni kako bi jednakosti bile tačne.

- a)  $709 + 1200 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$       b)  $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 3001 + 76$   
 c)  $\underline{\hspace{2cm}} + (460 + \underline{\hspace{2cm}}) = (258 + \underline{\hspace{2cm}}) + 75$   
 č)  $(1000 + \underline{\hspace{2cm}}) + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + (2500 + 480)$

**\*12.** Koristeći svojstva brojeva i sabiranja, saberite brojeve i potpuno objasnite postupak:

- a) Svi jednociifreni brojevi.      b) Svi dvocifreni brojevi.  
 c) Svi brojevi manji od 100.  
 č) Koliko ima jednocifrenih, a koliko dvocifrenih brojeva?

**\*13.** Zamijeni svako slovo odgovarajućom cifrom kako bi se dobila tačna jednačina. Jednaka slova označavaju iste cifre, a različita slova označavaju različite cifre.

$$A + AA + ABC = CBBA$$

**\*14.** Zbir tri broja je 2023. Ako se prvi sabirak poveća za 224, a drugi se smanji za 412, šta treba da se uradi sa trećim sabirkom kako bi zbir ostao nepromijenjen?

# ODUZIMANJE BROJEVA DO 1000000

## Uvodna aktivnost

U tabeli postoje parovi brojeva čija je razlika 411.

- Pronađi tri para brojeva čija je razlika 411.
- Pronađi tri para brojeva čija je razlika veća ili manja od 411.

Koristi zaokruživanje kako bi brzo pronašao tražene brojeve.

893	697	1304	233
404	721	754	492
945	815	899	1071
319	343	1108	651
644	70	660	400
411	903	534	800

**Primjer 1.** Nikola je imao 2789 denara. Od njih potrošio je 1567 denara.

Koliko novca mu je ostalo?

Treba da izračunamo razliku  $2789 - 1567$ .

**I način:** Nikola je zapisao brojeve u proširenom obliku :

$$2789 = 2000 + 700 + 80 + 9$$

$$1567 = 1000 + 500 + 60 + 7$$

Zatim je odgovarajuće oduzeo hiljade, stotine, desetice i jedinice.

$$\begin{array}{r}
 2000 - 1000 = 1000 \\
 700 - 500 = 200 \\
 80 - 60 = 20 \\
 9 - 7 = 2 \\
 \hline
 & & & 1222
 \end{array}$$

**II način:** Horizontalno je zapisao umanjenika i umanjilaca, a zatim oduzeo odgovarajuće cifre uzimajući u obzir njihovu poziciju u brojevima.

hiljade			jedinice			-	hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	H		SH	DH	JH	S	D	J
		2	7	8	9				1	5	6	7

**III način:** Brojeve je zapisivao vertikalno, tako da je cifre po mjesnim vrijednostima pisao jednu ispod druge. Zatim je oduzimao s desna na lijevo.

$$\begin{array}{r} 2 & 7 & 8 & 9 \\ - & 1 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 1 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

**Primjer 2.** Izračunaj razliku  $5.645 - 3.278$  na više načina.

**I način:** Brojeve zapisujemo u proširenom obliku, a zatim ih oduzimamo.

$$5645 = 5000 + 600 + 40 + 5 \quad 3278 = 3000 + 200 + 70 + 8$$

$$5000 - 3000 = 2000$$

$$600 - 200 = 300 \quad 400 \quad 600 - 200 = 400, \text{ ali pošto } 40 - 70 \text{ nije moguće u } N_0$$

$$140 - 70 = 60 \quad 70 \quad \text{pozajmljujemo } 100 \text{ i dodajemo ga broju } 40.$$

$$15 - 8 = 7 \quad 5 - 8 \text{ nije moguće u } N_0, \text{ pozajmljujemo } 10 \text{ i dodajemo ga broju } 5.$$

$$\underline{\hspace{1cm}}$$

**II način:** Horizontalno pišemo umanjenik i umanjilac i vodimo računa o mjesnoj vrijednosti svake cifre.

hiljade			jedinice			-	hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	J		SH	DH	JH	S	D	J
		5	6	4	5				3	2	7	8

**III način:** Brojeve pišemo vertikalno, tako da se cifre pišu prema mjesnoj vrijednosti jedna ispod druge. Zatim oduzimamo s desna na lijevo.

$$\begin{array}{r} 5 & 13 & 15 \\ 6 & 4 & 5 \\ - & 3 & 2 & 7 & 8 \\ \hline 2 & 3 & 6 & 7 \end{array}$$

5J  $<$  8J, pozajmljujemo 1D = 10J i u umanjeniku dobijamo  
1D + 5J = 15J, 15J - 8J = 7J.  
Na poziciji D ostaju 3D, 3D  $<$  7D, pozajmljujemo od stotina, 1S = 10D, 1S + 3D = 13D.  
Na poziciji S u umanjeniku ostaju 5C, 5C  $>$  2C,  
5C - 2C = 3C.  
Na poziciji JH ostaju 5J H - 3JH = 2JH.

**1.** Izračunaj razliku na način po tvom izboru.

- a)  $567849 - 246988$       b)  $78965 - 48946$       c)  $1269869 - 12754$       č)  $1956543 - 87369$

**Primjer 3.** Izračunaj:

- a)  $452 + 0$       b)  $256 - 0$

a)  $452 + 0 = 452$

b)  $256 - 0 = 256$



Za svaki broj  $m$  iz skupa prirodnih brojeva  $N_0$ , važi  $m+0=m$      $m-0=m$ .

**Primjer 4.** Odredi vrijednost  $x$  u jednačinama: a)  $25 + x = 40$       b)  $x + 162 = 700$

U zadatku,  $x$  je nepoznati sabirak i izračunat ćemo ga kao razliku između zbiru i drugog (poznatog) sabirka.

a)  $25 + x = 40$

$x = 40 - 25$

$x = 15$

b)  $x + 162 = 700$

$x = 700 - 162$

$x = 538$



Oduzimanje je obrnuta (inverzna) operacija sabiranja.

**2.** Izračunaj vrijednost  $x$  u jednačinama:

a)  $7280 + x = 31693$

b)  $x + 98427 = 678989$

**Primjer 5.** Odredi vrijednost  $x$  u jednačinama: a)  $x - 267 = 134$       b)  $796 - x = 476$

a)  $x - 267 = 134$

b)  $796 - x = 476$

$x = 267 + 134$

$x = 796 - 476$

$x = 401$

$x = 320$

**5.** Bojan je zamislio broj. Kada oduzme broj 1695 od tog broja, dobije broj 2893. Koji broj je zamislio Bojan?

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Zbir brojeva 135396 i 432598 umanjite za 56398.
2. Koji broj treba dodati broju 8409 da bi se dobio broj 19908?

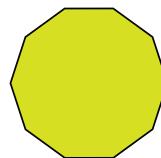
- 3.** Razlici brojeva 765468 i 248353 dodaj broj 19653.
- 4.** Uporedi brojne izraze i iskoristi znakove  $>$ ,  $<$  ili  $=$ .
- a)  $378769 + 21231$  i  $378769 - 21231$       b)  $2469876 + 0$  i  $2469876 - 0$
- c)  $719342 + 9678$  i  $9678 + 719342$       č)  $49001 - 301$  i  $301 + 49001$
- 5.** Riješi jednačine:
- a)  $x + 999 = 43894$     b)  $x - 324233 = 35785$     c)  $5000 + x = 158354$     č)  $145278 - x = 7864$
- 6.** Za koliko treba da se umanji broj 12865 da bi se dobio 9654?
- 7.** U jednoj knjižari je donešeno 3300 hemijskih olovaka i 4800 olovki. Prodato je 1897 hemijskih olovaka i 3126 olovki. Koliko hemijskih olovki i olovki je ostalo u knjižari?
- \*8.** Brat i sestra su za obavljeni posao dobili 1632 dinara. Kada je brat potrošio 360 dinara, a sestra 72 dinara, tada je svakom ostala ista svota novca. Po koliko su novca zaradili?
- \*9.** Odredi najmanji i najveći neparni osmocifreni broj koji je zapisan ciframa 0, 3, 4, 5 i 7, pri čemu se nijedna od ovih cifara ne pojavljuje više od tri puta. Odredi zbir i razliku ta dva broja.

## MNOŽENJE PUNIM DESETICAMA, STOTINAMA ILI HILJADAMA

### Uvodna aktivnost

Pravilni desetougao ima stranicu dužine 17 cm.

Koliki je perimetar desetougla?



Kada se broj pomnoži sa 10, 100 ili 1000, vrijednost svake cifre u tom broju povećava se 10, 100 ili 1000 puta.

**Primjer 1.** Broj 456 pomnoži sa:

a) 10      b) 100      c) 1000

a)  $456 \cdot 10 = 4560$

hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	J
			4	5	6
			6	0	
			5	0	0
			4	0	0
			4	5	6
			0	0	0

 $\cdot 10$ 

Cifra jedinica pomjera se na poziciju desetica.

Cifra desetica pomjera se na poziciju stotina.

Cifra stotina pomjera se na poziciju hiljada.

$$\text{b) } 456 \cdot 100 = 45600$$

hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	J
			4	5	6
			6	0	0
			5	0	0
			4	0	0
			4	5	6
			0	0	0

 $\cdot 100$ 

Cifra jedinica pomjera se na poziciju stotina.

Cifra desetica pomjera se na poziciju hiljada.

Cifra stotina pomjera se na poziciju desetice hiljada.

$$\text{c) } 456 \cdot 1000 = 456000$$

hiljade			jedinice		
SH	DH	JH	S	D	J
			4	5	6
			6	0	0
			5	0	0
			4	0	0
			4	5	6
			0	0	0

 $\cdot 1000$ 

Cifra jedinica pomjera se na poziciju hiljada.

Cifra desetica pomjera se na poziciju desetice hiljada.

Cifra stotina pomjera se na poziciju stotine hiljada.



Kada se broj pomnoži sa 10, sa 100 ili sa 1000, tada broj treba prepisati i dodati toliko nula koliko ima dekadna jedinica (jedna nula kada se množi sa 10, dvije nule kada se množi sa 100 i tri nule kada se množi sa 1000).

- 1.** Prepiši i dopuni kako bi dobili tačne jednačine. Na jednoj crtici možeš upisati samo jednu cifru.

a)  $\underline{\quad} \cdot 10 = 5680$     b)  $\underline{\quad} = 1000 \cdot 32$     c)  $560 \underline{\quad} \cdot 100 = 560 \underline{\quad}$

**Primjer 2.** U jednoj prodavnici bilo je 25 gajbi. U svakoj gajbi bilo je 30 jabuka. Koliko ukupno jabuka je bilo u gajbama?

Potrebno je izračunati proizvod  $25 \cdot 30$ .

30 je puna desetica i možemo zapisati  $30 = 3 \cdot 10$ .

$$25 \cdot \underline{30} = 25 \cdot \underline{3} \cdot \underline{10} = 75 \cdot 10 = 750 \text{ jabuka.}$$

Broj 30 zapisujemo kao  $3 \cdot 10$ .

**Primjer 3.** Izračunaj  $235 \cdot 200$ .

200 je puna stotina. Možemo zapisati  $200 = 2 \cdot 100$ .

$$235 \cdot \underline{200} = 235 \cdot \underline{2} \cdot \underline{100} = 470 \cdot 100 = 47000.$$

Broj 200 zapisujemo kao  $2 \cdot 100$ .

**Primjer 4.** Izračunaj  $1221 \cdot 4000$ .

4000 je puna stotina. Možemo zapisati  $4000 = 4 \cdot 1000$ .

$$1221 \cdot \underline{4000} = 1221 \cdot \underline{4} \cdot \underline{1000} = 4884 \cdot 1000 = 4884000.$$

Broj 4000 zapisujemo kao  $4 \cdot 1000$ .

- 2.** Izračunaj.

a)  $1234 \cdot 40$     b)  $362 \cdot 500$     c)  $54 \cdot 5000$

- 3.** Koristi cifre 0, 1, 3 i 5 da bi upotpunio jednačinu. Svaku cifru treba koristiti samo jednom. Svaki upitnik odgovara jednoj cifri.

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = 350$$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Koji broj nedostaje?  $100 \cdot 10 = 10\,000 : ?$
  2. Milica kaže: "Svaki sadržalac broja 1000 je deljiv sa 100." Da li je u pravu? Objasni svoj odgovor.
  3. Data su četiri broja: 55, 55550, 55500, 555000. Koji od ovih brojeva je 100 puta veći od broja 555? Objasni svoj odgovor.
  4. U jednoj prodavnici svakog dana stižu po 244 litara ulja. Koliko ukupno litara ulja je doneseno u prodavnici tokom 50 dana?
  5. U pekari na svakoj polici ima po 123 hljeba. Koliko ukupno hljebova ima u pekari ako ima 20 polica?
- \*6. Jedan poljoprivrednik je ubrao 246 kg kajsija. Jabuka je ubrao 30 puta više nego kajsija. Koliko ukupno kilograma voća je ubrao poljoprivrednik iz svog voćnjaka?

## SVOJSTVA MNOŽENJA U $\mathbb{N}_0$

### Uvodna aktivnost

Data je bombonjera kao na slici.



1. Bez brojanja čokoladnih bombona, odredi koliko bombona ima u bombonjeri. Objasni svoj odgovor.
2. Bez brojanja svih čokoladnih bombona u svakoj bonbonjeri, odredi koliko bombona ima u bonbonjeri na crtežu. Objasni svoj odgovor.



**Primjer 1.** Jovana u svojoj dječijoj sobi ima 4 police, a na svakoj polici ima po 10 knjiga. Koliko knjiga ima Jovana?

Jovana ima  $4 \cdot 10 = 40$  knjiga.

Ako postavimo problem na drugačiji način: Joana u dječijoj sobi ima 10 polica, a na svakoj polici ima po 4 knjige. Koliko knjiga ima Joana?

Joana ima  $10 \cdot 4 = 40$  knjiga.

U primjeru 1, prilikom računanja u oba zadatka dobili smo isti rezultat, ali množoci su zamijenili mjesta u proizvodu.

Međutim, razlika je u tome što u prvom zadatku imamo 4 grupe, a svaka grupa ima 10 elemenata, dok u drugom zadatku imamo 10 grupa, a svaka grupa ima 4 elementa.

**Primjer 2.** Provjerite tačnost tvrdnje  $a \cdot b = b \cdot a$ , ako  $a = 72$ ,  $b = 10$ .

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

$$72 \cdot 10 = 10 \cdot 72$$

$$720 = 720$$

Za bilo koja dva broja  $m$  i  $n$  iz  $N_0$ , tvrdnja  $m \cdot n = n \cdot m$  je tačna, odnosno proizvod se ne mijenja ako zamijenimo mjesta.

Ovo je **komutativno svojstvo množenja**.

1. Koji broj treba da stoji na mjestu  $x$  da bi sljedeće jednakosti bile tačne:

a)  $x \cdot 90 = 90 \cdot 56$       b)  $2b \cdot 39 = 39 \cdot x$

**Primjer 3.** Provjerite tačnost jednakosti  $(8 \cdot 14) \cdot 10 = 8 \cdot (14 \cdot 10)$ .

$$(8 \cdot 14) \cdot 10 = 8 \cdot (14 \cdot 10).$$

$$112 \cdot 10 = 8 \cdot 140$$

$$1120 = 1120$$

Za bilo koja tri broja  $m$ ,  $n$  i  $k$  iz  $N_0$ , tačno je  $(m \cdot n) \cdot k = m \cdot (n \cdot k)$ , tj. proizvod ne zavisi od načina grupisanja činioca.

Ovo svojstvo se naziva **asocijativno svojstvo množenja**.

2. Koji broj treba da stoji na mjestu  $x$  da bi sljedeći zadaci bili tačni.  
 a)  $27 \cdot (x \cdot 67) = (27 \cdot 56) \cdot 67$       b)  $235 \cdot (8 \cdot 24) = 235 \cdot (8 \cdot x)$
3. Koliko denara koštaju 8 lubenica po 11 kg, ako jedan kilogram košta 20 denara?

**Primjer 4.** Provjeri tačnost jednačina.

$$\text{a) } (8 + 6) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + 6 \cdot 4 \quad \text{b) } 4 \cdot (8 + 6) = 4 \cdot 8 + 4 \cdot 6$$

$$\text{a) } (8 + 6) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + 6 \cdot 4$$

$$\text{b) } 4 \cdot (8 + 6) = 4 \cdot 8 + 4 \cdot 6$$

$$14 \cdot 4 = 32 + 24$$

$$4 \cdot 14 = 32 + 24$$

$$56 = 56$$

$$56 = 56$$



Za bilo koja tri broja  $m$ ,  $n$  i  $k$  iz  $N_0$ , je tačno:

$$(m + n) \cdot k = m \cdot k + n \cdot k = k \cdot (m + n).$$

Ovim jednačinama se izražavaju **distributivna svojstva množenja u odnosu na sabiranje**.

4. Provjerite jednačine množenja u odnosu na sabiranje:

$$\text{a) } (67 + 17) \cdot 20 = 67 \cdot 20 + 17 \cdot 20 \quad \text{b) } 20 \cdot (67 + 17) = 20 \cdot 67 + 20 \cdot 17$$

**Primjer 5.** Provjeri tačnost jednačine:

$$\text{a) } (12 - 7) \cdot 4 = 12 \cdot 4 - 7 \cdot 4 \quad \text{b) } 5 \cdot (22 - 9) = 5 \cdot 22 - 5 \cdot 9$$

$$\text{a) } (12 - 7) \cdot 4 = 12 \cdot 4 - 7 \cdot 4$$

$$\text{b) } 5 \cdot (22 - 9) = 5 \cdot 22 - 5 \cdot 9$$

$$5 \cdot 4 = 48 - 28$$

$$5 \cdot 13 = 110 - 45$$

$$20 = 20$$

$$65 = 65$$



Za bilo koja tri broja  $m$ ,  $n$  i  $k$  iz  $N_0$ , za koje važi  $m > n$ , tačno je:  
 $(m - n) \cdot k = m \cdot k - n \cdot k = k \cdot (m - n)$ .

Ovim se izražavaju **distributivna svojstva množenja u odnosu na oduzimanje**.

**5.** Odredi broj  $x$  iz jednačina, objasni tvoj odgovor.

a)  $(99 - x) \cdot 35 = 99 \cdot 35 - 35 \cdot 35$

b)  $15 \cdot 123 - 15 \cdot 14 = 15 \cdot (123 - x)$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

- U jednom magacinu bilo je 17 polica, a na svakoj polici je bilo po 9 kutija sa računarima. U drugom magacinu bilo je 9 polica, a na svakoj polici je bilo po 17 računara. Koliko računara ima u svakom magacinu? U čemu je razlika?
- Koristeći svojstva množenja, pojednostavite sljedeće proizvode.
 

a)  $427 \cdot 5 \cdot 10$     b)  $2 \cdot 49 \cdot 50$     c)  $2 \cdot 36 \cdot 5$     č)  $40 \cdot 17 \cdot 25$     ď)  $4 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 25$
- U jednom magacinu, prvog dana prodato je 240 kg krompira. Sljedeća tri dana, svakog dana se prodavalo 10 puta više kilograma krompira nego prethodnog dana. Koliko kilograma krompira je prodato iz magacina tokom četiri dana?
- Koji broj treba da stoji umjesto  $x$  da bi sljedeći zadaci bili tačni?
 

a)  $4 \cdot (x \cdot 18) = (4 \cdot 7) \cdot 18$     b)  $7 \cdot (15 \cdot 2) = 7 \cdot (15 \cdot x)$
- Izračunaj na dva načina:
 

a)  $14 \cdot 2 + 7 \cdot 2$     b)  $7 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 41 \cdot 10$     c)  $(13 + 4 + 7) \cdot 100$   
     č)  $44 \cdot 9 - 34 \cdot 9$     d)  $3 \cdot (324 - 145)$     d)  $4 \cdot 10 - 3 \cdot 10 + 10 \cdot 5$
- Izračunaj na najjednostavniji način izraz  $4 \cdot x + 12 \cdot y + 6 \cdot x$  ako je  $x = 7$  i  $y = 10$ . Obrazloži svoj odgovor.
- \*7. Prepiši izraze u drugom obliku. Obrazloži svoj način rješavanja.
 

a)  $b \cdot 33 + b \cdot 27$     b)  $x + 12 \cdot x + 7 \cdot x$     c)  $12 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$   
     č)  $42 \cdot x - 12 \cdot x$     d)  $x + 2 \cdot x + 4 \cdot x - 3 \cdot x$     d)  $19 \cdot x - 5 \cdot x$

# MNOŽENJE BROJAVA OD KOJIH JE JEDAN BLIZAK PUNOJ DESETICI ILI STOTINI

## Uvodna aktivnost

Nastavi nizove:

- a) 210, 220, 230, ...      b) 3100, 3200, 3300, ...

**Primjer 1.** U jednoj poslastičarnici bilo je 19 kutija. U svakoj kutiji bilo je po 7 kolača. Koliko je ukupno kolača bilo u poslastičarnici?

Potrebno je izračunati proizvod  $19 \cdot 7$ .

Broj 19 je blizu pune desetice, broja 20.

$$\begin{array}{ll} 19 \cdot 7 = & \text{Zamijenimo broj 19 s punim deseticom 20.} \\ 20 \cdot 7 = & \text{Činilac 19 smo povećali za jednu jedinicu.} \\ = 140 & 19 \cdot 7 nije jednako 140 jer smo činilac 19 povećali za 1. \end{array}$$

$$19 \cdot 7 = 140 - 7 = 133 \quad \text{zato oduzmemmo 7.}$$

Dakle, u poslastičarnici je bilo 133 kolača.

Zašto oduzimamo 7? Ako umjesto 19, izračunamo 20 kutija po 7 kolača, imamo jednu kutiju više prilikom računanja, pa zato na kraju oduzimamo tih 7 kolača koje smo uzeli kao višak na početku.

Zašto oduzimamo 7, može se pokazati i pomoću distributivnog svojstva:

$$19 \cdot 7 = (20 - 1) \cdot 7 = 20 \cdot 7 - 1 \cdot 7 = 140 - 7 = 133 \text{ kolača}$$

**Primjer 2.** U šumi je bilo 21 red drveća. U svakom redu bilo je po 9 stabala. Koliko stabala je bilo u šumi?

Potrebno je izračunati proizvod  $21 \cdot 9$ .

Broj 21 je blizu pune desetice, broja 20.

$$\begin{array}{ll} 21 \cdot 9 = & \text{Zamijenimo broj 21 s punom deseticom 20.} \\ 20 \cdot 9 = & \text{Činilac 21 smo smanjili za jedinicu.} \\ = 180 & 21 \cdot 9 nije jednako 180 jer smo činilaca 21 smanjili za 1. \end{array}$$

$$21 \cdot 9 = 180 + 9 = 189 \text{ stabala} \quad \text{Zato dodajemo 9.}$$

Dakle, u šumi je bilo 189 stabala.

Zašto dodajemo 9? Ako umjesto 21, izračunamo 20 redova po 9 stabala u svakom redu, imamo jedan red manje prilikom računanja, pa zato na kraju dodajemo tih 9 stabala koje smo uzeli kao manjak na početku.

Zašto dodajemo 9, može se pokazati i pomoću distributivnog svojstva:

$$21 \cdot 9 = (20 + 1) \cdot 9 = 20 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = 180 + 9 = 189.$$

**1.** Prvo procijeni koliki je proizvod, a zatim izračunaj zapisivanjem.

- a)  $29 \cdot 6$       b)  $41 \cdot 5$       c)  $19 \cdot 7$       č)  $21 \cdot 8$       Č)  $49 \cdot 6$       d)  $51 \cdot 4$

**Primjer 3.** Brojeve do pune stotine 300 su brojevi 299 i 301. Izračunaj:

- a)  $299 \cdot 6$       b)  $301 \cdot 9$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 299 \cdot 6 = & \text{Broj 299 zamjenjujemo cijelom stotinom 300.} \\ = 300 \cdot 6 & \text{Povećali smo činilaca 299 za jednu jedinicu.} \\ = 1800 & 299 \cdot 6 nije jednako 1800, jer smo činilac 299 \\ 1800 - 6 = & \text{povećali za 1. Dakle, oduzimamo 6 jedinica.} \\ = 1794 & \end{array}$$

Zašto oduzimamo 6?

Ako zamijenimo 299 sa 300, dobijeni proizvod  $300 \cdot 6 = 1800$  je za 6 jedinica veći od traženog proizvoda. Pošto smo uzeli 6 jedinica više, na kraju od 1800 oduzimamo 6 jedinica, tj.  $299 \cdot 6 = 1800 - 6 = 1794$ .

Zašto oduzimamo 6 jedinica može se pokazati i distributivnim svojstvom:

$$299 \cdot 6 = (300 - 1) \cdot 6 = 300 \cdot 6 - 1 \cdot 6 = 1800 - 6 = 1794.$$

$$\begin{array}{ll} \text{b) } 301 \cdot 9 = & \text{Broj 301 zamjenjujemo punom stotinom 300.} \\ = 300 \cdot 9 & \text{Smanjili smo činilaca 301 za jednu jedinicu.} \\ = 2700 & 301 \cdot 9 nije jednako 2700, jer smo činilaca 301 \\ 2700 + 9 = & \text{smanjili za 1. Dakle, dodajemo 9 jedinica.} \\ = 2709 & \end{array}$$

Zašto dodajemo 9?

Ako umjesto 301 uzmemo 300, proizvod koji smo dobili  $300 \cdot 9 = 2700$  je za 9 jedinica manji od potrebnog proizvoda, jer smo uzeli 9 jedinica manje pa zato na kraju, na 2700 dodajemo 9 jedinica, tj.  $301 \cdot 9 = 2700 + 9 = 2709$ .

Zašto dodajemo 9 jedinica, može se pokazati i distributivnim svojstvom:

$$301 \cdot 9 = (300 + 1) \cdot 9 = 300 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = 2700 + 9 = 2709.$$

**2.** Prvo procijeni koliki je proizvod, a zatim izračunaj zapisivanjem.

- a)  $202 \cdot 4$       b)  $7 \cdot 599$       c)  $401 \cdot 9$

**Primjer 4.** Procijeni koliko je  $8 \cdot 298$ , a zatim provjeri tačnost svoje procjene zapisivanjem.

**I način:** Računamo množenjem punim stotinama i oduzimanjem.

$$\begin{aligned} 8 \cdot 300 - 8 \cdot 2 \\ = 2400 - 16 = 2384 \end{aligned}$$



**II način:** Primjenom distributivnog svojstva:

$$8 \cdot (200 + 90 + 8) = 1600 + 720 + 64 = 2384$$

**III način:** Tabelom.

.	8
200	1600
90	720
8	64
zbir	2384

**IV način:** Horizontalnim množenjem.

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 6 & \\ 200 & \times & 8 & \\ \hline & 2 & 9 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8J \cdot 8 = 64J = (6D + 4J) \\ 9D \cdot 8 = 72D, 72D + 6D = 78D = (7S + 8D) \\ 2S \cdot 8 = 16S, 16S + 7S = 23S = (2H + 3S) \\ \hline 298 \cdot 8 = 2384 \end{array}$$

3. Prvo procijeni koliki je proizvod, zatim odaberi način i izračunaj.

- a)  $409 \cdot 5$       b)  $598 \cdot 4$       c)  $1099 \cdot 7$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Prvo procijeni, a zatim izračunaj zapisivanjem.

- |                   |                   |                   |                   |                   |                  |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| a) $39 \cdot 12$  | b) $41 \cdot 13$  | c) $49 \cdot 7$   | d) $22 \cdot 7$   | e) $31 \cdot 12$  | f) $59 \cdot 24$ |
| d) $3001 \cdot 7$ | e) $4099 \cdot 9$ | f) $9099 \cdot 3$ | g) $202 \cdot 14$ | h) $399 \cdot 25$ |                  |

2. Selim je štedio 308 denara svakog mjeseca. Koliko je denara Selim uštedio za jednu godinu?

3. Procijeni koje su jednakosti tačne. Objasni svoj odgovor. Nakon računanja provjeri svoju procjenu.

- a)  $221 \cdot 4 = 872$       b)  $599 \cdot 12 = 708$       c)  $6 \cdot 701 = 4206$       d)  $8 \cdot 898 = 736$

4\*. Ana treba da kupi 11 kg krompira koji koštaju 50 denara po kg, 9 kg banana košta 80 denara po kilogramu, a 19 kg mandarina košta 70 denara po kilogramu. Procijeni koliko će novca Ana potrošiti, a zatim zapisivanjem provjeri svoju procjenu.

**5\***. Sastavi problem u kojem treba da se koristi množenje brojeva od kojih je jedan blizu punih desetica ili stotina. Onda neka tvoj drug riješi problem, i ti riješi problem koji je napisao tvoj prijatelj.

**\*6.** Provjeri tačnost jednakosti na najbrži način. Objasni kako si to uradio.

a)  $35 \cdot 36 + 35 \cdot 64 - 35 \cdot 100 = 0$       b)  $98 \cdot 99 + 98 \cdot 99 \cdot 100 = 98 \cdot 99 \cdot 101$

## MNOŽENJE UDVAJANJEM ILI POLOVLJENJEM ČINIOCA

### Uvodna aktivnost

Nastavite nizove i zapišite pravilo da dobijete sljedeće članove.

36, 72, 144, ...

96, 48, 24, ...

**Primjer 1.** Znate da je  $4 \cdot 9 = 36$ . Kako možete izračunati  $4 \cdot 18$  koristeći svojstva množenja?

$4 \cdot 18 = 4 \cdot (9 \cdot 2)$  zapisujemo broj 18 kao  $9 \cdot 2 = (4 \cdot 9) \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$  koristimo asocijativno svojstvo množenja

Šta primjećuješ? Kako se proizvod mijenja ako se jedan od činioca udvostruči?

**1.** a) Ako je  $7 \cdot 9 = 63$ , izračunaj  $7 \cdot 18$       b) Ako je  $12 \cdot 8 = 96$ , izračunaj  $12 \cdot 4$

**2.** Izračunajte i objasnite način obračuna.

- a) Ako je  $8 \cdot 6 = 48$ , izračunaj  $80 \cdot 6$
- b) Ako je  $12 \cdot 45 = 540$ , izračunaj  $6 \cdot 45$
- c) Ako je  $3 \cdot 9 = 27$ , izračunaj  $6 \cdot 18$
- č) Ako je  $6 \cdot 9 = 54$ , izračunaj  $3 \cdot 18$

**3.** Koji broj treba da stoji umjesto upitnika, da bi rješenja bila tačna?

- a) Ako je  $4 \cdot 7 = 28$  onda  $? \cdot 7 = 56$
- b) Ako je  $18 \cdot 12 = 216$  onda  $? \cdot 12 = 108$
- c) Ako je  $302 \cdot 6 = 1812$  onda je  $302 \cdot ? = 906$

**Primjer 2.** Izračunajte proizvod  $14 \cdot 37$  koristeći strategiju starih Egipćana.

U lijevoj koloni zapisujemo broj 1. Ispod njega nastavljamo da zapisujemo udvostručene brojeve koji su manji od broja 14.

Zatim svaki od njih množimo brojem 37. Brojevi u drugoj koloni su udvostručeni, počevši od 37.

	· 37
1	37
2 ✓	74
4 ✓	148
8 ✓	296

Iz lijeve kolone biramo brojeve čiji je zbir jednak 14.

$$2 + 4 + 8 = 14$$

Zatim sabiramo odgovarajuće proizvode:

$$74 + 148 + 296 = 518$$

$$\text{Traženi proizvod } 14 \cdot 37 = 518.$$

**4.** Pomoću egipatske strategije izračunajte:

- a)  $27 \cdot 78$       b)  $29 \cdot 56$       c)  $25 \cdot 48$       č)  $32 \cdot 76$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Udvostručite sljedeće brojeve napamet.

- a) 36      b) 145      c) 483      č) 9750

**2.** Prepolovite sljedeće brojeve napamet.

- a) 86      b) 244      c) 2142      č) 4188

**3.** Almira je zamislila jedan broj. Prvo ga je udvostručila, zatim ga pomnožila sa 100 i kada ga je prepolovila dobila je broj 700. Koji broj je Almira zamislila?

**4.** Koristi tablicu množenja za izračunavanje proizvoda napamet. Zatim izračunaj pismenim putem. Objasni kako računaš napamet.

- a)  $18 \cdot 7$       b)  $12 \cdot 14$       c)  $16 \cdot 12$

**\*5.** U cvjećari je bio određeni broj ruža. Prvog sata je prodata polovina ruža. Drugi sat je prodato 20 ruža, a treći sat polovina preostalih ruža. Nakon tri sata u cvjećari su ostale 84 ruže. Koliko ruža je bilo u cvjećari na početku?

**\*6.** Bombonjera je bila puna bonbona. Vera je pojela 4 bonbona, Jelena je pojela 7 bonbona, a Sara je pojela polovicu onih koje su ostale. Nakon što su svi pojeli bonbone iz bombonjere, u njoj je ostalo 8 bonbona. Koliko bonbona je bilo u bombonjeri na početku?

- \*7. U jednom magacinu bilo je banana. U pondjeljak su preneli polovinu od njih u prodavnicu. U utorak su u skladište doneli 125 kg banana. U srijedu su donijeli istu količinu banana kao što je bilo tada u magacinu. Sada u magacinu ima 526 kilograma banana. Koliko kilograma banana je bilo u magacinu na početku?
- \*8. Viki je čitala jednu knjigu. Primjetila je da je zbir brojeva kojima su numerisane obe strane knjige jednak 243. Koji su brojevi kojima su numerisane stranice na kojima je Viki čitala knjigu?

## MNOŽENJE DVOCIFRENIH, TROCIFRENIH I ČETVOROCIFRENIH BROJEVA JEDNOCIFRENIM BROJEM

### Uvodna aktivnost

Proizvod tri uzastopna broja je 730.

Koji su ti brojevi?

Uzastopni brojevi su brojevi koji se razlikuju za 1, na primjer 22, 23, 24.

#### Primjer 1. Sime je imao zadatak da pomnoži brojeve 242 i 4.

Umjesto množenja, Sime je sabirao četiri jednaka sabiraka:

$$242 + 242 + 242 + 242 = 484 + 484 = 968.$$

A njegovi drugari su mu predložili i druge strategije za rješavanje zadatka:

Arben je koristio distributivno svojstvo. Činilac 232 je zapisaо u razvijenoj formi i dobio je:

$$(200 + 40 + 2) \cdot 4 = 200 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 800 + 160 + 8 = 968$$

Jelena je koristila tabelu:

.	200	40	2
4	800	160	8

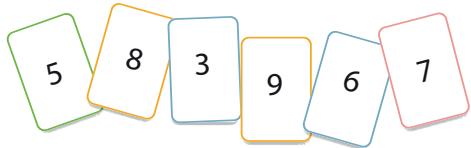
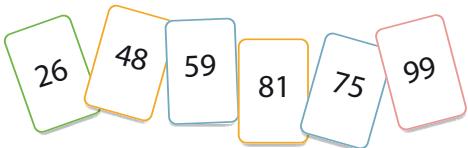
Sabrala je  $800 + 160 + 8 = 968$ .

Josif je računao tako da je množio jedinice sa jedinicama, desetice sa jedinicama i stotine sa jedinicama, a rezultate je zapisivao jedan ispod drugog.

$$\begin{array}{r} 242 \cdot 4 \\ -8 \\ 160 \\ 800 \\ \hline 968 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 242 \cdot 4 \\ -8 \\ 160 \\ 800 \\ \hline 968 \end{array}$$

- U jednoj korpici ima 18 kilograma jabuka. Koliko kilograma jabuka ima u 7 korpica?
- Data su dva seta kartica. Jedan set sa dvocifrenim brojevima i jedan set sa jednoci frenim brojevima. Ti i tvoj prijatelj izvlačite po jednu karticu sa dvocifrenim brojem i po jednu karticu sa jednoci frenim brojem. Tvoj prijatelj treba da pomnoži tvoje brojeve, a ti trebaš da pomnožiš brojeve koje je izvukao tvoj prijatelj. Zatim, razmijenite brojeve i provjerite rezultate.



- Proizvod brojeva 8 i 299 povećaj za 587.

**Primjer 2.** Izračunaj proizvod brojeva 5 i 1537.

Treba izračunati proizvod  $5 \cdot 1537$ .

**I način:** Sabiranjem pet istih sabiraka.

$$\begin{aligned} 1537 + 1537 + 1537 + 1537 + 1537 \\ = 3074 + 3074 + 1537 \\ = 6148 + 1537 \\ = 7685 \end{aligned}$$

Prilikom sabiranja koristimo udvostručavanje broja 1537.

**II način:** Množenje tabelom.

.	1000	500	30	7	zbir
5	5000	2500	150	35	7685

**III način:** Horizontalno množenje.

$$\begin{array}{r} 1537 \cdot 5 \\ -5 \\ 7685 \end{array}$$

- Ti i tvoj drug trebate da napišete po jedan četvorocifreni i jedan jednoci freni broj. Tvoj drug treba da pomnoži tvoje brojeve, dok ti trebaš da pomnožiš brojeve koje napiše tvoj drug. Zatim razmjenite brojeve i provjerite rješenja.

**ZADACI ZA VJEŽBANJE**

1. Procijeni proizvod  $86 \cdot 7$ . Zatim izračunaj pismeno.
2. Izračunaj:      a)  $294 \cdot 4$       b)  $418 \cdot 3$       c)  $596 \cdot 7$       č)  $209 \cdot 6$
3. Izračunaj:      a)  $2034 \cdot 5$       b)  $3243 \cdot 7$       c)  $5024 \cdot 8$
4. Koje cifre treba da stoje umjesto upitnika da bi računanje bilo tačno?  
 $? 7 ? \cdot 6 = 1032$
5. Zbir brojeva 148 i 92 uvećaj sedam puta.
6. Proizvod brojeva 234 i 9 povećaj za 789.
7. Proizvod brojeva 5342 i 7 umanji za njihovu razliku.
8. Marko i Ali su sakupljali postere. Koliko su ukupno imali postera ako Marko ima 176, a Ali osam puta više?
- \*9. Polje u obliku jednakostraničnog trougla sa stranicom od 47m treba ograditi sa 4 reda žice. Koliko metara žice je potrebno za ograđivanje polja?
- \*10. U jednoj školi ima 7 učionica. U svakoj učionici ima po 6 klupa, a na svakoj klupi ima po 2 stolice. Koliko učenika uči u školi, ako od svih stolica 9 nisu zauzete?

## MNOŽENJE DVOCIFRENIH, TROCIFRENIH I ČETVOROCIFRENIH BROJEVA DVOCIFRENIM BROJEVIMA

**Uvodna aktivnost**

Proizvod dva uzastopna broja iznosi 650.

Koja su ta dva broja?

Sastavite još nekoliko zagonetki sličnih ovoj i zajedno ih riješite.



$$20 \cdot 20 = 400$$

$$30 \cdot 30 = 900$$

**Primjer 1.** U jednoj vreći nalazi se 25 kilograma krompira. Koliko ukupno kilograma krompira ima u 13 vreća?

Treba da izračunamo proizvod  $13 \cdot 25$ .

**I način:** Strategija prutova.

25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$$13 \cdot 25 = 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25$$

$$= 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 25 = 100 + 100 + 100 + 25 = 325 \text{ kg.}$$

Ukupno je bilo 325 kg krompira.

**II način:** Distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje

$$13 \cdot 25 = 13 \cdot (20 + 5) = 13 \cdot 20 + 13 \cdot 5 = 260 + 65 = 325 \text{ kg krompira}$$

**III način:** Množenje pomoću tabele.

.	20	5
10	200	50
3	60	15
	260	65
zbir	325	

**IV način:** Horizontalno množenje jedinice sa jedinicama, jedinice sa deseticama, desetice sa jedinicama i desetice sa deseticama:

$$13 \cdot 25$$

$$15 \quad (5J \cdot 3J = 5 \cdot 3 = 15)$$

$$50 \quad (5J \cdot 1D = 5 \cdot 10 = 50)$$

$$60 \quad (2D \cdot 3J = 20 \cdot 3 = 60)$$

$$200 \quad (2D \cdot 1D = 20 \cdot 10 = 200)$$

$$\underline{325}$$

$$\begin{array}{r}
 & 1 & | & 1 \\
 & \downarrow & | & \downarrow \\
 1 & 3 & \cdot & 2 & 5 \\
 + & 6 & 5 \\
 \hline
 3 & 2 & 5
 \end{array}$$

**1.** Izračunaj proizvode.

- a)  $35 \cdot 17$       b)  $29 \cdot 41$       c)  $72 \cdot 53$

**2.** U jednoj knjižari se prodaju zbirke iz matematike za 6 razred. Tokom septembra, dnevno se proda 23 udžbenika. Koliko udžbenika je prodato za 22 dana?

**Primjer 2.** Izračunajte proizvod  $247 \cdot 28$ .

**I način:** Distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje

$$247 \cdot 28 = (200 + 40 + 7) \cdot 28 = 200 \cdot 28 + 40 \cdot 28 + 7 \cdot 28$$

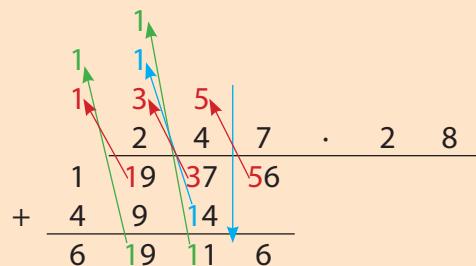
$$= 5600 + 1120 + 196 = 6720 + 196 = 6916$$

**II način:** Množenje pomoću tabele.

.	200	40	7
20	4000	800	140
8	1600	320	56
	5600	1120	196
zbir	6916		

**III način:** Množenje jedinica sa jedinicama, jedinica sa deseticama, jedinica sa stotinama, jedinica sa hiljadama, a zatim desetina sa jedinicama, desetina sa deseticama, desetina sa stotinama i desetina sa hiljadama, pišemo ih jedno ispod drugog.

$$\begin{array}{r}
 247 \cdot 28 \\
 \hline
 & 56 \\
 & 320 \\
 & 1600 \\
 & 140 \\
 & 800 \\
 & 4000 \\
 \hline
 & 6916
 \end{array}$$

**IV način:** Horizontalno množenje.**3.** Izračunajte proizvode.

a)  $275 \cdot 27$       b)  $369 \cdot 48$       c)  $892 \cdot 65$

**4.** Gledaoci utakmice bili su raspoređeni u 12 blokova. Svaki blok ima 26 redova i svaki red ima 85 mjesta. Koliko je ukupno gledalaca bilo na utakmici?**Primjer 3.** Izračunajte proizvod  $3561 \cdot 62$ .**I način:** Distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje

$$\begin{aligned}
 3561 \cdot 62 &= (3000 + 500 + 60 + 1) \cdot 62 = 3000 \cdot 62 + 500 \cdot 62 + 60 \cdot 62 + 1 \cdot 62 \\
 &= 186000 + 31000 + 3720 + 62 = 217000 + 3782 = 220782
 \end{aligned}$$

**II način:** Množenje pomoću tabele.

.	3000	500	60	1
60	180000	30000	3600	60
2	6000	1000	120	2
	186000	31000	3720	62
zbir	220782			

**III način:** Množimo jedinice sa jedinicama, jedinice sa deseticama, jedinice sa stotinama, jedinice sa hiljadama, a zatim desetice sa jedinicama, desetice sa deseticama, desetice sa stotinama i desetice sa hiljadama i pišemo ih jedno ispod drugog.

$$\begin{array}{r}
 3561 \cdot 62 \\
 \hline
 & 2 \\
 & 120 \\
 & 1000 \\
 & 6000 \\
 & 60 \\
 & 3600 \\
 & 30000 \\
 & 180000 \\
 \hline
 & 220782
 \end{array}$$

**IV način:** Horizontalno množenje.

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 3 \\
 & | & | \\
 3 & & 1 & 1 \\
 & 3 & 5 & 6 & 1 & \cdot & 6 & 2 \\
 \hline
 & 1 & 7 & 11 & 12 & 2 \\
 21 & 33 & 36 & 6 \\
 \hline
 22 & 0 & 7 & 8 & 2
 \end{array}$$

**5.** Izračunajte proizvode.

a)  $1098 \cdot 17$       b)  $3118 \cdot 25$       c)  $4210 \cdot 31$

**6.** Jedna lepljiva traka ima dužinu od 2276 metara. Koliko metara ima 73 takve trake?**ZADACI ZA VJEŽBANJE****1.** U jednom vrtu bilo je 43 redova posađenih krastavcima. U svakom redu je bilo po 34 krastavca. Koliko je ukupno krastavaca bilo u vrtu?**2.** Koristeći cifre 0, 1, 3 i 5, završite jednačinu. Svaka cifra treba da bude upotrebljena samo jednom. Napišite sve moguće odgovore.  $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = 450$ **3.** Koristeći cifre 3, 4, 5 i 6, sastavite proizvod u obliku  $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$  tako da proizvod:

- a) ima najveću moguću vrijednost      b) ima najmanju moguću vrijednost

**4.** Izračunaj:

a)  $294 \cdot 34$       b)  $418 \cdot 53$       c)  $596 \cdot 67$       č)  $209 \cdot 86$

**5.** Izračunaj:

a)  $2034 \cdot 25$       b)  $3243 \cdot 47$       c)  $5024 \cdot 68$

**6.** Koristeći svojstva množenja, na jednostavan način odredi proizvode:

a)  $427 \cdot 5 \cdot 7$       b)  $40 \cdot 17 \cdot 25$       c)  $8 \cdot 125 \cdot 9$       č)  $48 \cdot 94 \cdot 0 \cdot 26$

**\*7.** Koje cifre treba staviti umjesto upitnika da bi množenje bilo tačno.

a)

$$\begin{array}{r}
 & 9 & 2 & \cdot & 1 & 4 \\
 & | & | & & & \\
 3 & 6 & ? & & & \\
 + & ? & 2 & & & \\
 \hline
 ? & ? & 8 & 8
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 2 & \cdot & 6 & ? \\
 & | & | & & & \\
 + & 2 & 2 & 4 & & \\
 \hline
 1 & ? & ? & & & \\
 \hline
 2 & 1 & 4 & 4
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 & 4 & 1 & 8 & \cdot & 7 & 3 \\
 + & ? & 2 & ? & 4 \\
 \hline
 2 & ? & ? & 6 \\
 \hline
 ? & 0 & 5 & 1 & ?
 \end{array}$$

č)

$$\begin{array}{r}
 & 2 & ? & 2 & \cdot & ? & 4 \\
 + & 8 & 4 & ? \\
 \hline
 ? & ? & 8 \\
 \hline
 9 & 3 & ? & 8
 \end{array}$$

ć)

$$\begin{array}{r}
 & 4 & 4 & 9 & 0 & \cdot & 7 & 2 \\
 + & 8 & ? & 8 & 0 \\
 \hline
 3 & ? & ? & 3 & ? \\
 \hline
 ? & 2 & 3 & 2 & 8 & 0
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 & 7 & 7 & ? & 6 & \cdot & 2 & 9 \\
 6 & 9 & ? & 9 & 4 \\
 \hline
 ? & 5 & ? & 3 & ? \\
 \hline
 ? & 2 & 5 & 2 & 1 & ?
 \end{array}$$

## DIJELJENJE DVOCIFRENOG SA JEDNOCIFRENIM BROJEM

### Uvodna aktivnost

Martin je zamislio jedan broj.

Koji broj je zamislio Martin?



Prvo sam pomnožio broj sa 100, zatim sam ga podijelio sa 10, pa ponovno pomnožio sa 1000. Broj koji sam dobio na kraju bio je sto sedamdeset hiljada.



**Primjer 1.** Izračunajte  $x$  u jednačini:

a)  $7 \cdot x = 56$    b)  $x \cdot 9 = 63$

Potrebno je odrediti nepoznati množitelj. Proizvod ćemo podijeliti poznatim činiocem:

a)  $7 \cdot x = 56$

$x = 56 : 7$

$x = 8$

provjera  $7 \cdot 8 = 56$

b)  $x \cdot 9 = 63$

$x = 63 : 9$

$x = 7$

provjera  $7 \cdot 9 = 63$

1. Izračunaj: a)  $45 : 9$    b)  $72 : 8$    c)  $61 : 1$    d)  $0 : 12$    e)  $7 : 0$    f)  $8 : 8$

Postupak, odnosno operacija pomoću koje se određuje nepoznati činilac, ako je zadat proizvod i drugi činilac, naziva se **dijelenje**, odnosno, ako je  $n \cdot k = m$ , tada je  $m : n = k$ .

Broj  $m$  zove se **djeljenik**, broj  $n$  zove se **djelilac**, a broj  $k$  zove se **količnik**.

djeljenik  
 $m$  :  $n$  = k  
 djelilac



Za svaki prirodan broj  $m$  važi:  $m : m = 1$ ,  $m : 1 = m$ ,  $0 : m = 0$ .  
Dijeljenje s nulom nema smisla, tj.  $m : 0$  ne postoji za bilo koji  $m \in N_0$ .

**Primjer 2.** Izračunaj  $x$  u jednačinama:

a)  $3 \cdot x = 22$

b)  $9 \cdot x = 31$

a)  $3 \cdot x = 22$

$x = 22 : 3$  Ne postoji prirodan broj koji se dobija dijelenjem 22 sa 3.

$x = 7$  i ostatak 1 Prilikom dijeljenja pojavljuje se ostatak 1.

Ostatak je jedinica. Ako podijelimo 1 na tri jednakaka dijela, dobijamo  $\frac{1}{3}$  što znači da je rješenje  $7\frac{1}{3}$ .

b)  $9 \cdot x = 31$

$x = 31 : 9$  Ne postoji prirodan broj koji se dobija dijelenjem 31 sa 9.

$x = 3$  i ostatak 4 Prilikom dijeljenja pojavljuje se ostatak 4.

Ostatak je četiri jedinice. Ako podijelimo 4 na devet jednakih dijelova, dobijamo  $\frac{4}{9}$ , što znači da je rješenje  $x = 3\frac{4}{9}$ .

Operacija dijeljenja nije uvijek moguća u skupu  $N_0$ .

Pri dijeljenju dva prirodna broja, može se dobiti količnik i ostatak. Ostatak se zapisuje kao brojilac u obliku pravog razlomka.

**2.** Izračunajte dijeljenja. Količnike zapišite kao miješane brojeve.

a)  $98 : 7$       b)  $76 : 3$       c)  $48 : 5$       č)  $82 : 4$

**Primjer 3.** Provjerite jednakost:  $(96 + 16) : 4 = 96 : 4 + 16 : 4$

$$(96 + 16) : 4 = 96 : 4 + 16 : 4$$

$$112 : 4 = 24 + 4$$

$$28 = 28$$

**Primjer 4.** Ena i Selim su dobili zadatak da razliku  $410 - 130$  podijele sa 10. Svako od njih je koristio različite metode, ali su dobili isti rezultat.

Ena je prvo oduzela pa podijelila  $(410 - 130) : 10 = 280 : 10 = 28$ .

Selim je prvo podijelio umanjenika i umanjilaca sa 10, a zatim oduzeo  $410 : 10 = 41$  i  $130 : 10 = 13$  i  $41 - 13 = 28$ .



Za brojeve  $m, k, t, s \in N_0$  za koje važi  $m : k = t$  i  $n : k = s$ , važe svojstva  $(m + n) : k = m : k + n : k$  i  $(m - n) : k = m : k - n : k$ , pri uslovu da je  $m$  veće ili jednako  $n$ .

Ovo se naziva distributivno svojstvo dijeljenja u odnosu na sabiranje i oduzimanje.

**Primjer 5.** Koristi distributivno svojstvo dijeljenja u odnosu na sabiranje i oduzimanje da bi izračunao količnike.

a)  $66 : 3$       b)  $75 : 8$       c)  $57 : 3$

a) Dijeljenik zapišemo u proširenom obliku

$$(60 + 6) : 3 = 60 : 3 + 6 : 3 = 20 + 2 = 22$$

b) Koristeći tabelu množenja, pri čemu 75 zapišemo kao  $72 + 3$ .

$$(72 + 3) : 8 = 72 : 8 + 3 : 8 = 9 + \frac{3}{8} = 9\frac{3}{8}$$

dijeljenje  $3 : 8$  zapisujemo kao običan razlomak jer horizontalna crta označava dijeljenje.

c) Djelilaca ćemo predstaviti kao razliku, tj.  $57 = 60 - 3$

$$(60 - 3) : 3 = 60 : 3 - 3 : 3 = 20 - 1 = 19$$

**3.** Koristeći distributivno svojstvo dijeljenja u odnosu na sabiranje i oduzimanje, izračunaj količnike na najjednostavniji način.

a)  $114 : 6$       b)  $102 : 6$       c)  $105 : 7$       č)  $144 : 9$       ď)  $120 : 8$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Prepiši i dopuni jednačine brojevima koji nedostaju.

a)  $? : 10 = 24$       b)  $720 : ? = 72$       c)  $35 : 7 = ?$       č)  $81 : ? = 9$

**2.** Bojan ima 7 prijatelja na rođendanu. Ima 59 čokoladnih bombona. Koliko bombona će dati svakom prijatelju?

**3.** Sedamdeset devet učenika iz šestog razreda ide na izlet. Za prevoz koriste kombije. Svaki kombi može primiti 8 putnika. Koliko im je potrebno kombija ako je išlo i 7 nastavnika?

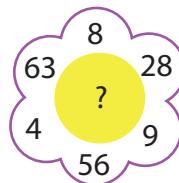
**4.** Razlika između brojeva 63 i 56 podijeljena je sa 7. Obrazloži svoju strategiju rješavanja.

5. Sena je imala 83 kilograma grožđa. Trebala je staviti u 5 korpi. Koliko kilograma grožđa će biti u svakoj korpi?
6. Sanjina majka napravila je 68 kolačića. Koliko posuda je potrebno da bi u svaku posudu stavila 5 kolačića?
7. Prepiši i dopuni jednakosti:
- a)  $(? - 15) : 3 = 351 : 3 - ?: 3$       b)  $625 : 25 + ?: 25 = (625 + 125) : ?$
8. Provjeri da li je tačna jednakost  $120 : (12 + 10) = 120 : 12 + 120 : 10$ . Obrazloži svoj odgovor.

## DIJELENJE TROCIFRENIH BROJEVA JEDNOCIFRENIM BROJEM

### Uvodna aktivnost

Brojevi u cvijetu prate neko pravilo?  
Koji broj treba da stoji umjesto upitnika u žutom krugu?



**Primjer 1.** Izračunaj  $x$  u jednačini:

a)  $8 \cdot x = 488$       b)  $x \cdot 6 = 636$

U zadatku se traži određivanje nepoznatog činioca. Zato ćemo, proizvod da podijelimo sa poznatim činiocem. Zbog lakšeg dijeljenja koristićemo distributivno svojstvo dijeljenja u odnosu na sabiranje.

a)  $x = 488 : 8$

$$x = (400 + 80 + 8) : 8$$

$$x = 400 : 8 + 80 : 8 + 8 : 8$$

$$x = 50 + 10 + 1$$

$$x = 61$$

provjera  $8 \cdot 61 = 488$

b)  $x = 636 : 6$

$$x = (600 + 30 + 6) : 6$$

$$x = 600 : 6 + 30 : 6 + 6 : 6$$

$$x = 100 + 5 + 1$$

$$x = 106$$

provjera  $106 \cdot 6 = 636$

Koristimo tablicu  
dijeljenja kako bi  
smo izračunali  
napamet.

**1.** Izračunaj.

a)  $459 : 9$

b)  $728 : 8$

c)  $546 : 6$

č)  $345 : 1$

**Primjer 2.** Izračunaj  $x$  u jednačini:  $7 \cdot x = 497$ .  $x = 497 : 7$

$$\begin{array}{r} 4 \ 9 \ 7 \\ - 4 \ 9 \ \downarrow \\ \hline 0 \ 7 \\ - 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{provjera: } 7 \cdot 71 = 497$$

2. Izračunaj: a)  $891 : 9$  b)  $575 : 5$

**Primjer 3.** Vera treba da rasporedi 124 kolača u posude. U svaku posudu stavlja po 5 kolača. Koliko joj je posuda potrebno?

Da bismo odredili broj posuda, 124 moramo da podijelimo sa 5.

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 4 \\ - 1 \ 0 \ \downarrow \\ \hline 2 \ 4 \\ - 2 \ 0 \\ \hline 4 \end{array}$$

Prilikom dijeljenja dobili smo ostatak 4.

Međutim, može li Vera da koristiti  $24\frac{4}{5}$  posuda?

Zato što joj je potrebno više od 24 posude, Vera će koristiti 25 posuda.

3. Izračunaj: a)  $357 : 4$  b)  $987 : 9$  c)  $685 : 7$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Prepiši i dopuni jednačine sa brojevima koji nedostaju.

a)  $? : 30 = 80$       b)  $900 : ? = 30$       c)  $770 : 7 = ?$       č)  $960 : ? = 160$

2. Osam cvjećara mora da podijeli 872 ruže. Koliko ruža dobija svaka cvjećara?

3. Zbir brojeva 256 i 129 umanji 7 puta. Koji si broj dobio?

4. Ivo je zamislio jedan broj. Kada je udvostručio taj broj a zatim ga podijelio sa 9, dobio je 372. Koji broj je zamislio Ivo?

5. Autobus je prešao 369 km za vrijeme od 9 sati. Drugi autobus je prešao 396 km u isto vrijeme.

a) Koliko kilometara na sat putuje svaki autobus?

b) Koji će autobus prvi da stigne ako autobusi krenu istovremeno sa istog mjesta i putuju do istog odredišta?

- 6.** Količnik nekog broja i razlike brojeva 12 i 7 iznosi 51. Koji je to broj?
- \*8.** Boris ima četiri puta više sličica od Đorđa. Ukupno imaju 270 sličica. Koliko sličica ima Boris, a koliko Đorđe?
- \*9.** Kristina ima sedam puta manje salveta od Eme, a zajedno imaju 776 salveta. Koliko salveta ima Kristina, a koliko Ema?

## DIJELJENJE BROJAVA DO 1.000.000 SA DVOCIFRENIM BROJEVIMA

### Uvodna aktivnost

Prolazeći rastojanje od 330 km, Mile se kretao pješice i autobusom.

Autobus je prešao deset puta veće rastojanje nego što je Mile pješice.

Koliko kilometara je Mile prešao pješice, a koliko kilometara je prešao autobusom?

**Primjer 1.** Izračunaj  $312 : 24$ .

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 3 & 1 & 2 \\ - & 2 & 4 \\ \hline & 7 & 2 \\ - & 7 & 2 \\ \hline & 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} : 2 \ 4 = 1 \ 3 \\ 1 \cdot 24 = 24 \\ 72 : 24 = 3 \\ 3 \cdot 24 = 72 \end{array}$$

Uzimamo dvocifren početak djeljenika,  $31:24=1$  jer je  $1 \cdot 24 = 24$  najbliže 31 i manje od 31,1.

nema ostatka

- 1.** Zbir brojeva 169 i 356 smanji 15 puta. Koji si broj dobio?

**Primjer 2.** Izračunaj količnik brojeva 1599 i 41.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 1 & 5 & 9 & 9 \\ - & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 3 & 6 & 9 \\ - & 3 & 6 & 9 \\ \hline & 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} : 4 \ 1 = 3 \ 9 \\ 3 \cdot 41 = 123 \\ 41 = 9 \\ 9 \cdot 41 = 369 \end{array}$$

Ako uzmemo dvocifreni početak djeljenika, on je manji od djelioca, pa zato uzimamo trocifreni početak, tj.  $159 : 41$ .

- 2.** Izračunaj.

a)  $2788 : 82$

b)  $5141 : 53$

**Primjer 3.** Razliku brojeva 894697 i 418452 umanjimo 45 puta.

$$(894687 - 418452) : 45 = 476235 : 45$$

$$\begin{array}{r}
 894687 \\
 - 418452 \\
 \hline
 476235
 \end{array}$$

Subtraktor je podijeljen na 45 u sljedećim koracima:

- Prvi korak:  $45 \rightarrow 1 \cdot 45 = 45$
- Drugi korak:  $26 \rightarrow 26 : 45 = 0$
- Treći korak:  $0 \rightarrow 0 \cdot 45 = 0$
- Cetvrti korak:  $262 \rightarrow 262 : 45 = 5$
- Peta korak:  $5 \rightarrow 5 \cdot 45 = 225$
- Sest korak:  $373 \rightarrow 373 : 45 = 8$
- Sedmi korak:  $8 \rightarrow 8 \cdot 45 = 360$
- Osma korak:  $135 \rightarrow 135 : 45 = 3$
- Deveti korak:  $3 \rightarrow 3 \cdot 45 = 135$
- Deklijan: nema ostatka

3. Izračunaj: a)  $47006 : 38$  b)  $102396 : 42$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- Umanji svaki od sljedećih brojeva 15 puta: 9045, 18075, 345705.
- Odredi koliko puta je prvi broj veći od drugog broja.  
a) 19488 i 96      b) 17304 i 56      c) 317492 i 23      č) 301661 i 31
- Količnik brojeva 79477 i 89 povećaj za količnik brojeva 222222 i 22.
- Količnik brojeva 144 i nekog broja je 36. Koji je to broj?
- \*Količnik nekog broja i broja 78, povećan za 298, iznosi 962. Koji je to broj?
- \*Godine 2010. cijena jedne košarkaške lopte iznosila je 800 denara. Finansijski analitičari predviđaju da će cijena svake godine rasti za 25 denara narednih 19 godina. U kojoj godini će cijena iznositi 975 denara?

# BROJNI IZRAZI

## Uvodna aktivnost

Provjeri koji brojni izraz je tačno riješen. Objasni svoj odgovor.

a)

$$\begin{aligned} 12 + 4 \cdot 5 - 9 &= \\ = 12 + 20 - 9 &= \\ = 32 - 9 &= \\ = 23 &= \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 12 + 4 \cdot 5 - 9 &= \\ = 16 \cdot 5 - 9 &= \\ = 80 - 9 &= \\ = 71 &= \end{aligned}$$

Izrazi koji se sastoje samo od brojeva i operacije sa brojevima nazivaju se **brojni izrazi**.

Dijeljenje i množenje imaju prednost pred sabiranjem i oduzimanjem.

Redoslijed izvršavanja operacija:

- 1) Ako u brojnom izrazu postoje zgrade, prvo se izvršavaju operacije unutar zagrada, poštujući redoslijed (prvo množenje i dijeljenje, a zatim sabiranje i oduzimanje).
- 2) Ako nema zagrada, tada se redoslijed izvršavanja operacija sastoji od: prvo množenje i dijeljenje, a zatim sabiranje i oduzimanje.
- 3) Množenje i dijeljenje imaju istu važnost i izvršavaju se redom.
- 4) Sabiranje i oduzimanje takođe imaju istu važnost i izvršavaju se redom.

**Primjer 1.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza.

a)  $(54 - 2 \cdot 6) : 7 + 78$

b)  $67 + 255 : 5 - 13$

$$\begin{aligned} a) (54 - 2 \cdot 6) : 7 + 78 &= \\ = (54 - 12) : 7 + 78 &= \\ = 42 : 7 + 78 &= \\ = 6 + 78 &= \\ = 84 &= \end{aligned}$$

Prvo izračunavamo unutar zagrade, pridržavajući se redoslijeda (prvo množenje, zatim oduzimanje). Zapažamo redoslijed (dijeljenje, a zatim sabiranje).

$$\begin{aligned} b) 67 + 255 : 5 - 13 &= \\ = 67 + 255 : 5 - 13 &= \\ = 67 + 51 - 13 &= \\ = 118 - 13 &= \\ = 105 &= \end{aligned}$$

Zapažamo redoslijed, prvo vršimo dijeljenje, a zatim prema redoslijedu kako su navedene operacije u izrazu vršimo sabiranje i oduzimanje.

**1.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza:

a)  $234 - 639 : 9 - 108$       b)  $(142 \cdot 12 - 124) + 58 - 294 : 21$

**Primjer 2.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza.

a)  $40 : 5 \cdot 3$       b)  $3 \cdot 10 : 5$

Množenje i dijeljenje su podjenako važni, pa zato ih izvršavamo po redu.

a) $40 : 5 \cdot 3 =$ = $8 \cdot 3$ = 24	b) $3 \cdot 10 : 5 =$ = $30 : 5$ = 6
--	--

**2.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza:

a)  $6 \cdot 40 : 8$       b)  $90 : 5 \cdot 3$

**3.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza. Zatim napiši jedan od znakova  $<$ ,  $>$  ili  $=$  na liniji.

a)  $22 - 2 \cdot 7 + 5$  \_\_\_  $13 + 5 \cdot 2$       b)  $17 + (20 - 3 \cdot 2)$  \_\_\_  $22 : 1 \cdot 2$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza.

a) $(3 \cdot 4) + 6$	b) $7 + (11 - 6)$	c) $(14 : 7) + 13$
č) $(2 + 3) - (4 - 1)$	ć) $(14 - 6) \cdot (3 + 1)$	d) $(27 : 9) \cdot 4$

**2.** Da li su sljedeće jednakosti tačne ili netačne? Obrazloži svoj odgovor drugu.

a) $(3 + 6) \cdot 2 = 3 + (6 \cdot 2)$	b) $6 + (8 : 2) = 6 + 8 : 2$	c) $(7 - 2) \cdot 3 = 7 - (2 \cdot 3)$
č) $(3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5)$	ć) $5 \cdot 3 - 5 = (5 \cdot 3) - 5$	

**3.** Dodaj zagrade u izraze kako bi se dobila tačna jednakost.

a) $6 + 2 \cdot 5 = 40$	b) $3 + 4 \cdot 2 + 4 = 42$
c) $3 \cdot 4 + 2 = 18$	č) $4 + 3 + 2 \cdot 2 = 18$

**4.** Da li su sljedeće jednakosti tačne ili netačne? Ako je jednakost netačna, ispravi greške.

a) $9 \cdot 4 = 36$	b) $6 + 3 \cdot 4 = 18$	c) $(6 + 3) \cdot 4 = 36$	č) $(6 + 3) \cdot 4 = 18$
---------------------	-------------------------	---------------------------	---------------------------

**5.** Kombinuj navedene brojeve zajedno sa zagradama i matematičkim operacijama kako bi dobio traženi broj.

a) 2,5 i 5 kako bi se dobio 35	b) 5,7 i 10 kako bi se dobio 120
c) 2,5 i 14 kako bi se dobio 18	

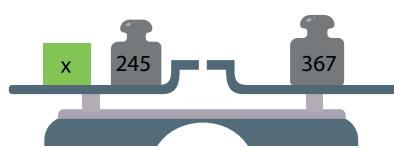
- 6.** Kojim brojem treba da se podijeli broj 2896 da bi se dobio količnik 85 i ostatak 6?
- 7.** Trojica radnika ukupno treba da dobiju 73548 denara. Prvi radnik treba da dobije 26590 denara, a drugi 3850 denara manje od prvog. Koliko će denara dobiti treći radnik?
- \*8.** Sastavi brojni izraz kojim ćeš prikazati tekst zadatka: Domaćica Dara je kupila sanduk s voćem. Voće zajedno sa sandukom ima masu od 25 kilograma. Samo voće ima masu 20 kilograma veću od sanduka. Kolika je masa sanduka?
- \*9.** Na biciklističkom maratonu, dio staze dužine 2307 metara je u planinskom području, tri puta više je na ravnom terenu, a ostatak staze je uz jezero. Kolika je dužina dijela staze uz jezero ako ukupna dužina staze za taj maraton iznosi 10000 metara?

## RJEŠAVANJE JEDNAČINA

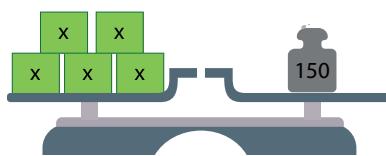
### Uvodna aktivnost

Riješi jednačine. Koristi slike kao pomoć.

a)  $x + 245 = 367$



b)  $5 \cdot x = 150$



U izrazu  $625 : x = 25$  slovom  $x$  predstavljamo nepoznati broj ili ga često nazivamo nepoznatom veličinom ili promjenljivom veličinom.



Ako u bar jednom od dva izraza A i B postoji promjenljiva veličina, tada se jednakost  $A = B$  zove **jednačina**.

Za promjenljive veličine kažemo da su nepoznate u jednačini.

#### 1. Riješi jednačine.

a)  $698 + x = 1976$

b)  $x - 569 = 8978$

c)  $45826 - x = 23597$

č)  $46 \cdot x = 5704$

ć)  $790080 : x = 12345$

d)  $x : 35 = 246$

**Primjer 1.** Riješi jednačinu  $140 : (x - 3) = 10$ .

U ovoj jednačini imamo dvije operacije, dijeljenje i oduzimanje.

Izraz  $x - 3$  ćemo zamijeniti sa  $\square$ , tako da imamo  $x - 3 = \square$ .

$140 : \square = 10$ . U ovoj jednačini su dati djeljenik i količnik, a treba da odredimo djelilaca.

$$140 : \square = 10$$

$$\square = 140 : 10$$

$$\square = 14$$

Iz zamjene  $x - 3 = \square$ , umesto  $\square$  zapisaćemo izraz  $x - 3$ .

$$x - 3 = 14$$

$$x = 14 + 3$$

$$x = 17$$

Provjera

$$140 : (17 - 3) = 140 : 14 = 10$$

$x = 17$  rješenje jednačine.

**Rješenje jednačine** je vrijednost nepoznate za koju jednačina prelazi u tačnu brojnu jednakost.

**Primjer 2.** Riješi jednačinu:  $x \cdot 15 + 32 = 92$ .

U ovoj jednačini postoje operacije množenja i sabiranja.

Izraz  $x \cdot 15$  ćemo zamijeniti sa  $\Delta$ , tako da imamo  $x \cdot 15 = \Delta$ .

$\Delta + 32 = 92$ . Trebamo odrediti nepoznati sabirak.

$$\Delta = 92 - 32$$

$$\Delta = 60$$

Iz zamjene  $x \cdot 15 = \Delta$ , umjesto  $\Delta$  zapisaćemo izraz  $\Delta$

$$x \cdot 15 = 60$$

$$x = 60 : 15$$

$$x = 4$$

Provjera:

$$4 \cdot 15 + 32 = 60 + 32 = 92 \\ x = 4 \text{ je rješenje jednačine.}$$

**2.** Riješi jednačine:

a)  $120 : x - 25 = 15$

b)  $7 \cdot (x + 4) = 42$

c)  $(20 : x) + 3 \cdot 12 - 22 = 24$

č)  $66 - 23 \cdot x = 20$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Riješite jednačine:

- |                            |   |                           |
|----------------------------|---|---------------------------|
| a) $x + 25 = 73$           | b) $54 = x - 47$                        | c) $256 + x = 324$        |
| č) $287 - x = 198$         | ć) $200 = (x + 73) + 38$                | d) $(x + 124) - 95 = 127$ |
| dž) $272 - (x - 363) = 73$ | đ) $(635 - x) - 324 = 195$              | e) $(863 - x) + 83 = 472$ |
| f) $99 = 435 - (357 - x)$  | g) $256 - 128 + 348 = 638 - (1200 - x)$ |                           |

**2.** Riješite jednačine:

- |                              |                              |                                 |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $83 \cdot x = 16849$      | b) $b : 726 = 38$            | c) $59 = 4602 : c$              |
| č) $308 + 36 \cdot y = 2000$ | ć) $4774 - 81 \cdot a = 238$ | d) $36 \cdot y - 98785 = 86687$ |
| dž) $38 + 5658 : x = 107$    | đ) $45 + b : 38 = 289$       | e) $9 + (13 - 56 : x) = 14$     |

## PRIMJENA JEDNAČINA U RJEŠAVANJU PROBLEMA

### Uvodna aktivnost

Koliko košta jedna sveska, a koliko košta 1 olovka, ako 1 olovka i 1 sveska zajedno koštaju 80 denara, a 2 olovke i 3 sveske koštaju 210 denara?

**Primjer 1.** Izračunajte obim i stranu trougla, ako svaka od njegove dvije strane je

$$a + b = 16, a + c = 18 \text{ i } b + c = 20.$$

Koristićemo metodu štapa.



Iz crteža imamo:  $2a + 2b + 2c = 16 + 18 + 20$

Na lijevoj strani jednačine koristimo distributivno svojstvo:

$$2(a + b + c) = 54$$

Obim jednog trougla je  $L = a + b + c$ .

$$2L = 54$$

Ako je dvostruko obim trougla 54, tada je obim

$$L = 27$$

trougla 27.

$$a + b + c = 27$$

Ako je  $a + b = 16$ , onda je  $c = 11$ . Ako je  $a + c = 18$ , onda je  $b = 9$ . Ako je  $b + c = 20$ , onda je  $a = 7$ .

- Nikola je kupio jedan ranac i četiri knjige i platio 2760 denara. Cijena ranca je 1200 denara. Odredi cijenu jedne knjige, ako se zna da je cijena svake knjige ista.
- Alen, Sanja i Mina imaju sličice. Odredi koliko sličica ima svako od njih, ako: Alen i Sanja zajedno imaju 30 sličica, Sanja i Mina zajedno imaju 39 sličica, Alen i Mina zajedno imaju 33 sličica.

**Primjer 2.** Ako se zbir nekog broja i 387 smanji za 976, dobije se 568. Koji je taj broj?

Neka nepoznati broj bude  $x$ .

Medtodom zamene imamo:



Sastavljamo jednačinu:

$$(x + 387) - 976 = 568 \quad \text{Izraz } x + 387 \text{ menjamo sa } \square.$$

$$\square - 976 = 568 \quad x + 387 = \square$$

$$\square = 568 + 976$$

$$\square = 1544. \quad \text{Od zamene } x + 387 = \square, \text{ umjesto } \square \text{ zapisujemo izraz } x + 387$$

$$x + 387 = 1544$$

$$x = 1544 - 387$$

$$x = 1157 \quad \text{Provjera: } (1157 + 387) - 976 = 1544 - 976 = 568$$

- Odgonetni nepoznate brojeve u zagonetkama.

a) Broj je pomnožen sa 7. Ako se dobijeni proizvod smanji za 17, dobiće se broj 18.

b) Broj je podijeljen sa 3. Ako se dobijeni količnik smanji za 10, dobiće se broj 17.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- Ako se razlika nekog broja i 1027 poveća za 157, dobija se 2268. Koji je taj broj?
- Otac i sin zajedno imaju 47 godina.
  - Koliko godina će imati zajedno za 9 godina?
  - Koliko godina su imali zajedno pre 3 godine?

U tri silosa ukupno ima 7685 t pšenice. U prvom i drugom ima 4768 t, a u drugom i trećem 4539 t pšenice. Koliko tona pšenice ima u svakom silosu?

Količnik nekog broja je 38, uvećan za 768, postaje 1000?

\*5. Jedan limun i jedna narandža koštaju 5 denara, a 5 limuna i 2 narandže koštaju 16 denara. Koliko košta 1 limun, a koliko 1 narandža?

6. Smjesa od mesinga se pravi dodavanjem 22 kg bakra i 9 kg cinka. Koliko kilograma treba uzeti od svakog metala da bi se dobilo komad mesinga težak 124 kg?

\*7. Na tri police ima 373 knjige. Koliko knjiga ima na svakoj polici ako na drugoj ima 17 knjiga više nego na prvoj, a na trećoj ima 48 manje nego na drugoj?

\*8. Borisova i Ninina majka ima 37 godina i tri godine je mlađa od njihovog oca. Godine oca su dva puta više od Borisovih i Nininih godina zajedno. Boris je četiri godine stariji od Nine. Koliko godina ima Boris, a koliko Nina?

\*9. Obim jednog pravougaonika je 126 cm. Dužina pravougaonika je 13 cm veća od njegove širine. Kolike su dužina i širina pravougaonika?

## DJELIOCI I SADRŽIOCI

### Uvodna aktivnost

Niz je sastavljen od brojeva od 1 do 4, tako da je svaki broj ili djelilac ili sadržalac prethodnog broja. Svaki broj se koristi samo jednom.

4 2 1 3

Sastavi niz sličnim pravilom, sastavljenim od brojeva od 1 do 6.

Ako za  $m, n \in \mathbb{N}$ , postoji  $q \in \mathbb{N}$ , tako da  $m = q \cdot n$ , odnosno  $m : n = q$ , tada kažemo da je **n djelilac** broja  $m$ , a to označavamo sa  $n | m$ . Za broj  $m$  kažemo da je **djeljiv** sa  $n$ . Ako to ne važi, kažemo da nije djelilac broja  $m$ , i označavamo to sa  $n \nmid m$ .

Prirodan broj  $m$  nazivamo **sadržiocem** prirodnog broja  $n$  ako je  $n$  djelilac broja  $m$ , odnosno  $n | m$ .

**Primjer 1.** Zapišite skupove djelitelja i sadržalaca broja 12.

Djelioci broja 12 su: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Skup djelioca od 12 je:  $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Sadržioci 12 su: 12, 24, 36, 48, 60, ...

Skup sadržilaca 12 je  $S_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$

1. Odredi dva djelioca 24 čiji je zbir 11.

2. Izaberi tri od ponuđenih broja i zapiši ih na mjestima znaka pitanja kako bi dobili tačnu jednačinu. 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29  
 $? + ? + ? = \text{sadržioci broja } 10$

**Primjer 2.** Jovan je imao novčiće od 5 i 2 denara. Ukupno je imao 12 novčića u vrijednosti 36 denara. Koliko je imao novčića od 5 denara, a koliko od 2 denara?

**I način:** Napravimo nizove brojeva koristeći korak 5 i korak 2.

niz koraka 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

niz koraka 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 ...

Brojevi u ovim nizovima predstavljaju vrijednosti novčića od 5 i 2 denara. Zbir 36 dobijamo od  $20 + 16$  i  $10 + 26$ . Međutim, trebamo da provjerimo da li ukupan broj novčića iznosi 12.

$36 = 10 + 26$  ima  $10 : 5 = 2$  novčića od 5 denara i  $26 : 2 = 13$  novčića od 2 denara  
 To znači da ima  $2 + 13 = 15$  novčića, što nije tačno.

$36 = 20 + 16$  ima  $20 : 5 = 4$  novčića od 5 denara i  $16 : 2 = 8$  novčića od 2 denara  
 To znači da ima  $4 + 8 = 12$  novčića, što je tačno.

Jovan je imao 4 novčića od 5 denara i 8 novčića od 2 denara.

**II način:** Zapišemo sadržaoce za:

sadržaoци za 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ... vrijednosti novčića od 5 den.

sadržaoци za 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... vrijednosti novčića od 2 den.

Slično kao i u prvom načinu, tražimo zbir 36 iz vrijednosti ovih brojeva i zatim provjeravamo da li ukupan broj novčića iznosi 12. Dobijamo rješenje da je Jovan imao 4 novčića od 5 denara i 8 novčića od 2 denara.

**III način:** Prepostavimo da su sve monete od po 2 denara.

12 moneta vrijednosti od 2 denara su 24 denara.

Sada smanjujemo broj moneta od 2 denara zamjenom moneta od 5 denara dok ne dobijemo 36 denara.

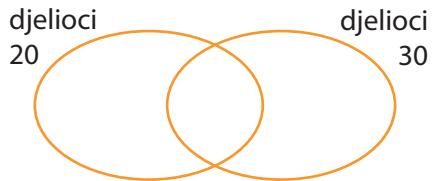
broj moneta od 2 denara	vrijednost u denarima	broj moneta od 5 denara	vrijednost u denarima	ukupna vrijednost u denarima
11	22	1	5	27
10	20	2	10	30
9	18	3	15	33
8	16	4	20	36

Jovan je imao 4 monete od 5 denara i 8 monete od 2 denara.

**3.** Vlade je zamislio broj veći od 20, a manji od 40. Zamišljeni broj je sadržalac brojeva 3 i 5. Koji broj je zamislio Vlade?

**4.** Prepravite Venov dijagram.

Upišite brojeve 3, 4, 5, 6 i 7 u odgovarajuće polje u Venovom dijagramu

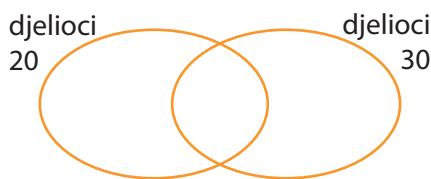


## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Objasni zašto broj koji završava na 1 ne može da sadrži 2.

**2.** Precrtaj i popuni Venov dijagram brojevima od 1 do 15.

**3.** Ponovo nacrtaj Karolov dijagram u tvoju svesku. Unesi brojeve 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 i 20 u odgovarajuće polje na dijagramu.



	sadržilac broja 2	nije sadržilac broja 2
sadržilac broja 4		
nije sadržilac broja 4		

Koje polje u Karolovom dijagramu ostaje prazno? Objasni!

**4.** Odredi sve djelioce: a) 24      b) 32      c) 25.

**5.** Dat je skup  $A = \{3, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 21\}$ .  
Odredi skup  $B = \{x \mid x \in A \text{ i } x \mid 36\}$ .

\*6. Tabelarno zapiši skup  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ i } 6 \mid (30-x)\}$ .

\*7. U jednoj trci, od Biljaninih Izvora do Gorice i nazad, učenici su bili postrojeni u redove po 4 za odlazak i po 6 za povratak. Koliko je bilo učenika ako su redovi bili puni, a ukupan broj učenika bio veći od 70, ali manji od 78?

## RAZLAGANJE DVOCIFRENOG BROJA NA ČINIOCE

### Uvodna aktivnost

Prepiši i popuni tablicu kao što je prikazano u primjeru.

		n				
	.	3	7		8	12
m	4	12				
	10					
				88		
						144
	9		81			

Proizvod brojeva 4 i 12 je broj 48. Broj 48 je sadržalac broja 4 i 12. Brojevi 4 i 12 su djelioci broja 48.

Zato što se 48 može zapisati kao proizvod 12 i 4,  $48 = 12 \cdot 4$ , može se reći da su 12 i 4 množaci broja 48.

**Primjer 1.** Odredite sve parove brojeva za koje je tačna jednačina  $? * ? = 30$ .

Zapisujemo sve moguće proizvode:

1	·	30	=	30
2	·	15	=	30
3	·	10	=	30
5	·	6	=	30

Brojevi 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 i 30 su djelioci broja 30. Ovi brojevi istovremeno su i činioci broja 30, jer od njih formiramo parove proizvoda sa rezultatom 30.

Predstavljanje broja kao **proizvoda svojih činilaca** naziva se **razlaganje činilaca** tog broja.

1. Koliko je 5 pomnoženo sa 2, pomnoženo sa 4? Koliko činioca ima proizvod koji ste zapisali? Šta predstavljaju brojevi 5, 2 i 4 za dobijeni proizvod?

**2.** Cvijeće za sadnice se prodaje 20 komada u jednoj paleti.

a) Frosina je kupila 6 paleta sadnica za sađenje. Koliko je sadnica kupila Frosina?

b) Fatma je htjela da kupi 180 sadnica cvijeća. Koliko paleta mora da kupi?

Objasni način rješavanja zadatka svom drugu koristeći pojmove: činilac, sadržalac, djeljenik, djelilac.

## ZADACI ZA VJEŽBE

**1.** Razloži svaki od brojeva 72, 64 i 45 na činioce.

**2.** Koji bi mogli biti brojevi koji nedostaju?

a)  $? \cdot ? = 66$       b)  $? \cdot ? = 90$

**\*3.** Površina pravougaonika je 24, a dužine njegovih stranica su prirodni brojevi. .

a) Koliko takvih pravougaonika postoji?

b) Koji od tih pravougaonika ima najveći perimetar?

**4.** Pokaži da je proizvod  $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$  sadržalac za svaki od brojeva 15, 21, 35, 39, 65, 91 105.

**5.** Na koliko načina se mogu rasporediti u redove i kolone:

a) 26 učenika?      b) 31 učenik?      c) 54 učenika?      č) 72 učenika?

## PROSTI I SLOŽENI BROJEVI

### Uvodna aktivnost

Zapiši skup djelilaca brojeva: 1, 2, 3, 6, 8, 12, 17 i 18.

Broj djelilaca brojeva je različiti, počevši od jedan, i raste u zavisnosti od datog broja.

**Primjer 1.** Odredi skupove djelilaca brojeva 1, 5 i 20.

Broj 1 ima samo jednog djelioca. Skup djelilaca je  $D_1 = \{1\}$ .

Djelioci broja 5 su 1 i 5, pa pišemo  $D_5 = \{1, 5\}$ .

Djelioci broja 20 su 1, 2, 4, 5, 10 i 20, pa pišemo  $D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ .

Prirodni broj koji ima **tačno dva djeljenika**, broj jedan i sebe, naziva se **prost broj**.

Prirodni broj koji ima **više od dva djeljenika** naziva se **složeni broj**.

U primjeru 1, broj 5 je prost broj, a broj 20 je složen broj. Kakav je broj 1?



Broj 1 ima samo jednog djeljenika, tako da nije ni prost ni složen.

1. Zapiši skup djeljenika svakog od brojeva: 37, 42, 50 i 60.
2. Zapiši skup prostih i kompleksnih brojeva od 1 do 100.
3. Odredi skup  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ i } 45 < x < 62 \text{ i } x \text{ je složen broj}\}$ .
4. Zapiši sve proste dvocifrene brojeve:
  - a) koji se završavaju na 1
  - b) čija je cifra jedinica 7
  - c) čija je cifra jedinica 5

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi koji su prosti brojevi opisani sljedećim iskazima:
  - a) Broj je manji od 30. Zbir njegovih cifara je 8.
  - b) Broj je između 30 i 60. Zbir njegovih cifara je 10.
2. Prepišite i dopuni sljedeće brojne jednakosti, tako što ćeš da zapišeš prost broj umjesto upitnika.
 
$$\begin{array}{lll} \text{a) } ? \cdot ? \cdot ? = 30 & \text{b) } ? \cdot ? \cdot ? = 50 & \text{c) } ? \cdot ? \cdot ? = 70 \end{array}$$
3. Umesto upitnika, napiši proste brojeve da bi dobio tačne jednakosti.
 
$$\begin{array}{llll} \text{a) } ? \cdot ? = 49 & \text{b) } ? + 2 = 5 \cdot 5 & \text{c) } ? + 1 = 2 \cdot 9 & \text{č) } ? + ? = 20 \end{array}$$
1. Provjeri za koje proste brojeve  $m < 10$ .
  - a) Broj  $8 \cdot m + 1$  je složen broj
  - b) Broj  $8 \cdot m \cdot m + 1$  je prost broj
- Za koju vrijednost  $x$  će proizvod  $41 \cdot x$  biti:
  - a) prost broj
  - b) složen broj
- \*6. Predstavite sve složene prirodne brojeve manje od 50 kao zbir dva ili tri prostih broja.

# PREDSTAVLJANJE SLOŽENOG BROJA KAO PROIZVODA PROSTIH ČINIOCA

## Uvodna aktivnost

Dat je iskaz: Svaki paran broj veći od dva može se zapisati kao zbir dva prostih broja.

Provjeri da li je ovaj iskaz tačan za sve parne brojeve do 30.

Na primjer:  $6 = 3 + 3$ , 3 je prost broj.

$12 = 5 + 7$ , 5 i 7 su prosti brojevi.

Odredi paran broj za koji ovaj iskaz nije tačan. Pokušaj sa brojevima većim od 30.

**Primjer 1.** Brojeve 12 i 80 pretvorite u proizvod prostih djelioca.

Skup djelilaca broja 12 je  $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ .

Broj 12 može se zapisati kao proizvod dva njegova djelioca:

$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$  Broj 6 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 3$ .

$12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2$  Broj 4 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 2$ .

Dobili smo  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 \cdot 2$  2 i 3 su jedini prosti djelioci broja 12.

12 kao proizvod prostih djelioca zapisujemo kao:  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ .

Broj 80 može se zapisati kao proizvod dva njegova djelioca:

$80 = 2 \cdot 40 = 2 \cdot 2 \cdot 20 =$  Broj 40 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 20$ .

$= 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5$  Broj 20 zapisujemo kao proizvod  $4 \cdot 5$ .

$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$  Broj 4 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 2$ .

Zapisujemo  $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ .

$80 = 5 \cdot 16 = 5 \cdot 2 \cdot 8 =$  Broj 16 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 8$ .

$= 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4$  Broj 8 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 4$ .

$= 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  Broj 4 zapisujemo kao proizvod  $2 \cdot 2$ .

Zapisujemo  $80 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ .

Dobili smo  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ . 2 i 5 su jedini prosti djelioci broja 80.

80 kao proizvod prostih djelioca zapisujemo kao  $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ .

**1.** Zapišite broj 20 kao proizvod prostih djelioca.



Predstavljanje broja kao proizvoda prostih činioca naziva se **razlaganje na proste činioce** tog broja.

Prosti djelioca broja su prosti činioci tog broja.

**Primjer 2.** Razloži brojeve na proste činioce.

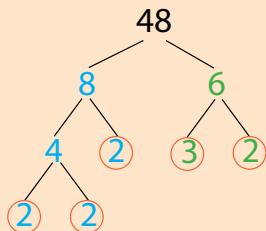
- a) 165      b) 72      c) 48

a) Razlaganjem na činioce:  $165 = 3 \cdot 55 = 3 \cdot 5 \cdot 11$

b) Pomoću vertikalne linije:

$\begin{array}{r l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	<p>Dijeljenje počinjemo sa najmanjim prostim brojem sa kojim je djeljiv broj koji želimo da razložimo. Lijevo pod brojem 72 zapisujemo količnik, a desno prvog prostog djelioca.</p> <p>Postupak se nastavlja sa sljedećim prostim brojem koji je djelioc broja 36. Dijeljenje završava kada dobijemo količnik.</p> <p>Zapisujemo <math>72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3</math>.</p>
--	--

c) Korišćenjem stabla dijeljenja:



Zapisujemo dva činioca broja 48. Za svakog od njih zapisujemo dva činioca. Postupak se nastavlja za svakog činioca-složenog broja.

Postupak završava kada dobijemo proste činioce.

Zapisujemo  $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ .

**2.** Razloži na proste činioce brojeve. Koristite metodu koja vam je najlakša.

- a) 24      b) 75      c) 96      č) 45      Ć) 120

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Proizvod  $24 \cdot 36$  razloži na proste činioce.

**2.** Korišćenjem razlaganja na proste činioce, izračunaj vrijednost izraza:

- a)  $75 \cdot 28$       b)  $25 \cdot 16$

\***3.** Upotrebom razlaganja na proste činioce, izračunaj vrijednost izraza:

a)  $18 + 42$       b)  $64 - 48$

**4.** Koji prirodni broj u svom razlaganju na proste činioce, sadrži:

- a) broj 2, broj 5 i broj 13?      b) broj 2 dva puta i broj 3 tri puta?  
c) broj 3, broj 5 dva puta i broj 11?

**5.** Razloži brojeve na proste činioce: a) 16    b) 34    c) 150    č) 182

**\*6.** Proizvod tri prosta broja je 1001. Koji su ti brojevi?

## PRIZNACI DJELJIVOSTI SA 2, 5 I 10

### Uvodna aktivnost

Provjerite da li:

- a) 1833 može biti podijeljeno sa 39 bez ostatka.  
b) 2700 može biti podijeljeno sa 43 bez ostatka.

Postoje pravila prema kojima se određuje da li je jedan broj djeljiv s drugim, bez dijeljenja.

Ta pravila nazivamo **priznacima djeljivosti**.

**Primjer 1.** Koji od brojeva 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 su djeljivi sa 2?

$$20 = 4 \cdot 5$$

Svaki od ovih brojeva ćemo zapisati kao proizvod činioca.

$$21 = 3 \cdot 7$$

Dok pišemo brojeve kao proizvod činioca, možemo primjetiti da kod brojeva 20, 22, 24, 26, 28 jedan od činioca, je 2 ili broj koji je djeljiv sa 2.

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$23 = 1 \cdot 23$$

$$24 = 2 \cdot 12$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$26 = 2 \cdot 13$$

$$27 = 3 \cdot 9$$

$$28 = 2 \cdot 14$$

$$29 = 1 \cdot 29$$

Koja je cifra na mjestu jedinica u brojevima 20, 22, 24, 26, 28,?

Cifre na mjestu jedinica u ovim brojevima su 0, 2, 4, 6 i 8.

Jednocifreni brojevi 2, 4, 6 i 8 su brojevi koji su djeljivi sa 2.

Višecifreni brojevi čija je cifra na mjestu jedinica 2, 4, 6 i 8 su djeljivi sa 2.

Zašto su i brojevi koji se završavaju nulom djeljivi sa 2?

Brojevi koji se završavaju nulom sigurno su djeljivi sa 2 jer se mogu zapisati kao proizvod činioca, od kojih je jedan činilac, je 10 ( $10 = 2 \cdot 5$ ), što pokazuje da je  $2 | 10$ .

### Priznak djeljivosti sa 2

Brojevi djeljivi sa 2 su svi brojevi čija je cifra na mjestu jedinica 0, 2, 4, 6 ili 8.

**1.** Koji od sljedećih brojeva: 98, 54, 123, 650, 419, 204, 311 ili 993 su djeljivi sa 2?

**2.** Da li su svi parni brojevi djeljivi sa 2?



Brojeve djeljive sa 2 možemo zapisati u obliku  $2 \cdot n$ , gdje je  $n \in \mathbb{N}$ , u skladu sa pravilom za djeljivost proizvoda.

Brojevi u obliku  $2 \cdot n$  su parni brojevi.

**3.** Zapišite prvih 10 neparnih brojeva i razmislite u kom obliku se mogu zapisati.

**Primjer 2.** Koji od brojeva 10, 15, 20, 25, 32, 40, 91 i 95 su djeljivi sa 5?

Ako su svi ovi brojevi djeljivi sa 5, tada brojevi 10, 15, 20, 25, 40 i 95 ispunjavaju taj uslov. Koja je cifra na mjestu jedinica kod ovih brojeva?

Brojevi čija je cifra na mjestu jedinica 0 sadrže 10 koji je djeljiv sa 5, tj.  $10 = 2 \cdot 5$ , što znači da je  $5 | 10$ .

Brojevi čija je cifra na mjestu jedinica 5 mogu se zapisati kao broj koji završava na 0 i broj 5 ( $25 = 20 + 5$ ,  $95 = 90 + 5$ ), te su prema tom pravilu djeljivi sa 5 (u skladu sa pravilom za djeljivost zbiru koje kaže: Ako je svaki od sabirka djeljiv sa nekim brojem, tada je i zbir djeljiv tim brojem).

### Priznak djeljivosti sa 5

Jedan broj je djeljiv sa 5 samo ako mu je cifra na mjestu jedinica 0 ili 5.

**4.** Koji od brojeva 56, 75, 88, 85, 103 i 115 su djeljivi sa 5?

**5.** Koje cifre treba da stoje na mjestu znaka? u brojevima 54?, 116?, 776? da bi bili:

- a) djeljivi sa 2      b) djeljivi sa 5      c) djeljivi i sa 2 i sa 5

**6.** Koji brojevi su djeljivi sa 10? Napišite pravilo za djeljivost sa 10 ( $10 = 2 \cdot 5$ ).

**7.** Bez obavljanja operacija sabiranja ili oduzimanja, odredite da li su dati zbir ili razlika djeljivi sa 5.

- a)  $185 + 905$       b)  $1189 - 45$       c)  $245 + 83$       č)  $2004 - 104$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Koje od navedenih brojeva: 74, 65, 130, 56, 70, 126, 140, 375, 556, 4860 su djeljivi sa:  
a) 2      b) 5.
2. U zapisu broja 583? na mjesto znaka upitnika (?) postavite cifru tako da broj bude djeljiv sa: a) 2    b) 5    c) 2 i 5.
3. U zapisu, umjesto zvjezdice (\*), postavi cifru tako da dobijeni broj bude djeljiv sa 2:  
a) 563\*      b) 64\*5      c) 1\*278      č) 435\*
4. U zapisu, umjesto zvjezdice (\*), postavite cifru tako da dobijeni broj bude djeljiv sa 5:  
a) 487\*      b) 50\*3      c) 2\*470      č) 1897\*
5. Za koje vrijednosti promjenljive  $a \in \mathbb{N}_0$  izraz  $720 + a$  je broj koji je djeljiv sa:  
a) 2      b) 5      c) 2 i 5.
5. Bez dijeljenja, odredite ostatak pri dijelenju sa 5 za brojeve:  
533, 601, 1271, 404042 i 426.
- \*7. Zapišite skup prvih pet prirodnih brojeva koji pri dijeljenju:  
a) sa 5 daju ostatak 3  
b) sa 2 daju ostatak 1.

## PRIZNACI DJELJIVOSTI SA 9, 3 I 6

### Uvodna aktivnost

Dati su brojevi:

a) 3, 33, 333, 3333,...      b) 9, 99, 999, 9999, ...      c)  $5 \cdot 33, 8 \cdot 333, 4 \cdot 99, 7 \cdot 999, \dots$

Koji od ovih brojeva su djeljivi sa 3 ili 9? Objasnite svoj odgovor.

**Primjer 1.** Provjerite da li je broj 2745 djeljiv sa 9.

Jedan od načina je da broj 2745 podijeliš sa 9.

Ali, ovdje treba da otkrijemo pravilo za dijeljenje broja 9.

$$2745 = 2000 + 700 + 40 + 5$$

$$= 2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 1 \cdot 5$$

$$= 2(999 + 1) + 7(99 + 1) + 4(9 + 1) + 1 \cdot 5 \quad \text{Koristimo distributivno svojstvo.}$$

$$= 2 \cdot 999 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 99 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 5 \quad \text{Koristimo asocijativno svojstvo.}$$

$$= (2 \cdot 999 + 7 \cdot 99 + 4 \cdot 9) + (2 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 5) \quad \text{Koristimo distributivno svojstvo.}$$

$$= 9(2 \cdot 111 + 7 \cdot 11 + 4 \cdot 1) + (2 + 7 + 4 + 5)$$

Sabirak  $9(2 \cdot 111 + 7 \cdot 11 + 4 \cdot 1)$  je djeljiv sa 9, ostaje da provjerimo da li je sabirak  $2 + 7 + 4 + 5$  djeljiv sa 9.

$2 + 7 + 5 + 4 = 18$  i  $9 | 18$ ,  $2 + 7 + 5 + 4$  zapravo predstavlja zbir cifara broja 2745, pa ako je 9 djelioc zbiru cifara broja 2745, onda slijedi da je  $9 | 2745$ .

### Priznak djeljivosti sa 9

Jedan prirodan broj je djeljiv sa 9, ako i samo ako je zbir njegovih cifara djeljiv sa 9.

- Provjerite koji od brojeva 378, 36819, 7642 i 108864 su djeljivi sa 9. Da li brojevi koji nisu djeljivi sa 9 postaju djeljivi sa 3? Razmislite o tome.

Kada su brojevi koji nisu djeljivi sa 9, djeljivi sa 3? Ovo ćemo videti u sljedećem primjeru.

**Primjer 2.** Provjeri da li je 6447 djeljiv sa 3.

$$6447 = 6000 + 400 + 40 + 7 = 6 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7$$

$$= 6 \cdot (999 + 1) + 4 \cdot (99 + 1) + 4 \cdot (9 + 1) + 1 \cdot 7 \quad \text{Koristimo distributivno svojstvo.}$$

$$= 6 \cdot 999 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 99 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 7 \quad \text{Koristimo asocijativno svojstvo.}$$

$$= (6 \cdot 999 + 4 \cdot 99 + 4 \cdot 9) + (6 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 7) \quad \text{Koristimo distributivno svojstvo.}$$

$$= 9(6 \cdot 111 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 1) + (6 + 4 + 4 + 7)$$

Sabirak  $9(6 \cdot 111 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 1)$  je djeljiv sa 3, preostaje nam da provjerimo da li je sabirak  $6 + 4 + 4 + 7$  djeljiv sa 3.

$6 + 4 + 4 + 7 = 21$  i  $3 | 21$ ,  $6 + 4 + 4 + 7$  zapravo predstavlja zbir cifara broja 6447, pa s obzirom na to da 3 dijeli zbir cifara broja 6447, slijedi da je  $3 | 6447$ .

### Priznak djeljivosti sa 3

Jedan prirodni broj je djeljiv sa 3 ako i samo ako je zbir njegovih cifara djeljiv sa 3.

2. Provjerite koji su od brojeva 563, 7428, 9831 i 64854 djeljivi sa 3.

3. Koji su brojevi djeljivi sa 6? Zapišite pravilo djeljivosti sa 6.

$$6 = 2 \cdot 3$$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Koja cifra treba da stoji na mjestu ? u broju 8604?, da bi bio djeljiv sa:

- a) 9                    b) 3.

2. Dat je skup  $A = \{25, 36, 47, 126, 174, 140, 1662, 2485, 354, 3726, 402, 503, 801, 2266, 5333, 6999, 8775\}$ . Tabelarno zapiši skupove:

$$B = \{x \mid x \in A \text{ i } 3 \mid x\} \quad C = \{x \mid x \in A \text{ i } 9 \mid x\} \quad D = \{x \mid x \in A \text{ i } 3 \mid x \text{ i } 9 \mid x\}$$

3. U zapisu, umjesto x, stavite cifru tako da rezultirajući broj bude djeljiv sa 3.

- a) 487x                b) 50x3                c) 2x470                č) 1897x

4. Bez računanja, utvrdite koji od proizvoda  $3 \cdot 5, 8 \cdot 13 \cdot 15, 7 \cdot 9 \cdot 10, 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$  je djeljiv sa:

- a) 3                    b) 9                    c) 6

5. Bez računanja, odredite ostatke pri dijeljenju brojeva: 2431, 2727, 47182, 4412, 30303 sa:

- a) 3                    b) 9                    c) 6                    č) 10

6. Odredite tačan broj i pronađite putanju kroz labyrinnt od početka do kraja.

Kretanje je dozvoljeno horizontalno i vertikalno.

POČETAK broj djeljiv sa 2 i sa 5	100 broj djeljiv sa 3	83 broj djeljiv sa 10	2302 broj djeljiv sa 5	505 broj djeljiv sa 3 i sa 5
103 broj djeljiv sa 5	165 broj djeljiv sa 2	9311 broj djeljiv sa 3 i sa 5	4410 broj djeljiv s a 5 i sa 9	900 broj djeljiv sa 5 i sa 2
100 broj djeljiv sa 2	8110 broj djeljiv sa 9	225 broj djeljiv sa 3 i sa 6	7740 broj djeljiv sa 3	1810 broj djeljiv sa 2
252 broj djeljiv sa 3	1801 broj djeljiv sa 2 i sa 5	111 broj djeljiv sa 6	605 broj djeljiv sa 5	5502 KRAJ

## PRIZNACI DJELJVOSTI SA 4 I 8

### Uvodna aktivnost

Broj 100 je djeljiv sa 4, jer je  $100 = 4 \cdot 25$ .  
odnosno, da li je 100 sadržalac broja 4

Da li su brojevi 200, 6800, 78000 djeljivi  
sa 4?

Da li su ovi brojevi  
sadržalaci broja 100?



**Primjer 1.** Koji od brojeva: 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69 i 70 su djeljivi sa 4?

Svaki od ovih brojeva ćemo zapisati kao proizvod dva činioca?

$$60 = 4 \cdot 15, \text{ znači } 4 \mid 60$$

$$61 = 1 \cdot 61, \text{ znači } 4 \nmid 61$$

$$62 = 2 \cdot 31 \rightarrow 4 \mid 62$$

$$63 = 3 \cdot 21 \rightarrow 4 \nmid 63$$

$$64 = 4 \cdot 16 \rightarrow 4 \mid 64$$

$$65 = 5 \cdot 13 \rightarrow 4 \nmid 65$$

$$66 = 6 \cdot 11 \rightarrow 4 \mid 66$$

$$67 = 1 \cdot 67 \rightarrow 4 \nmid 67$$

$$68 = 4 \cdot 27 \rightarrow 4 \mid 68$$

$$69 = 3 \cdot 23 \rightarrow 4 \nmid 69$$

$$70 = 7 \cdot 10 \rightarrow 4 \nmid 70$$

Kako bez dijeljenja ili zapisivanja brojeva kao proizvoda dva činioca, možemo da utvrdimo da li je broj djeljiv sa 4? Kako da utvrdimo da li je višecifren broj djeljiv sa 4?

**Primjer 2.** Provjerimo djeljivost brojeva 612, 86472 i 47325 sa 4.

612 ćemo zapisati kao zbir dva broja.

$$612 = 600 + 12. \quad 4 \mid 612, \text{ jer } 4 \mid 600 \text{ i } 4 \mid 12.$$

$$86472 = 86400 + 72. \quad 4 \mid 86472, \text{ jer } 4 \mid 86400 \text{ i } 4 \mid 72.$$

$$47325 = 47300 + 25. \quad 4 \nmid 47325, \text{ jer } 4 \mid 47300 \text{ i } 4 \nmid 25.$$

### Priznak djeljivosti sa 4:

Jedan prirodan broj je djeljiv sa 4 ako i samo ako je njegov dvocifreni završetak broj koji je djeljiv sa 4.

1. Koji od brojeva 78, 96, 108, 256, 8871, 12616, 32527 i 34102 su djeljivi sa 4?
2. Koji broj treba da stoji na mjestu ? u broju 288?, da bi broj bio djeljiv sa 4?
3. Od cifara 1, 2, 5 i 6, napiši sve četvorocifrene brojeve koji su djeljivi sa 4 (svaka od ovih cifara u formiranim brojevima može se pojaviti samo jednom). Koliko ukupno brojeva će biti djeljivo sa 4? Obrazloži odgovor.
4. Koji brojevi su djeljivi sa 8? Napiši pravilo za djeljivost sa 8.
5. Ako je broj djeljiv sa 8, da li je isti broj djeljiv i sa 4? Obrazloži odgovor pomoću primjera.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Tabelarno zapiši skup  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 502 < x < 520 \text{ i } 4 \mid x\}$ .
  2. U zapisu, umesto zvjezdice (\*), napiši broj tako da broj bude djeljiv sa 4.  
a) 536\*                  b) 64\*5                  c) 1\*278                  č) 435\*
  3. Zapiši skup cifara koje mogu stajati na mjestu x u datom četvorocifrenom broju tako da broj bude djeljiv sa 4:  
a)  $14x2$                   b)  $252x$
  4. Između kojih dva broja se nalazi broj 4717, ako su ova dva broja djeljiva sa 4? Jesu li ova dva broja djeljiva sa 8? Obrazložite svoj odgovor.
  5. Tabelarno zapišite skup  $M = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ i } 4 \mid (30-x)\}$ .
- \*6. Zapišite dva četvorocifrena broja koji su:
- a) djeljivi sa 4, 5 i 9
  - b) djeljivi sa 8
  - c) djeljivi sa 2, a nisu djeljivi sa 4.

## ZAJEDNIČKI DJELIOCI. NAJVEĆI ZAJEDNIČKI DJELILAC

### Uvodna aktivnost

U jednoj cvjećari ima 36 karanfila i 24 mimoze.

- a) Koliko najviše istih buketa se može napraviti od karanfila i mimoza?
- b) Koliko ukupno cvjetova ima u svakom buketu?
- c) Koliko ima karanfila i mimoza u svakom buketu?

**Primjer 1.** Napišite zajedničke djelioce brojeva 12 i 18.

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Zajednički djelioci za 18 i 24 su: 1, 2, 3 i 6.

Broj d je **zajednički djelilac** prirodnih brojeva m i n ako je istovremeno djelilac m i n, odnosno  $d \mid m \text{ i } d \mid n$ .

**1.** Dati su skupovi djelilaca brojeva 15 i 30.

$$D_{15} = \{1, 3, 5, 15\} \text{ i } D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

a) Odredite skup zajedničkih djelilaca brojeva 15 i 30.

b) Koja je najveća vrijednost u skupu zajedničkih djelilaca brojeva 15 i 30?



Najmanji zajednički djelitelj prirodnih brojeva je broj 1.

**Primjer 2.** U primjeru 1 za zajedničke djelioce brojeva 18 i 24 su: 1, 2, 3 i 6. Koja je od njih najveća vrijednost?

6 je najveći broj u skupu zajedničkih djelilaca brojeva 18 i 24.

Najveći broj u skupu zajedničkih djelilaca dva ili više brojeva nazivamo **najveći zajednički djelilac** tih brojeva i obilježavamo kao **NZD**.

Za dva prirodna broja m i n, najveći zajednički djelilac označavamo kao  $\text{NZD}(m, n)$ , za tri broja m, n i k kao  $\text{NZD}(m, n, k)$  i tako dalje.

Da biste odredili najveći zajednički djelilac dva ili više broja, potrebno je razložiti brojeve na proste činioce.

**Primjer 3.** Odredi najveći zajednički djelioc brojeva 30 i 45.

$\begin{array}{c ccccc} 30 & 2 & & 45 & 3 & \\ \hline 15 & 3 & & 15 & 3 & \\ \hline 5 & 5 & & 5 & 5 & \\ \hline 1 & & & 1 & & \end{array}$	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$	2 je djeljivo sa 30, ali ne sa 45. 3 kao prosti djelioc se pojavljuje za 30 jednom, a za 45 dva puta, pa zato uzimamo jednom. 5 je djelioc za 30 i 45. $\text{NZD}(30, 45) = 3 \cdot 5 = 15.$
--	--------------------------	--------------------------	---

Mnogo je kraće i praktičnije ako se razlaganje vrši istovremeno jednom vertikalnom linijom.

$\begin{array}{c c} 30, 45 & 3 \\ 10, 15 & 5 \\ 2, 3 & 1 \\ \hline 3 \cdot 5 = 15 & \end{array}$	Prvi prosti djelioc brojeva 30 i 45. Drugi prosti djelilac 30 i 45. Brojevi nemaju zajednički djelilac veći od 1 ili osim 1 i podjela se završava. $\text{NZD}(30, 45) = 15.$
--	--

**2.** Odredi najveći zajednički djelilac brojeva:

- a) 8 i 15      b) 60 i 150      c) 20, 15 i 35      č) 27, 36 i 54

**3.** Date su tri duži:  $a = 70$  cm,  $b = 98$  cm i  $c = 140$  cm.

- a) Odredi najdužu duž koja se sadrži tačno u cijeli broj puta u datim dužima.  
b) Koliko puta se najduža duž sadrži u svakoj od duži?

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Odredite najveći zajednički djelilac brojeva:

- a) 5 i 7      b) 14, 9 i 35      c) 45, 60 i 75      č) 22, 33 i 66

**2.** Odredite NZD( $a, b$ ), ako je  $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$  i  $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ .

**3.** Koliko najviše jednakih buketa može biti napravljeno od 24 bijela i 42 crvena karanfila, tako da u svakom buketu ima jednak broj karanfila iste boje.

**4.** Treba napraviti paketiće za djecu tako da svaki paketić sadrži jednak broj olovaka, sveski i gumica. Koliko najviše jednakih paketića može biti napravljeno od 500 olovaka, 300 sveski i 225 gumica?

**\*5.** U jednom voćnjaku treba zasaditi 45 stabala jabuka, 81 stablo kajsija i 63 stabla šljiva. Stabla će biti zasađena u redovima tako da svaki red treba sadržati jednak broj stabala svake voćke.

a) Koliko najviše stabala može biti u svakom redu?

b) Koliko stabala svake voćke će biti u svakom redu?

**\*6.** Dvije velike drvene table imaju dužinu od 20 m i 16 m. Ove dvije table treba isjeći na manje jednakе table kako bi se napravila drvena ograda.

a) Odredite najveću dužinu koju manja tabla može imati kako ne bi ostao neiskorišćeni materijal.

b) Koliko manjih tabli će biti napravljeno od svake velike table?

**\*7.** U jednoj poslastičarnici napravljeno je 24 mafina sa čokoladnim prelivom, 18 mafina sa prelivom od jagoda i 12 mafina sa prelivom od narandže. Mafini trebaju biti upakovani u kutije tako da u svakoj kutiji ima jednak broj mafina svake vrste.

a) Koliko najviše mafina će biti u svakoj kutiji?

b) Koliko kutija sa mafinima će biti napravljeno?

## ZAJEDNIČKI SADRŽALAC. NAJMANJI ZAJEDNIČKI SADRŽALAC

### Uvodna aktivnost

Jedna sijalica svjetli svake četiri minute, dok jedno zvonce zvoni svakih pet minuta.

Ako sijalica i zvonce zvoni u istom trenutku, za koliko vremena će se to ponoviti?

Razmislite o brojevima koji su sadržaoci brojeva 4 i 5.



**Primjer 1.** Zapišite sadržioce brojeva 6 i 12. Zatim, odredi njihove zajedničke sadržioce.

Skup sadržioca broja 6 su:

$$S_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}.$$

Skup sadržaoca broja 12 su:

$$S_{12} = \{12, 24, 36, 48, \dots\}$$

Skup sadržioca brojeva 6 i 12 su: {12, 24, 36, 48, ...}.

Kakvi su skupovi  $S_6$  i  $S_{12}$ ?



Skup sadržioca svakog prirodnog broja je beskonačan skup. Prema tome, skup zajedničkih sadržioca za dva ili više prirodna broja je takođe beskonačan skup.

Broj  $k$  je **zajednički sadržalac** prirodnih brojeva  $m$  i  $n$  ako je istovremeno sadržalac broja  $m$  i broja  $n$ , odnosno ako  $m | k$  i  $n | k$ .

1. Koji je najmanji zajednički sadržalac brojeva 6 i 12? Obrazloži svoj odgovor.

Najmanji broj iz skupa zajedničkih sadržalaca za dva ili više prirodnih brojeva naziva se **najmanji zajednički sadržalac** za te brojeve i označava se kao **NZS**.

Najmanji zajednički sadržalac za brojeve  $m$  i  $n$  označava se kao  $\text{NZS}(m, n)$ , a za brojeve  $m, n, k$  kao  $\text{NZS}(m, n, k)$ , itd.

Da bismo pronašli zajednički sadržalac za dva ili više prirodnih brojeva, svaki broj razlažemo na proste činioce.

**Primjer 2.** Odredite najmanji zajednički sadržalac brojeva 36 i 48.

36	2	48	2
18	2	24	2
9	3	12	2
3	3	6	2
1		3	3
36 = 2 · 2 · 3 · 3		1	
		48 = 2 · 2 · 2 · 2 · 3	

Broj 2 se kao prosti činilac javlja dva puta u razlaganju broja 36, dok se kod broja 48 javlja četiri puta.

Da bismo izračunali najmanji zajednički sadržalac za brojeve 36 i 48, broj 2 kao prostog činioca uzimamo četiri puta.

Broj 3 se pojavljuje dva puta kao činilac u razlaganju broja 36, dok se kod broja 48 javlja samo jednom. Dakle, prilikom izračunavanja najmanjeg zajedničkog sadržioca za 36 i 48, broj 3 kao prostog činioca uzimamo dva puta.

Prema tome,  $\text{NZS}(36, 48) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 144$ .

**2.** Koji je najmanji zajednički sadržalac za  $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$  i  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ ? Obrazložite svoj odgovor.

Najmanji zajednički sadržalac za dva ili više prirodnih brojeva možemo odrediti i zajedničkim razlaganjem brojeva na vertikalnoj liniji.

**Primjer 3.** Odredite najmanji zajednički sadržalac brojeva 8 i 24.

8, 24	2	Dijelimo najmanjim prostim činiocem bar jedan od brojeva.
4, 12	2	Ako jedan od brojeva nije djeljiv, preskočimo ga.
2, 6	2	Postupak se nastavlja dok se dobije samo jedinica.
1, 3	3	
1, 1		$\text{NZS}(8, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ .

**3.** Određivanje najmanjeg zajedničkog sadržioca za brojeve:

- a) 3, 4 i 6      b) 8, 4 i 6      c) 60 i 40      č) 16, 30 i 24      Č) 20, 40 i 60.

**4.** Odredite:      a)  $\text{NZS}(18, 13)$       b)  $\text{NZS}(60, 15)$       c)  $\text{NZS}(72, 12)$       č)  $\text{NZS}(29, 40)$

Obrazložite svoj odgovor.



Ako je  $\text{NZD}(m, n) = 1$ , tada je  $\text{NZS}(m, n) = m \cdot n$

Ako  $n \mid m$ , tada je  $\text{NZD}(m, n) = m$ .    Ako  $m \mid n$ , tada je  $\text{NZS}(m, n) = n$ .

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** Odredi: a) NZS(8, 10) b) NZS(10, 12, 18) c) NZS(50, 150) č) NZS(120, 180, 360)
- 2.** Odredi NZS( $x, y$ ), ako je:  $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$  i  $y = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ .
- 3.** Date su tri duži  $a = 12$  cm,  $b = 8$  cm i  $c = 5$  cm. Kolika je najmanja dužina koja sadrži svaku od ove tri duži?
- 4.** Telefonski stubovi su udaljeni 45 m i treba da se rasporede na razmaku od 75 m. Na kojoj udaljenosti od početnog stuba će biti prvi stub koji se neće pomaći?
- 5.** Dužina koraka oca iznosi 72 cm, a dužina sina je 54 cm. Koliko koraka će oboje napraviti zajedno?
- \*6.** Senad je zamislio broj. Ako se broju doda 6, dobija se broj koji je djeljiv sa 7. Ako se broju doda 7, dobija se broj koji je djeljiv sa 8, a ako se broju doda 8, dobija se broj koji je djeljiv sa 9. Koji broj je zamislio Senad?
- \*7.** Pokretanjem zupčanika sa 18 zubaca prenosi se na zupčanik sa 30 zubaca. Koliko okretaja oba zupčanika trebaju napraviti kako bi se vratili u početni položaj?
- \*8.** Tri porodice dolaze na izlet na isto mjesto. Jedna porodica dolazi svake treće sedmice, druga svake pete sedmice, a treća porodica svake desete sedmice. Nakon koliko sedmica će se sve tri porodice ponovno sresti na istom mjestu?
- \*9.** Odredi najmanji prirodan broj koji pri dijeljenju daju ostatak 1 sa 2, 3 i 4, a djeljiv je sa brojem 5.
- \*10.** U jednoj fabriki postoje tri sirene koje se oglašavaju svakih 6, 12 i 20 minuta, redom. Sirene se oglašavaju istovremeno u 8 sati ujutro. U koliko sati će se ponovno oglašavati istovremeno?

# SABIRANJE I ODUZIMANJE PRAVIH RAZLOMKA SA ISTIM IMENIOCIMA

## Uvodna aktivnost

„Svi razlomci koji su jednaki sa  $\frac{1}{2}$  imaju imenioca koji je paran broj.“

Ispitaj da li je ova izjava tačna i zapiši svoja zapažanja.

**Primjer 1.** Dvije sestre, Gordana i Biljana, jele su picu.

Gordana je pojela  $\frac{6}{16}$  pice,

Biljana je pojela  $\frac{9}{16}$  pice.

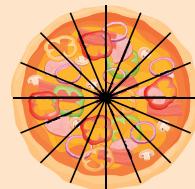
a) Koliki dio od pice su pojele sestre?

b) Koliki dio od pice je ostao?

c) Koja od njih je pojela više pice i za koliko?

a) Da bismo izračunali koliki dio pice su pojele sestre, treba da saberemo razlomke koji predstavljaju dijelove određenih brojeva na jednakе dijelove.

Dio pice koji odgovara  $\frac{6}{16}$  i dio pice koji odgovara  $\frac{9}{16}$ , to je dio pice koji odgovara  $\frac{15}{16}$ .



$$\begin{aligned} \frac{6}{16} + \frac{9}{16} &= \\ &= \frac{6+9}{16} \\ &= \frac{15}{16} \end{aligned}$$

Razlomci predstavljaju određeni broj jednakih dijelova.

Sabiramo razlomke sa istim imeniocima.

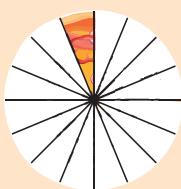
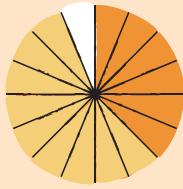
Prilikom sabiranja razlomaka sa jednakim imeniocima sabiraju se tako što se imenilac prepiše, a saberu se brojoci tih razlomaka.

Njihov zbir predstavlja određeni broj istih takvih dijelova (šesnaestine).

Obe sestre su jele  $\frac{15}{16}$  pice.

b) Koliko je preostalo dijela pice?

Pica ima  $\frac{16}{16}$ . Da bismo odredili koliko je ostalo od cijele pice, od ukupne pice oduzimamo dijelove koje su sestre pojele.



$$\begin{aligned}\frac{16}{16} - \frac{15}{16} &= \\ &= \frac{16-15}{16} \\ &= \frac{1}{16}\end{aligned}$$

Preostala je još  $\frac{1}{16}$  pice.

Prilikom oduzimanja razlomaka sa jednakim imenocima se oduzimaju tako što se imenilac prepisuje, a oduzmu se brojnici tih razlomaka.

Razlika je razlomak sa istim dijelovima (šesnaestinama).

c) Koja od njih je pojela više pice i za koliko?

Biljana je pojela više pice, jer je pojela  $\frac{9}{16} > \frac{6}{16}$ .

Da bismo odredili koliko je više pojela, možemo izračunati razliku:

$$\begin{aligned}\frac{9}{16} - \frac{6}{16} &= \\ &= \frac{9-6}{16} \\ &= \frac{3}{16}\end{aligned}$$

Od većeg broja dijelova oduzimamo manji dio dijelova.

Biljana je pojela  $\frac{3}{16}$  više od Gordane.

Zbir i razlika dva razlomka  $\frac{a}{c}$  i  $\frac{b}{c}$  je:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \text{ i } \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}, \text{ pri uslovu } a > b.$$

**1.** Izračunajte date zbirove. Ako se dobiju nepravilni razlomci, dobijeni rezultat zapiši kao mješoviti broj.

a)  $\frac{15}{34} + \frac{13}{34}$

b)  $\frac{19}{28} + \frac{15}{28}$

c)  $\frac{38}{51} + \frac{22}{51}$

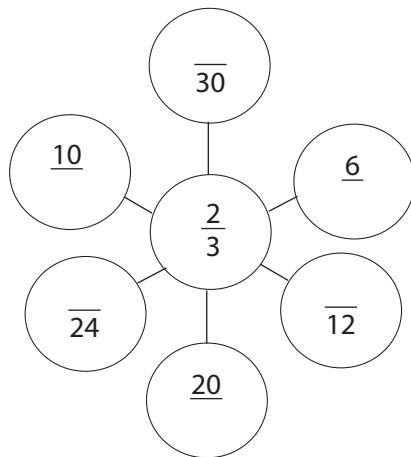
**2.** Izračunajte date razlike.

a)  $\frac{4}{7} - \frac{3}{7}$

b)  $\frac{97}{99} - \frac{67}{99}$

c)  $\frac{128}{151} - \frac{73}{151}$

3. Popuni sljedeći pauk-dijagram sa odgovarajućim jednakim razlomcima.



**Primjer 2.** Koristi pauk-dijagram da izračunaš  $\frac{2}{3} + \frac{10}{15}$ .

Iz pauk-dijagrama, imamo  $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ .

Zamjenjujemo u  $\frac{2}{3} + \frac{10}{15} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ .

Dobili smo rezultat i zapisujemo ga kao miješani broj.

Razlomci nemaju iste imenioce.



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

Izračunaj zbir:

a)  $\frac{7}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11}$       b)  $\frac{18}{69} + \frac{23}{69} + \frac{5}{69}$       c)  $\frac{17}{120} + \frac{53}{120} + \frac{20}{120}$

Izračunaj razlike:

a)  $\frac{69}{71} - \frac{52}{71}$       b)  $\frac{108}{125} - \frac{13}{125}$       c)  $\frac{252}{271} - \frac{89}{271}$

\*3. Izračunaj.

a)  $\frac{3}{4} + \frac{12}{16}$       b)  $\frac{20}{30} + \frac{2}{3}$       c)  $1 - \frac{7}{19}$

4. Izračunaj x:

a)  $\frac{2}{5} + x = \frac{3}{5}$       b)  $1 - x = \frac{1}{12}$       c)  $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$       č)  $x - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$

5. Razlomku  $\frac{5}{15}$  dodaj zbir razlomaka  $\frac{1}{15}$  i  $\frac{3}{15}$ .

# SABIRANJE I ODUZIMANJE NEPRAVIH RAZLOMKA

## Uvodna aktivnost

Izračunaj. Rezultate zapiši kao mješovite brojeve.

a)  $227 : 4$     b)  $429 : 7$     c)  $525 : 9$     č)  $389 : 5$

**Primjer 1.** Kočo je sa pijace kupio  $\frac{4}{3}$  kg paradajza i  $\frac{10}{3}$  kg krastavaca.

a) Koliko ukupno povrća je Kočo kupio?

b) Kog povrća je kupio više i za koliko?

a) Da bismo izračunali koliko je povrća Kočo kupio, treba da saberemo razlomke.

$$\frac{4}{3} + \frac{10}{3} = \quad \text{Razlomci imaju iste imenioce.}$$

$= \frac{4+10}{3} = \quad \text{Postupite kao kod sabiranja pravih razlomaka sa jednakim imeniocem.}$

$= \frac{14}{3} = \quad \text{Nepravi razlomak zapisujemo kao mješoviti broj.}$

$$= 4\frac{2}{3} \text{ kg} \quad \text{Kočo je kupio } 4\frac{2}{3} \text{ kg povrća.}$$

Zadatak možemo riješiti i na drugi način.

$$\frac{4}{3} + \frac{10}{3} = \quad \text{Neparni razlomci se zapisuju kao mješoviti brojevi.}$$

$= 1\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} = \quad \text{Mješovite brojeve zapisujemo kao zbir cijelih brojeva i zbir dijelova kao pravilan razlomak.}$

$= (1 + \frac{1}{3}) + (3 + \frac{1}{3}) = \quad \text{Koristimo asocijativno svojstvo, odnosno pregrupisavanje sabiraka.}$

$$= (1+3) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) = 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$$

b) Kočo je kupio više krastavaca, jer je  $\frac{10}{3} > \frac{4}{3}$ .

Da bismo izračunali koliko kilograma više je kupio, računamo razliku:

I način:  $\frac{10}{3} - \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ kg.}$

II način:  $\frac{10}{3} - \frac{4}{3} = 3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} = (3 + \frac{1}{3}) - (1 + \frac{1}{3}) = (3 - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}) = 2 + 0 = 2 \text{ kg.}$

Kada sabiraš neparne razlomke, možeš koristiti strategiju koja ti je lakša.

**Primjer 2.** Izračunaj  $9\frac{4}{11} - 4\frac{7}{11}$ .

$$9\frac{4}{11} - 4\frac{7}{11} =$$

$$= (9 + \frac{4}{11}) - (4 + \frac{7}{11})$$

$$= (9 - 4) + (\frac{4}{11} - \frac{7}{11})$$

$$= 5 + (\frac{4}{11} - \frac{7}{11})$$

$$= 4 + (\frac{15}{11} - \frac{11}{11})$$

$$= 4 + \frac{4}{11}$$

$$= 4\frac{4}{11}.$$

Mješovite brojeve zapisujemo kao zbir cijelih brojeva i zbir dijelova kao pravi razlomak.

$\frac{4}{11} < \frac{7}{11}$ , oduzimanje nije moguće u  $N_0$ .

Od 5 cijelih uzimamo jednu cjelinu. Cjelina ima  $\frac{11}{11}$ .

$$\frac{11}{11} + \frac{4}{11} = \frac{15}{11}$$

Prilikom sabiranja ili oduzimanja nepravilnih razlomaka sa jednakim imenocima, oni se sabiraju kao pravi razlomci sa jednakim imenocima ili zapisuju kao mješoviti brojevi i sabiraju ili oduzimaju cjeline i dijelovi kao pravi razlomci.

1. Saberi razlomke:

a)  $\frac{11}{5} + \frac{17}{5}$

b)  $11\frac{7}{11} + 8\frac{2}{11}$

2. Oduzmi razlomke:

a)  $\frac{13}{6} - \frac{5}{6}$

b)  $\frac{17}{4} - 2\frac{1}{4}$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Saberi razlomke:

a)  $1\frac{3}{8}, 2\frac{1}{8} + 5\frac{3}{8}$

b)  $11\frac{7}{11} + 8\frac{2}{11}$

2. Oduzmi razlomke:

a)  $3 - \frac{7}{9}$

b)  $\frac{17}{4} - 2\frac{1}{4}$

3. Izračunaj x:

a)  $x + 6\frac{1}{3} = 8$

b)  $x - 5\frac{7}{10} = 1\frac{4}{10}$

c)  $39\frac{41}{56} - x = 14\frac{53}{56}$

č)  $5\frac{6}{8} - x = 8\frac{7}{8}$

4. Utvrdi da li je izjava tačna:  $\frac{5}{8}$  učenika iz jednog razreda redovno je pisalo domaći zadatak iz matematike i  $\frac{4}{8}$  nije napisalo. Objasni odgovor.

\*5. Za koliko je razlomak  $\frac{50}{60}$  veći od zbira razlomaka  $\frac{15}{90}$  i  $\frac{27}{90}$ ?

6. U jednoj školi  $\frac{5}{16}$  učenika igra košarku,  $\frac{4}{16}$  fudbal,  $\frac{3}{16}$  igra rukomet. Preostali učenici se ne bave sportom. Nema učenika koji igraju dva ili više sporta. Koliki je dio učenika koji se bavi sportom, a koliki dio ne sportuje?

**7.** U jednoj vreći ima  $\frac{81}{4}$  kilograma oraha, a u drugoj vreći ima  $\frac{23}{4}$  kilograma manje oraha nego u prvoj. Koliko kilograma oraha ima u obe vreće?

**\*8.** Dvije stranice jednog trougla su duge  $\frac{384}{120}$  cm i  $4\frac{90}{120}$  cm. Izračunaj dužinu treće stranice trougla ako je ukupan obim 12 cm.

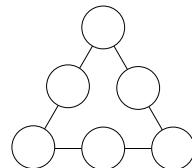
**\*9.** Razdaljina između grada M i grada N iznosi 173 kg. Oba automobila kreću se istovremeno iz svojih gradova i kreću jedan prema drugome. Prvi automobil pređe  $72\frac{4}{3}$  km u jednom satu, dok drugi automobil pređe  $65\frac{1}{4}$  km u istom vremenu. Kolika će biti razdaljina između njih nakon jednog sata vožnje?

## PAROVI DECIMALNIH BROJEVA SA DVije DECIMALE ČIJI JE ZBIR 1 I PAROVI DECIMALNIH BROJEVA SA JEDNOM DECIMALOM ČIJI JE ZBIR 10

### Uvodna aktivnost

Precrtajte šemu.

Rasporedite brojeve 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,6 i 0,7 u krugovima tako da je zbir brojeva na svakoj strani trougla 1.



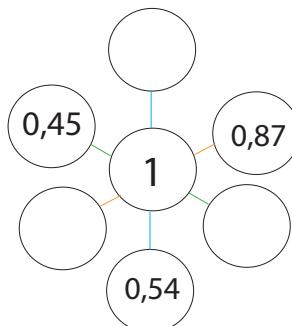
**Primjer 1.** Odredi zbir decimalnih brojeva 0,25 i 0,75.

Svaki od decimalnih brojeva zapisaćemo kao decimalni razlomak.

$$\begin{aligned} 0,25 + 0,75 &= \frac{25}{100} + \frac{75}{100} \\ &= \frac{100}{100} = 1 \end{aligned}$$

**Sabiramo razlomke sa jednakim imeniocima.**

- 1.** Precrtaj i dopuni pauk-dijagram odgovarajućim decimalnim brojevima čiji je zbir 1.



**Primjer 2.** Izračunaj zbir decimalnih brojeva 3,4 i 6,6.

I način:

$$3,4 + 6,6 =$$

$$= 3\frac{4}{10} + 6\frac{6}{10}$$

$$= (3 + 6) + (\frac{4}{10} + \frac{6}{10})$$

$$= 9 + 1 = 10$$

Decimalni brojevi se zapisuju kao decimalni razlomak.

Koristimo asocijativno svojstvo sabiranja.

II način:

$$3,4 + 6,6 =$$

$$= 3 + 0,4 + 6 + 0,6$$

$$= (3 + 6) + (0,4 + 0,6)$$

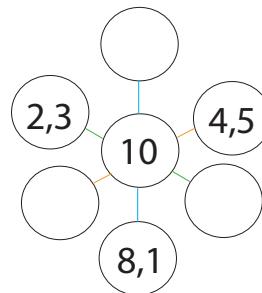
Koristimo asocijativno svojstvo sabiranja.

$$= 9 + 1 \quad 0,4 + 0,6 = 1,0 = 1.$$

$$= 10$$

2. Precrtaj i dopuni pauk-dijagram odgovarajućim decimalnim brojevima čiji je zbir 10.

3. Kristina ima dva komada konca. Jedan komad je dug 7,7 m, a drugi 2,3 m. Kolika je ukupna dužina konca?



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi brojeve koji nedostaju.

a)  $0,7 + ? = 1$       b)  $0,6 + ? = 1$       c)  $1 - ? = 0,3$

2. Odredi brojeve koji nedostaju.

a)  $0,35 + ? = 1$       b)  $0,51 + ? = 1$       c)  $? + 0,77 = 1$

3. Odredi brojeve koji nedostaju.

a)  $5,3 + ? = 10$       b)  $? + 0,7 = 10$       c)  $7,4 + ? = 10$

4. a) Odredi tri decimalna broja čiji je zbir 1.  $\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 1$

b) Odredi tri decimalna broja čiji je zbir 10.  $\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 10$

**5.** Marija je imala traku dugačku 6,5 metara. Koliko metara trake Mariji još treba da bi imala 10 metara?

**\*6.** Ako se jedan broj poveća za zbir brojeva 2,4 i 3,2, dobija se 10. Koji je taj broj?

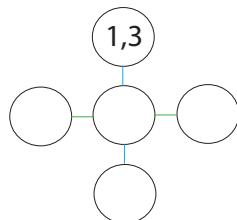
**\*7.** Zbir brojeva 0,22 i 0,78 uvećaj za zbir brojeva 3,2 i 6,8, koji broj si dobio?

## SABIRANJE DECIMALNIH BROJEVA SA ISTIM BROJEM DECIMALNIH MJESTA

### Uvodna aktivnost

Precrtaj dati dijagram.

Upiši brojeve 3,4; 5,3; 2,3 i 4,3 u krugove tako da zbir po vertikali i horizontali bude 10.



**Primjer 1.** Izračunaj:

$$\text{a) } 4,3 + 2,2$$

$$\text{b) } 16,45 + 3,53$$

$$\text{a) } 4,3 + 2,2 = 4\frac{3}{10} + 2\frac{2}{10} = \frac{43}{10} + \frac{22}{10} = \frac{65}{10} = 6\frac{5}{10} = 6,5$$

$$\text{b) } 16,45 + 3,53 = 16\frac{45}{100} + 3\frac{53}{100} = \frac{1645}{100} + \frac{353}{100} = \frac{1645 + 353}{100} = \frac{1998}{100} = 19\frac{98}{100} = 19,98$$

Sabiranje decimalnih brojeva možemo raditi slično kao i sabiranje prirodnih brojeva.

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ + 2,2 \\ \hline 6,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,45 \\ + 3,53 \\ \hline 19,98 \end{array}$$

Kao i kod prirodnih brojeva, prilikom pisanja treba обратити пажњу на pozicije cifara u brojevima.

Decimalne stotine da se pišu ispod decimalnih stotina, desetice ispod desetica, jedinice ispod jedinica, itd.

**1.** Izračunaj:

$$\text{a) } 5,42 + 0,56$$

$$\text{b) } 24,36 + 4,43$$

**Primjer 2.** Provjeri tačnost jednakosti:

$$a) \frac{10}{10} = 1$$

$$b) \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

Razlomke kratimo sa 10.

$$a) \frac{10}{10} = \frac{10 : 10}{10 : 10} = \frac{1}{1} = 1$$

deset desetinki = 1 jedinica

$$b) \frac{10}{100} = \frac{10 : 10}{100 : 10} = \frac{1}{10}$$

deset stotinki = 1 desetina

**Primjer 3.** Koristeći primjer 2, izračunaj: a)  $21,8 + 7,5$

$$b) 2,25 + 5,76$$

a)

$$\begin{array}{r}
 21,8 \\
 + 7,5 \\
 \hline
 29,3
 \end{array}$$

Zbir cifara jedinica  
 $1 + 7 + 1 = 9$  jedinica

Zbir cifara desetinki  
 $8 + 5 = 13$  desetinki  
 $= 1$  jedinica + 3 desetinke

b)

$$\begin{array}{r}
 2,25 \\
 + 5,76 \\
 \hline
 8,01
 \end{array}$$

Zbir cifara jedinica  
 $2 + 5 + 1 = 8$

Zbir cifara stotinki  
 $5 + 6 = 11$  stotinki  
 $= 1$  desetinka + 1 stotinka

Zbir cifara desetinki  
 $2 + 7 + 1 = 10$  desetinki = 1 jedinica + 0 desetinki

2. Izračunaj:

$$a) 4,3 + 9,8$$

$$b) 34,9 + 17,8$$

$$c) 12,34 + 7,85$$

$$\checkmark) 546,7 + 239,9$$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE:

- Odredi zbir tri broja ako je prvi 14,8, drugi je za 3,3 veći od prvog, a treći je za 4,4 veći od prvog.
- Jedan atletičar, pri pripremama za takmičenje, prvog je dana istrčao 17,34 km, a drugog dana 2,32 km više nego prvog dana. Koliko je istrčao atletičar ukupno drugog dana, a koliko ukupno za oba dana?
- Bojan je uhvatio tri ribe: šaranu, somu i klenu. Klen ima masu od 8,14 kg. Šaran je bio teži od klena za 1,13 kg. Som je bio najveći i imao je masu 4,75 kg. Koliko kilograma riba je Bojan uhvatio?
- Izračunaj obim trougla sa stranicama:  $a = 15,09$  cm,  $b = 18,13$  cm i  $c = 17,27$  cm.

- \*5. Iz jedne slavine u toku od 30 sekundi je isteklo 25,6 litara vode, dok je iz druge slavine isteklo 7,5 litara više za isto vrijeme. Iz treće slavine za 30 sekundi je isteklo 1,2 litara više nego iz prve i druge zajedno. Koliko ukupno litara vode je isteklo iz sve tri slavine u toku 30 sekundi?

## ODUZIMANJE DECIMALNIH BROJEVA SA ISTIM BROJEM DECIMALNIH MJESTA

### Uvodna aktivnost

Izračunajte.

- a) Koja je razlika između brojeva 1 i 0,4?  
 b) Oduzmite broj 0,9 od 1.  
 c) Oduzmite broj 5,6 od 10.

**Primjer 1.** Izračunajte: a)  $4,3 - 2,2$       b)  $16,59 - 3,35$

$$\text{a) } 4,3 - 2,2 = \frac{3}{10} - 2\frac{2}{10} = \frac{43}{10} - \frac{22}{10} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10} = 2,1$$

$$\text{b) } 16,59 - 3,35 = 16\frac{45}{100} - 3\frac{35}{100} = \frac{1645}{100} - \frac{353}{100} = \frac{1645 - 353}{100} = \frac{1314}{100} = 13\frac{14}{100} = 13,14$$

Oduzimanje decimalnih brojeva se može napraviti na sličan način kao i oduzimanje prirodnih brojeva.

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ - 2,2 \\ \hline 2,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16,59 \\ - 3,45 \\ \hline 13,14 \end{array}$$

Kao i kod prirodnih brojeva, i ovde pri zapisivanju, treba voditi računa o pozicijama cifara u brojevima. Stotinke treba pisati ispod decimalnih stotinki, decimalne desetinke ispod decimalnih desetinki, jedinice ispod jedinica, desetice ispod desetica, itd.

1. Izračunaj: a)  $5,57 - 0,32$       b)  $24,96 - 4,43$

**Primjer 2.** Koristeći primjer 1, izračunaj: a)  $29,8 - 7,5$       b)  $39,25 - 5,76$

a)

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 29,4 \\
 - 7,5 \\
 \hline
 21,9
 \end{array}$$

razlika u ciframa  
jedinica  
 $8 - 7 = 1$  jedinica

od 4 desetinki ne može se oduzeti 5 desetinki.  
9 jedinica = 8 jedinica + 10  
desetinki  $14 - 5 = 9$  desetinki

b)

$$\begin{array}{r}
 8\ 1 \\
 39,25 \\
 - 5,76 \\
 \hline
 33,49
 \end{array}$$

razlika u ciframa  
jedinica  
 $8 - 5 = 3$  jedinice

od 5 stotinki ne može se oduzeti 6 stotinki.  
2 desetinki = 1 desetinka + 10 stotinki  $15 - 6 = 9$  stotinki

od 1 desetinke ne može se oduzeti 7 desetinki.  
9 jedinica = 8 jedinica + 10 desetinki  
 $11 - 7 = 4$

2. Izračunaj:

a)  $9,8 - 4,3$

b)  $34,9 - 17,8$

c)  $12,34 - 7,85$

č)  $546,7 - 239,9$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- U ribarnici je prvog dana prodato 152,5 kg ribe, a svakog narednog dana se prodavalо 23,8 kg manje nego prethodnog dana. Koliko ribe je prodato u tri dana?
- Zbir tri broja je 14539,67. Prvi sabirak je 3284, a drugi je 5811,12. Izračunaj treći sabirak.
- Izračunaj stranu s u raznostraničnom trouglu, ako je:
  - $a = 15,09$  cm,  $b = 18,13$  cm,  $L = 49,76$  cm
  - $a = 3,05$  cm,  $b = 4,15$  cm,  $L = 12,95$  cm
- Putnik je nosio 16840 denara. Za noćenje je platio 2347,5 denara, za hranu 1450 denara i za prevoz 3638,5 denara. Koliko novca je ostalo putniku?
- \*5. U jednoj vreći je bilo 26,48 kg kestenja. U drugoj vreći je bilo 9,54 kg kestenja više nego u prvoj vreći. U trećoj vreći je bilo 2,54 kg kestenja manje nego u prvoj i drugoj vreći zajedno. Koliko kilograma kestenja je bilo u sva tri džaka?

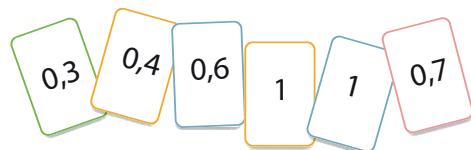
# SABIRANJE I ODUZIMANJE DECIMALNIH BROJEVA, OD KOJIH JE JEDAN BLIZU CIJELOG BROJA

## Uvodna aktivnost

Dato je šest kartica sa brojevima:  
Svaku karticu upotrijebite samo jednom da popunite sljedeće dvije jednačine:

$$? + ? = ?$$

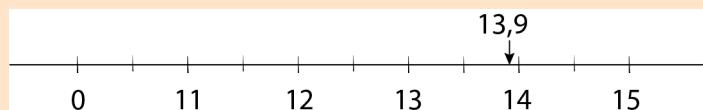
$$? + ? = ?$$



**Primjer 1.** Koliki je zbir brojeva 13,9 i 6,4?

$$13,9 + 6,4 = ?$$

Iz brojevne prave možemo vidjeti da je 13,9 blizu cijelom broju 14.



Ako za 13,9 uzmemo 14 kao najbliži cijeli broj, onda smo broj 13,9 povećali za jednu desetinu, odnosno za 0,1.

$$13,9 + 6,4 =$$

$$= 14 + 6,4 - 0,1$$

$$= 20,4 - 0,1$$

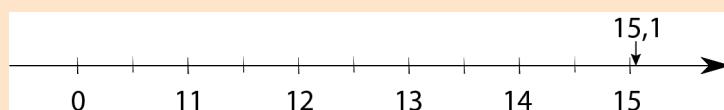
$$= 20,3$$

Trebamo oduzeti 0,1 da se ne bi zbir promijenio, jer smo jedan sabirak povećali za 0,1.

**Primjer 2.** Izračunaj razliku brojeva 15,1 – 6,6.

$$15,1 - 6,6 = ?$$

Iz brojevne prave možemo vidjeti da je 15,1 blizu cijelom broju 15.



Ako za broj 15,1 uzmemo 15 kao najbliži cijeli broj, onda smo broj 15,1 smanjili za jednu desetinu, odnosno za 0,1.

$$15,1 - 6,6 =$$

$$= 15 - 6,6 + 0,1$$

$$= 8,4 + 0,1$$

$$= 8,5$$

Moramo dodati 0,1 da se razlika ne bi promijenila, jer smo umanjenika smanjili za 0,1.

**1.** Procijeni, a zatim pismeno izračunaj.

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $45,9 + 12,6$ | b) $34,7 + 25,9$ | c) $82,1 + 18,7$ |
| č) $79,9 + 20,4$ | ć) $32,8 + 17,1$ |                  |

**2.** Procijeni, a zatim pismeno izračunaj.

- |                  |                   |                  |
|------------------|-------------------|------------------|
| a) $67,9 - 4,7$  | g) $96,1 - 30,7$  | c) $54,9 - 23,8$ |
| č) $75,7 - 15,1$ | ć) $107,6 - 16,9$ |                  |

**3.** Petar je kupio dvije vreće krompira. Jedan je imao masu 14,9 kg, a drugi 21,4 kg. Kolika je bila ukupna masa te dvije vreće?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Broj 548,9 povećan je za 38,4.

**2.** Broju 25.07 dodaj zbir brojeva 9,1 i 0,5.

**3.** Oduzmite broj 14,1 od zbira brojeva 3,9 i 12,2.

**4.** Zbir brojeva 4,9 i 5,1 smanjimo za zbir brojeva 2,6 i 3,4.

**5.** Razlika brojeva 9,9 i 2,7 uvećana je za razliku brojeva 4,1 i 2,5.

**\*6.** U jednoj kutiji je bilo 39,9 kg šećera. Koliko još kilograma šećera treba da dodamo u kutiji da ima 65,5 kg šećera? Procijenite, a zatim izračunajte pisanjem.

**\*7.** Na Stefanovom rođendanu je potrošeno 31,1 l voćnog soka. Još je ostalo 9,5 l voćnog soka. Koliko litara voćnog soka je Stefan kupio prije zabave? Prvo procijeni, a zatim izračunaj pisanjem.

## SABIRANJE I ODUZIMANJE DECIMALNIH BROJEVA SA RAZLIČITIM BROJEM DECIMALNIH MJESTA

### Uvodna aktivnost

a) Razlomak  $\frac{7}{10}$  proširi za 10, a zatim za 100. Dobijene razlomke i razlomak  $\frac{7}{10}$  zapiši kao decimalne brojeve. Šta primjećuješ?

b) Razlomak  $\frac{300}{1000}$  skrati za 10, a zatim za 100. Dobijene razlomke i razlomak  $\frac{300}{1000}$  zapiši kao decimalne brojeve. Šta primjećuješ?

Decimalni broj se ne mijenja ako se sa njegove desne strane dopišu nule.

Decimalni broj se ne mijenja ako se sa njegove desne strane izostave nule nakon kojih nema cifara različitih od nule.

**Primjer 1.** Zapišite broj 9 kao razlomak sa imeniocem 1, a zatim proširite napisani razlomak za 10 i 100. Dobijene razlomke zapišite kao decimalne brojeve.

$$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{90}{10} = 9,0$$

$$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{900}{100} = 9,00$$

Možemo napisati da je  $9 = 9,0 = 9,00$

1. Brojeve: 8; 400; 0,7 i 19,3 zapišite sa dva decimalna mesta.



Svaki prirodni broj se može zapisati kao decimalni broj koji sadrži 0 desetinki, 0 stotinki, ...

2. Brojeve 16; 67.000 i 12.800 zapiši sa dvije decimale.

**Primjer 2.** Izračunaj:

a)  $243,5 + 289,37$

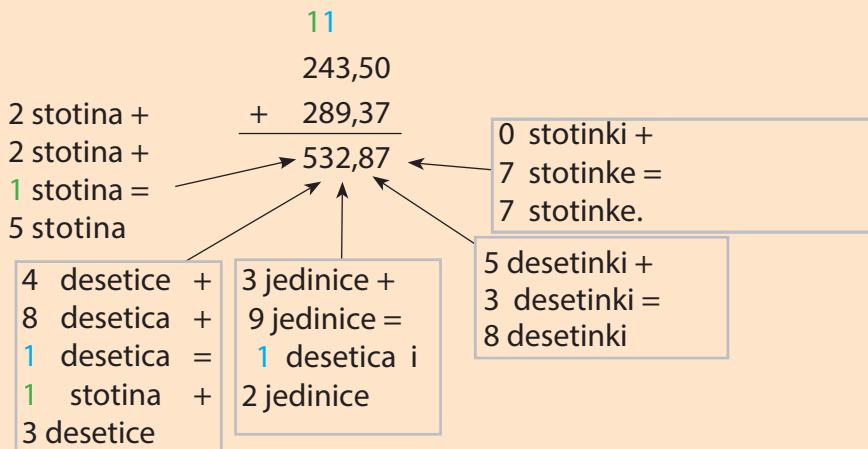
b)  $465,38 - 354,6$

a)  $243,5 + 289,37 =$

$= 243,50 + 289,35$

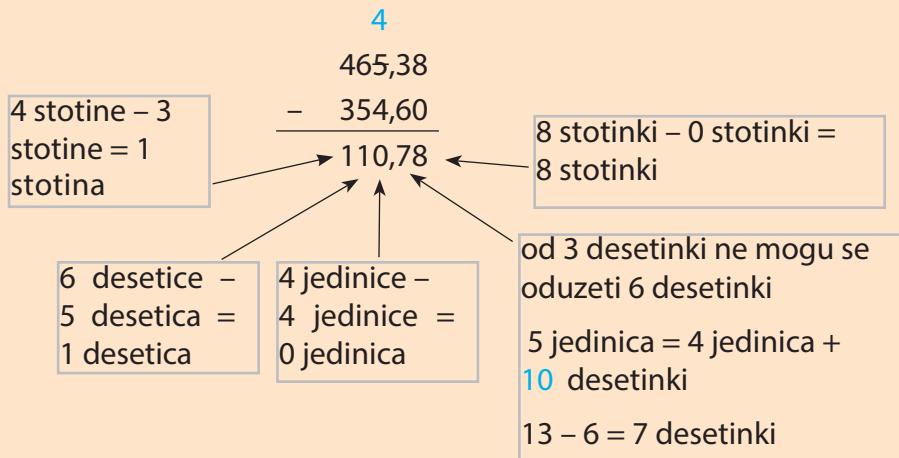
$= 532,85$

Dopisujemo nulu prvom sabirku da bi imali jednak broj decimalnih mesta, a zatim ih sabiramo kao brojeve sa jednakim brojem decimalnih mesta.



$$\begin{aligned} b) 465,38 - 354,6 &= \\ &= 465,38 - 354,60 \\ &= 110,78 \end{aligned}$$

Dodajemo nulu umanjiocu tako da imaju isti broj decimalnih mesta, a zatim ih oduzimamo kao brojeve sa jednakim brojem decimalnih mesta.



**3.** Izračunaj:

$$\begin{array}{lll} a) 48,3 - 13,59 & b) 52,17 + 23,9 & c) 1892,7 + 457,47 \quad \check{c}) 4789,9 - 478,85 \end{array}$$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj:

$$\begin{array}{ll} a) (3,44 + 0,6) - 1,3 & b) (32,52 - 15,75) + 9,2 \\ c) 287,75 - (78,45 + 4,9) & \check{c}) 28,28 - (7,43 - 3,7) \end{array}$$

**\*2.** Izračunaj:

$$a) 2,53 - \frac{8}{10} \quad b) \frac{1327}{100} - 4,8 \quad c) 45,7 - (17 + \frac{3}{4}) \quad \check{c}) 9 + \frac{27}{45} - 3,25$$

**3.** Riješi jednačine:

$$a) x - 27,4 = 9,63 \quad b) 0,27 + x = 0,4 \quad c) 67,5 - x = 39,38 \quad \check{c}) 9,75 - x = 2,8$$

**4.** Traka od 6,75 m podijeljena je na dva dijela. Jeden dio je 2,8 m.

- a) Izračunaj dužinu drugog dijela trake.
- b) Za koliko metara je jedan dio kraći od drugog?

**\*5.** Zidar je uspeo da sazida zid za tri dana. Prvog dana je sazidao 3,2 m. Drugi dan sazidao je 199 cm više nego prvog dana, a trećeg dana 15 dm više od drugog dana. Koliko je metara bio dug zid?

6. U trgovini su donijeli stazu dužine 35,8 m. Nakon dva dana u radnji je ostalo 13,95 m staze. Koliko metara staze je prodato?
7. Od jednog komada platna prodato je 4,45 m, pa još 4,58 m, a ostalo je 11,2 m. Koliko je metara bilo dugo platno?

## MNOŽENJE DECIMALNIH BROJEVA PRIRODnim BROJEVIMA

### Uvodna aktivnost

Marija je zamislila neki decimalni broj.

Koji je to broj koji bi Marija mogla zamisliti ako se zna da su cifre sa kojima može da ga zapiše ispunjavaju sljedeće uslove:



Cifra u stotinkama je četiri puta veća od cifre u desetinkama. Zbir cifre desetinki i stotinki je 10. Zbir cifara jedinica, desetica i stotine je 3. Sve cifre broja se razlikuju jedna od druge.

**Primjer 1.** Pomnožite brojeve: a) 3,46 i 10      b) 2,46 i 100

a) Znajući vrijednost svake cifre u decimalnom broju, zapisaćemo:

$$\begin{aligned} 3,46 \cdot 10 &= \\ &= (3 \text{ jedinice} + 4 \text{ desetinki} + 6 \text{ stotinki}) \cdot 10 \\ &= 30 \text{ jedinica} + 40 \text{ desetinki} + 60 \text{ stotinki} \\ &= 3 \text{ desetice} + 4 \text{ jedinice} + 6 \text{ desetinki} = 34,6 \end{aligned}$$

Dakle,  $3,46 \cdot 10 = 34,6$

Koristimo distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje.

$$\begin{aligned} \text{b)} 2,46 \cdot 100 &= \\ &= (2 \text{ jedinice} + 4 \text{ desetinki} + 6 \text{ stotinki}) \cdot 100 \\ &= 200 \text{ jedinica} + 400 \text{ desetinki} + 600 \text{ stotinki} \\ &= 2 \text{ stotine} + 4 \text{ desetica} + 6 \text{ jedinica} = 246,00 \end{aligned}$$

Dakle,  $2,46 \cdot 100 = 246,00 = 246$

Koristimo distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje.

Šta se dešava sa decimalnim zarezom kada se decimalni broj pomnoži sa 10 i sa 100?



Rezultat množenja decimalnog broja decimalnom jedinicom se dobija pomjeranjem decimalnog zareza decimalnog broja udesno za onoliko mesta koliko ima nula u decimalnoj jedinici.

**1.** Izračunaj:

- a)  $54,78 \cdot 10$       b)  $0,189 \cdot 100$       c)  $6,7 \cdot 10$       č)  $18,75 \cdot 100$

**Primjer 2.** U tri vreće ima po 1,7 kg šljiva. Koliko je ukupno bilo šljiva?

$$\begin{aligned} 1,7 \cdot 3 &= \\ &= (1 \text{ jedinica} + 7 \text{ desetinki}) \cdot 3 \\ &= 3 \text{ jedinice} + 21 \text{ desetinka} \\ &= 3 \text{ jedinice} + 2 \text{ jedinice} + 1 \text{ desetinka} \\ &= 5 \text{ jedinica} + 1 \text{ desetinka} \\ &= 5,1 \text{ kg šljiva.} \end{aligned}$$

Koristimo distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje.

U tri vreće ima 5,1 kg šljiva.

**2.** Pokušaj da objasniš rješenje u primjeru 2 putem množenja.

$$17 \cdot 3 = 51.$$

**Primjer 3.** Koliko je  $5,45 \cdot 5$ ?

$$\begin{aligned} 5,45 \cdot 5 &= \\ &= (5 \text{ jedinica} + 4 \text{ desetinki} + 5 \text{ stotinki}) \cdot 5 \\ &= 25 \text{ jedinica} + 20 \text{ desetinki} + 25 \text{ stotinki} \\ &= 2 \text{ desetki} + 5 \text{ jedinica} + 2 \text{ jedinice} + 2 \text{ desetinke} + 5 \text{ stotinki} = \\ &= 2 \text{ desetice} + 7 \text{ jedinica} + 2 \text{ desetinke} + 5 \text{ stotinki} \\ &= 27,25 \end{aligned}$$

Koristimo distributivno svojstvo množenja u odnosu na sabiranje.



Decimalni broj se množi sa prirodnim brojem isto kao što se množe dva prirodna broja, a u proizvodu se izdvajaju s desna na lijevo onoliko decimalnih mesta koliko ima decimalni broj.

**3.** Izračunaj:

- a)  $17,4 \cdot 9$       b)  $3,54 \cdot 4$       c)  $5,12 \cdot 13$       č)  $14,7 \cdot 16$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj:

- a)  $4,9 \cdot 10$       b)  $347,82 \cdot 10$       c)  $7,1 \cdot 100$       č)  $35,44 \cdot 100$

**2.** Koliko milimetara je:      a)  $100,05 \text{ cm}$       b)  $42,55 \text{ dm}$

**3.** Izračunaj:

- a)  $5,38 \cdot 24$       b)  $0,83 \cdot 7$       c)  $3,9 \cdot 62$       č)  $6,34 \cdot 20$       č)  $16,8 \cdot 46$

- \*4. Zbir brojeva 8,7 i 1,1 pomnoži sa njihovom razlikom.
- \*5. Ako jedan litar maslinovog ulja u prodavnici košta 95,5 denara, koliko novca je potrebno da se kupi kutija sa 16 flaša od 1 litra?
6. U 14 vreća bilo je po 6,4 kg krompira. Prodalo se 35,95 kg krompira. Koliko kilograma krompira je ostalo?
7. U magacinu pekare bilo je 12 polica, a na svakoj po 15 vreća brašna od 1,35 kg. Za jedan dan je potrošeno 28,78 kg brašna. Koliko kilograma brašna je bilo u magacinu? Koliko kilograma brašna je ostalo u magacinu?

## MNOŽENJE DECIMALNIH BROJEVA SA JEDNIM DECIMALnim MJESTOM.

### Uvodna aktivnost

Riješi sljedeće zadatke što brže možeš.

a) $0,7 \cdot 9 = ?$	b) $0,7 \cdot 8 = ?$	c) $0,7 \cdot 5 = ?$
č) $0,2 \cdot ? = 1,8$	ć) $? \cdot 9 = 5,4$	d) $? \cdot 6 = 4,2$

**Primjer 1.** Izračunaj površinu pravougaonika sa stranicama  $a = 3,2$  dm i  $b = 1,9$  dm.

$$\begin{aligned} P &= a \cdot b \\ &= 3,2 \text{ dm} \cdot 1,9 \text{ dm} \\ &= 32 \text{ cm} \cdot 19 \text{ cm} \\ &= 608 \text{ cm}^2 \\ &= 6,08 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

Zamjenjujemo vrijednosti dužina strana.

$$3,2 \text{ dm} = 32 \text{ cm}, 1,9 \text{ dm} = 19 \text{ cm}$$

Množimo prirodne brojeve.

$$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100} \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$$

Dobili smo  $3,2 \text{ dm} \cdot 1,9 \text{ dm} = 6,08 \text{ dm}^2$



Dva decimalna broja množimo na sljedeći način: množimo brojeve bez decimalne tačke kao prirodne brojeve, a zatim u dobijenom proizvodu izdvajamo s desna na lijevo onoliko decimalnih mjesta koliko zajedno imaju dati decimalni brojevi.

1. Izračunaj: a)  $32,4 \cdot 1,7$     b)  $0,3 \cdot 2,4$     c)  $0,7 \cdot 0,7$     č)  $1,6 \cdot 4,8$
2. Pomnoži brojeve: a)  $14,6 \cdot 3,8$     b)  $56,9 \cdot 7,9$     c)  $8,7 \cdot 0,8$     č)  $6,8 \cdot 3,7$

**3.** Izračunaj površinu pravougaonika sa stranicama 3,5 cm i 2,9 cm.

**\*4.** Pomnoži brojeve 432 i 13, a zatim napiši ove proizvode bez množenja na osnovu rezultata:

a)  $432 \cdot 1,3$       b)  $43,2 \cdot 1,3$       c)  $4,32 \cdot 130$

**5.** Izračunaj vrijednosti brojnih izraza:

a)  $(80 - 35,4) \cdot 0,7$       b)  $(25 - 9,5) \cdot (0,6 + 1,8)$       c)  $3,1 (28,9 - 2,71 \cdot 10)$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Zbir brojeva 8,8 i 9,7 pomnoži brojem 0,4.

**2.** Zbir brojeva 38,75 i 1,15 pomnoži njihovom razlikom.

**3.** Koliko iznosi zbir broja 2,47 i broja deset puta većeg od njega.

**4.** Izračunaj brojni izraz:

a)  $(9,5 - 2,1 - 7,3) \cdot (2,2 + 4,6)$       b)  $(200 - 195,4) \cdot 10 + (0,06 + 0,24) \cdot 50$   
 c)  $(13,8 - 1,16 \cdot 10) \cdot 0,7 + (0,1 + 0,4) \cdot 0,9$

**\*5.** Odredi x:

a)  $0,23 \cdot 20 + x = 9,8$       b)  $33 \cdot 0,02 - x = 0,49$       c)  $x - 9,8 \cdot 0,4 = 7,29$

**\*6.** Kamion je prevozio 328 cigli od 1,9 kg, 247 crepa od 2,2 kg i 22 gvozdene cijevi, svaka je teška 19,4 kg. Koliko kilograma tereta ima na kamionu?

**\*7.** Od jednog kilograma se brašna može ispeći 1,2 kg hljeba. U peći je bilo 11 vreća, a svaka je bila teška 45,7 kg. Koliko hljebova može da se ispeče od ukupne količine brašna?

## DIJELJENJE DECIMALNOG BROJA SA JEDNOM I DVIJE DECIMALE JEDNOCIFRENIM BROJEM

### Uvodna aktivnost

Prepiši i dopuni jednačine brojevima koji nedostaju.

a) $? \cdot 10 = 130$	b) $? : 100 = 25$	c) $250 : 10 = ?$	č) $2,34 \cdot 10 = ?$
ć) $23,4 : 10 = ?$	d) $1,5 \text{ m} = ? \text{ dm}$	dž) $2,5 \text{ cm} = ? \text{ dm}$	đ) $5 \text{ dm} = ? \text{ m}$
e) $15 \text{ cm} = ? \text{ m}$			

**Primjer 1.** Broj 62,5 podijeli sa 5.

Znajući vrijednost svake cifre u decimalnom broju 62,5, možemo ga zapisati kao zbir desetica, jedinica i desetinki:

$$\begin{aligned} 62,5 : 5 &= (6 \text{ desetica} + 2 \text{ jedinice} + 5 \text{ desetinki}) : 5 \\ &= (60 \text{ jedinica} + 2 \text{ jedinice} + 5 \text{ desetinki}) : 5 \\ &= (60 \text{ jedinica} + 20 \text{ desetinki} + 5 \text{ desetinki}) : 5 \\ &= (60 \text{ jedinica} + 25 \text{ desetinki}) : 5 \\ &= (60 \text{ jedinica} : 5) + (25 \text{ desetinki} : 5) \\ &= 12 \text{ jedinica} + 5 \text{ desetinki} = 12,5 \end{aligned}$$

Koristimo distributivno svojstvo dijeljenja u odnosu na sabiranje.

$$\begin{array}{r} 62,5 \quad : \quad 5 \quad = \quad 12,5 \\ - \quad 5 \\ \hline 12 \\ - \quad 10 \\ \hline 25 \\ - \quad 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

Brojeve 62,5 i 5 dijelimo kao prirodan broj prirodnim brojem, a decimalni zarez upisujemo u količnik kada spuštamo prvu decimalnu cifru 5.

25 desetinki podijeljeno sa 5 daje 5 desetinki i upisujemo ih iza decimalnog zareza.

**1.** Podijelite brojeve:

- a) 20,6 i 2      b) 17,28 i 6      c) 32,8 i 4      č) 9,92 i 8

**Primjer 2.** Podijelite brojeve 128 i 5.

$$\begin{array}{r} 128 \quad : \quad 5 \quad = \quad 25,6 \\ - \quad 10 \\ \hline 28 \\ - \quad 25 \\ \hline 30 \\ - \quad 30 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ostatak pri dijeljenju su 3 jedinice.

Do ostataka upisujemo 0, a u količnik dopisujemo decimalni zarez, jer dijelimo desetinke.

Sada možemo nastaviti dijeljenje.

3 jedinice = 30 desetinki.

Rezultat dijeljenja možemo zapisati kao mješoviti broj ili kao decimalni broj.

$$128 : 5 = 25\frac{3}{5}$$

$$128 : 5 = 25,6$$

**2.** Izračunaj.

- a)  $19 : 2$     b)  $47 : 5$     c)  $134 : 4$     č)  $375 : 6$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj: a)  $56,4 : 4$     b)  $84,56 : 7$     c)  $4,6 : 6$     č)  $236,55 : 5$     č)  $1794,15 : 3$

**2.** Jedan motociklist je za 4 sata prešao 161,2 km. Koliko puta je prešao za jedan sat?

**3.** Površina pravougaonika je  $65,4 \text{ dm}^2$ . Kolika je dužina pravougaonika ako je njegova širina 3 dm.

**\*4.** Prvo procijeni, a zatim provjeri svoju procjenu. Magdalena je napravila sok od kajsija i željela je da ga rasporedi u boce od 0,5 litara. Koliko je boca potrebno ako je ukupna količina soka koji je trebala da pripremi iznosi 15,4 litara?

**5.** Sima je zamislio jedan broj. Kada ga je pomnožio sa 5, dobio je 27,5. Koji broj je zamislio Sima?

**\*6.** Prvo procijeni, a zatim provjeri svoju procjenu. Koliko će vremena trebati pješaku da pređe put od 17,2 km, ako put od 2 km prelazi za 1 sat?

**\*7.** Izračunaj matematičke izraze:

- |                                 |                               |
|---------------------------------|-------------------------------|
| a) $2,4 : 6 + 1,5 \cdot 2,5$    | c) $(15,7 + 30,2) : 3 - 4,35$ |
| c) $(247,8 - 15,3) : 5 + 56,75$ | č) $(87,9 - 25,5) : 2 : 3$    |

**8.** Riješi jednačine.

- a)  $892,5 : x = 5$     b)  $x \cdot 7 = 49,7$     c)  $8 \cdot x = 35,2$

## ZADACI SAMOOCJENJIVANJA

Riješi zadatke. Zatim, samoocijeni seprema datoј ček-listi.

- 1.** Izračunaj  $3015,45 : 3$ .
- 2.** Odredi brojeve koji treba da stoje umjesto upitnika da bi jednakost bila tačna.  
 $(256 - 564) : ? = 256 : ? - ? : 4$
- 3.** Odredi vrijednost matematičkog izraza  $125 : 5 + (275 - 25 \cdot 4)$ .
- 4.** Odredi vrijednost za  $x$  ako važi  $10 \cdot x - 5 = 325$ .
- \*5.** Tino je pojeo  $\frac{1}{2}$  od jedne torte, a Jane  $\frac{1}{4}$  od iste torte. Koliki dio torte su ukupno pojela obojica?  
 a)  $\frac{2}{6}$       b)  $\frac{2}{4}$       c)  $\frac{3}{4}$       č)  $\frac{1}{4}$
- 6.** Koji broj je 10 puta veći od broja 0,64?  
 a) 6,4      b) 5,4      c) 9,37      č) 10,64
- 7.** Koji proizvod je najbliži proizvodu  $90 \cdot 22$ ?  
 a)  $50 \cdot 20$       b)  $50 \cdot 25$       c)  $100 \cdot 20$       č)  $100 \cdot 25$
- 8.** Broj 3987 je djeljiv sa:  
 a) 2      b) 5      c) 9      č) 4
- 9.** Simon je zamislio jedan broj. Pomnožio ga je sa 15, zatim sabrao sa zbirom brojeva 235 i 456 i dobio 1012,6. Koji broj je zamislio Simon?
- 10.** U jednoj boji za farbanje ima 35 litara boje. Svaki sat mašina troši 2,5 litara boje. Mašina je završila posao za 6,5 sati. Koliko boje je ostalo u mašini?
- 11.** Vera je kupila  $3\frac{1}{2}$  kg višanja po cijeni od 105,5 denara po kg i  $7\frac{2}{4}$  kg krompira po cijeni od 57,5 denara po kg. Koliko je Vera sve ukupno platila?
- 12.** Koliko najviše istih novogodišnjih paketića može biti napravljeno od 126 čokolada, 165 paketića sa bombonama i 294 balona, uz uslov da se iskoriste sve čokolade, paketići sa bombonama i balonima? Po koliko čokolada, paketića sa bombonama i balona treba biti u svakom novogodišnjem paketiću?

### Ček-lista za samoprocjenu prema standardima ocjenjivanja

Ja mogu da:			
sabiram i oduzimam brojeve do 1.000.000 (ili više od 1.000.000).			
množim i dijelim brojeve do 1.000.000 sa jednocifrenim ili dvocifrenim brojevima.			
primjenjujem svojstva (komutativnost, asocijativnost i distributivnost) koja se odnose na operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja.			
rješavam jednačine koristeći operacije u $N_0$ i primjenjujem njihova svojstva.			
izračunavam vrijednost brojnih izraza u $N_0$ sa zagradama i bez njih.			
primjenjujem pravila djeljivosti sa 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 u rješavanju zadataka.			
koristim NZD i NZS u rješavanju problema.			
rješavam probleme sa sabiranjem i oduzimanjem razlomaka sa istim ili različitim imeniocima.			
sabiram i oduzimam brojeve sa jednakim ili različitim brojem decimalnih mesta.			
množim decimalne brojeve sa jednim decimalnim mjestom.			
dijelim decimalni broj sa dva decimalna mesta sa jednocifrenim brojem.			
procjenjujem vrijednost sabirka, razlike, proizvoda ili količnika.			

### Zadatak za 5+

Jedna biserna ogrlica ima 33 biseru. Biseri su naređani na sljedeći način: Najveći biser treba da bude u sredini. Počinjući s jednog kraja, svaki sljedeći biser vredi 100 denara više od prethodnog (do srednjeg bisera). Ali, počinjući s drugog kraja, svaki sljedeći biser vrijedi 150 denara više od prethodnog, pa sve do najvećeg bisera. Prvi biseri na oba kraja koštaju isto, a najveći biser košta 15.000 denara. Ako ukupna cijena ogllice iznosi 80.000 denara, koliko denara košta prvi biser sa bilo kojeg kraja ogllice? Obrazloži svoj odgovor.

Proučavanjem ove teme osposobićeš se:

- 1.** da koristiš mjerne jedinice za dužinu, masu i zapreminu za rješavanje realnih problemskih situacija;
- 2.** da rješavaš probleme pomoću vremenskih intervala;
- 3.** da rješavaš probleme pomoću kursne liste;
- 4.** da rješavaš probleme iz svakodnevnog konteksta sa izračunavanjem površine.

## DUŽINA. MJERENJE DUŽINE

### Uvodna aktivnost

Nikolina treba da postavi dekorativnu traku oko cijele sobe za zabavu. Dužina sobe je 3 m, a širina je 4 mm. Ona ima više komada ukrasne trake dužine 70 cm. Svaki put kad poveže dva komada trake, izgubi 50 mm sa svakog komada zbog čvora. Koliko komada trake dužine 70 cm joj je potrebno da obide čitavu sobu?

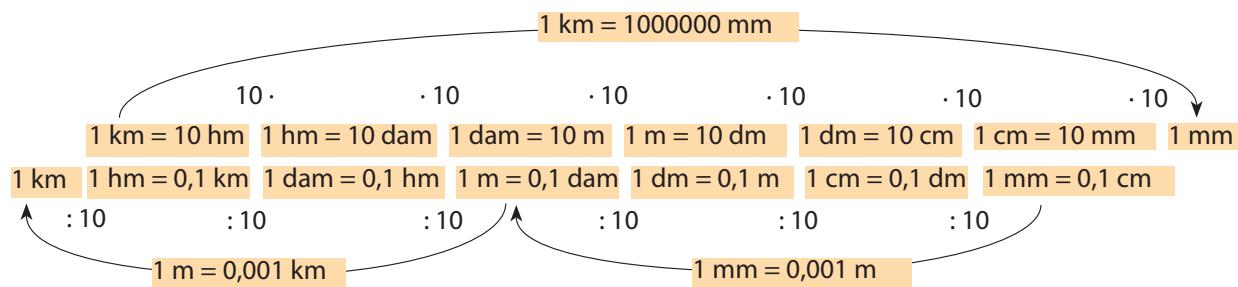
Izaberi koju jedinicu mjere ćeš koristiti u računima.

Dužina se odnosi na razdaljinu između dvije tačke. Često se, osim izraza "dužina", koriste i izrazi "širina", "visina" i "dubina".

1. Koja je osnovna mjerna jedinica za dužinu?

ime mjerne jedinice za dužinu	oznaka za svaku mjeru jedinicu	izražavanje mjernih jedinica u odnosu na osnovnu mjeru jedinicu za dužinu
kilometar	km	$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
hektometar	hm	$1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$
dekametar	dam	$1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$
metar	m	1 m – osnovna jedinica
decimetar	dm	$1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$
centimetar	cm	$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$
milimetar	mm	$1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$

U tablici su prikazane veće i manje mjerne jedinice za dužinu i njihov odnos prema osnovnoj mjerenoj jedinici za dužinu.



Dovoljno je da znaš do tri decimalna mjesta.

**Primjer 1.** a) Zapiši 167 dam u metrima.

Koristićemo tablicu koja je data iznad.

Ako je  $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$ , tada je  $167 \text{ dam} = (167 \cdot 10) \text{ m} = 1670 \text{ m}$ .

b) Koliko metara je 245 hm?

$$\begin{aligned} & 245 \text{ hm} \\ & =(245 \cdot 100) \text{ m} \quad 1 \text{ hm} = 100 \text{ m} \\ & = 24500 \text{ m} \end{aligned}$$

c) Koliko dekametara je 34 hm?

$$\begin{aligned} & 34 \text{ hm} \\ & =(34 \cdot 10) \text{ dam} \quad 1 \text{ hm} = 10 \text{ dam} \\ & = 340 \text{ dam} \end{aligned}$$

**2.** Upišite broj na mjesto upitnika u jednačini:

a)  $567 \text{ km} = ? \text{ dam}$       b)  $567 \text{ km} = ? \text{ hm}$       c)  $567 \text{ km} = ? \text{ m}$

**Primjer 2.** a) Ako je  $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$ , koliko metara je 250 dm?

Da bismo prešli iz manje mjerne jedinice za dužinu u veću, dijelimo sa dekadnim jedinicom (10, 100, 1000).

$$1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}.$$

Pošto je dekameter desetina od metra, odnosno deseti dio, da bismo zapisali dm u m, treba da podijelimo sa 10,  $250 \text{ dm} = (250 : 10) \text{ m} = 25 \text{ m}$ .

b) Jedna duž ima dužinu 200 cm. Zapiši dužinu duži u dekametrima i metrima.

$$200 \text{ cm} = (200 : 10) \text{ dm} = 20 \text{ dm}$$

$$200 \text{ cm} = (200 : 100) \text{ m} = 2 \text{ m}$$

**3.** Popuni kako bi bilo tačno:

a) $3 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$	b) $7 \text{ dam} = 70 \underline{\hspace{2cm}}$	c) $9 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
č) $145,3 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam} = 1453000 \underline{\hspace{2cm}}$		ć) $4 \text{ dm} = 0,04 \underline{\hspace{2cm}}$

Evo još jednog načina za pretvaranje jedne mjerne jedinice.

**4.** Pronađite odnos između jedne mjerne jedinice i položaja cifre u broju i objasnite zašto:

a)  $5 \text{ km} = ? \text{ m}$

b)  $3 \text{ cm} = ? \text{ dm}$

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
5			0			
5	0	0	0			
				0	3	
				0	3	

**5.** Andrej je izgubio svoj kišobran. U odjelu izgubljenih i pronađenih pročitao je spisak izgubljenih kišobrana. Osoba koja je unijela podatke u listu je pogriješila u mjerenu dužine kišobrana.

predmet	datum pronalaženja	boja	dužina
kišobran	14. septembar	plava	219 m
kišobran	27. oktobar	crna	84,9 m
kišobran	25. oktobar	roza	895 cm
kišobran	6. novembar	srebrna	96,2 mm
kišobran	17. novembar	roza	547 cm
kišobran	23. novembar	crna	1,25 cm

- a) Prepišite posljednju kolonu tabele. Popravite dužine kišobrana tako da imaju stvarne veličine, a da ne mijenjaju cifre.
- b) Sortirajte stvarne veličine izgubljenih kišobrana po veličini, od najkraćeg do najdužeg.
- c) Andrejev kišobran je dugačak približno 90 cm. Koje od dužina kišobrana zaokruženi na najbližu deseticu su dugački 90 cm?

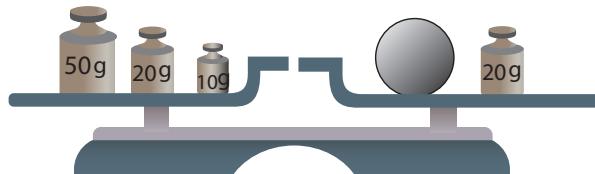
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** Najtačnije što možeš nacrtaj duži sa datim dužinama:  
 a) 8,6 cm   b) 142 mm   c) 0,139 m   č) 7,1 cm   Ć) 36 mm   d) 0,078 m
  - 2.** Dužine: 155 mm, 60 cm, 8,9 dm, 7,4 km pretvori u metre.
  - 3.** Dužinu od 0,6 m pretvori u dm, cm i km.
  - 5.** Date brojne vrijednosti dužina zapiši u osnovnu jedinicu za dužinu:  
 a) 82,4 cm   b) 7,4 dm   c) 0,8 dm   č) 70 mm   Ć) 0,37 km   d) 435 dam
  - 6.** Izmjeri rastojanje između dva prethodno izabrana mjesta van učionice koristeći korake i izrazi to rastojanje u metrima. Zatim provjeri ovo rastojanje mjerenjem metrom.
  - 7.** Biciklista je za 13 sati prešao 377.000 metara. Koliko kilometara je prešao za 5 sati?
- \*8.** Nacrtaj u svesci duž, procijeni njenu tačnu dužinu i zabilježi je do nje. Zatim izmjeri dužinu duži lenjirom.
- Koja je razlika između dvije dužine?
  - Koliko milimetara je napravljena greška između procjene i mjerjenja lenjirom?
- \*9.** Dva biciklista krenula su istovremeno sa istog mjesta. Jedan bicikl je išao brzinom od 42 kilometra na sat, a drugi brzinom od 39 kilometara na sat. Kolika će biti njihova udaljenost nakon 8 sati ako se kreću a) u istom smjeru      b) u suprotnom smjeru.

## MASA. MJERE ZA MASU

### Uvodna aktivnost

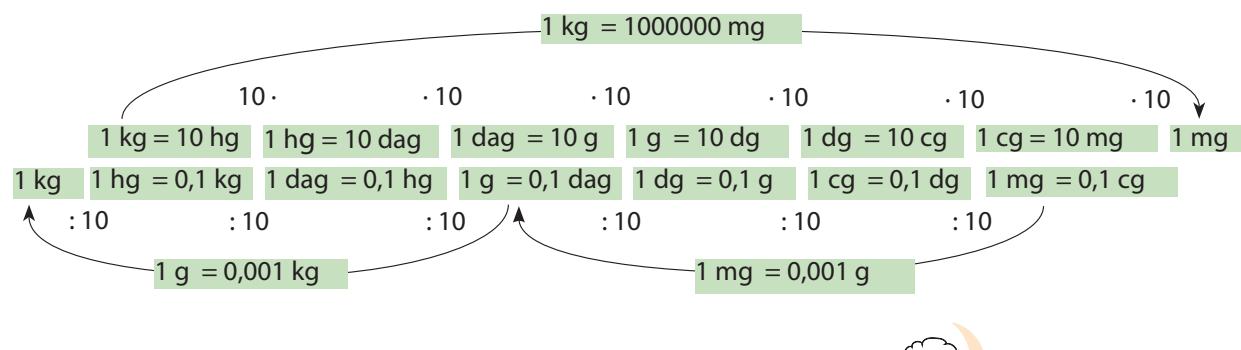
Na jednu stranu vage stavljamo metalnu kuglicu, a na drugu tegove od 50 g, 20 g i 10 g. Vaga je van ravnoteže. Ako u posudu sa metalnom kuglom dodamo težinu od 20 g, onda je vaga je u ravnoteži. Kolika je masa metalne kugle?



U Međunarodnom sistemu mjerjenja, osnovna jedinica mjere za masu je jedan kilogram, označeno sa 1 kg.

ime mjerne jedinice za masu	oznaka za svaku mjernu jedinicu	izražavanje mjerne jedinice u odnosu na mjerne jedinice za masu
ton	t	$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$
kilogram	kg	1 kg – osnovna jedinica
hektogram	hg	$1 \text{ hg} = \frac{1}{10} \text{ kg} = 0,1 \text{ kg}$
dekagram	dag	$1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0,01 \text{ kg}$
gram	g	$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0,001 \text{ kg}$
decigram	dg	$1 \text{ dg} = \frac{1}{10000} \text{ kg} = 0,0001 \text{ kg}$
centigram	cg	$1 \text{ cg} = \frac{1}{100000} \text{ kg} = 0,00001 \text{ kg}$
miligram	mg	$1 \text{ mg} = \frac{1}{1000000} \text{ kg} = 0,000001 \text{ kg}$

Za zapisivanje mjernih jedinica iz većih prema manjim mjernim jedinicama i obrnuto, od manjih do većih mjernih jedinica, možete koristiti i priloženi dijagram na slici, pritom računanja u ovom razredu ćeš raditi samo do 3 decimalna mjesta.



Dovoljno je znati do tri decimalna mjesta.

**Primjer.** Masa jedne vreće kestena je 324 kg. Napišite to u:

- a) gramove    b) dekagrame    c) tone    č) decigrame

a)  $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ ,  $324 \text{ kg} = (324 \cdot 1000) \text{ g} = 324000 \text{ g}$

b)  $1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}$ ,  $324 \text{ kg} = (324 \cdot 100) \text{ dag} = 32400 \text{ dag}$

c)  $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ ,  $1 \text{ kg} = \frac{1}{1000} \text{ t}$ ,  $324 \text{ kg} = (324 : 1000) \text{ t} = 0,324 \text{ t}$

č)  $1 \text{ kg} = 10000 \text{ dg}$ , pa se dobija  $324 \text{ kg} = (324 \cdot 10000) \text{ dg} = 3240000 \text{ dg}$

**1.** Ispunite da bi bilo tačno:

a)  $5 \text{ kg} = \underline{\quad} \text{ dag} = \underline{\quad} \text{ g}$       b)  $8000 \text{ g} = \underline{\quad} \text{ kg}$       c)  $24 \text{ dag} = \underline{\quad} \text{ g} = \underline{\quad} \text{ cg}$

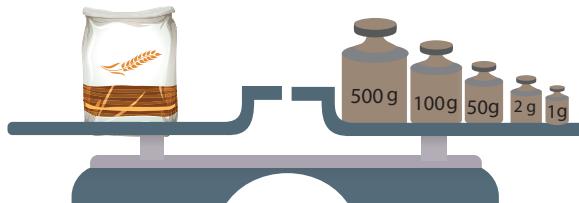
č)  $6 \text{ g} = \underline{\quad} \text{ kg}$       č)  $27 \text{ t} = \underline{\quad} \text{ kg} = \underline{\quad} \text{ hg}$       d)  $9 \text{ hg} = \underline{\quad} \text{ kg}$

dž)  $15 \text{ dag} = \underline{\quad} \text{ kg}$       đ)  $125 \text{ mg} = \underline{\quad} \text{ dg}$

**2.** Dopuni do 1 kg.

a) $600 \text{ g}$	b) $23850 \text{ mg}$	c) $5,3 \text{ hg}$	č) $21,5 \text{ dg}$
$+$	$+$	$+$	$+$

**3.** Na jednoj vagi je vreća brašna, a na drugoj su tegovi kao što su dati na slici. Kolika je masa vreće sa brašnom?



### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** a) Zapišite masu od 77 g u miligramima i u kilogramima.

b) Napišite masu od 1840 mg u gramima i kilogramima.

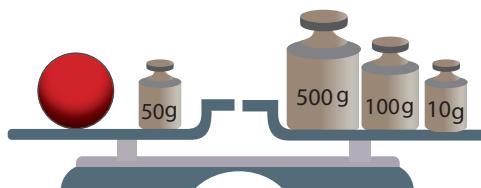
**2.** Dodajte, tako da jednačine budu tačne:

a)  $4,2 \text{ t} = \underline{\quad} \text{ kg}$       b)  $3,7 \text{ kg} = 3700 \underline{\quad}$

c)  $20 \text{ kg} = \underline{\quad} \text{ t}$       č)  $3,9 \underline{\quad} = 3900 \text{ kg}$

**3.** Vaga data na slici je u ravnoteži.

Kolika je masa lopte?



**4.** Pretvorite:

a)  $250 \text{ g} \text{ u } \text{kg}$       b)  $3,14 \text{ g} \text{ u } \text{mg}$       c)  $1,25 \text{ kg} \text{ u } \text{g}$

č)  $6,05 \text{ t} \text{ u } \text{kg}$

**5.** Na slici je data kuhinjska vaga.

- a) Koja je najveća masa koja se može izmjeriti vagom?
- b) Kolika je vrijednost mase između podjela na vagi označene sa x?
- c) Kolika je vrijednost podjela na skali?
- č) Kolika je masa narandži koje su postavljene na vagu?



**\*6.** Za 9 kg pasulja plaćeno je 1440 denara. Koliko denara treba platiti za 36 kg pasulja? Objasni kako ste riješili problem.

**\*7.** Masa jednog kamiona je 3560 kg. U kamionu je bilo 27 sanduka, od kojih je svaki imao masu od 57 kg i 46 vreća, svaka mase 36 kg. Može li kamion preći most čija je nosivost 6,5 t? Objasni svoj odgovor.

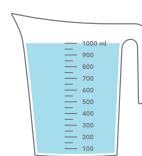
**\*8.** Čika Vele je kupio 189 kg jabuka po cijeni od 19 denara za kilogram. Prodao ih je za 35 denara po kilogramu. Koliko je denara izgubio, ako je prilikom mjerena izmjerio 1500 g manje?

**\*9.** Za 5,5 kg masti je plaćeno 745 denara, a za 10 kg šećera 650 denara. Koliko ukupno je plaćeno 1100 dag masti i 20000 g šećera?

## VOLUMEN. MJERE ZA VOLUMEN

### Uvodna aktivnost

1. U jednom bokalu se nalazi 1 litar vode.  
Elena je prosula 100 ml vode.  
Koliko mililitara vode je ostalo u bokalu?



2. Jedna kofa sadrži 2,75 litara vode.  
Koliko je to mililitara?



Osnovna jedinica mjere za mjerjenje volumena je jedan litar i označava se sa 1 ℓ.

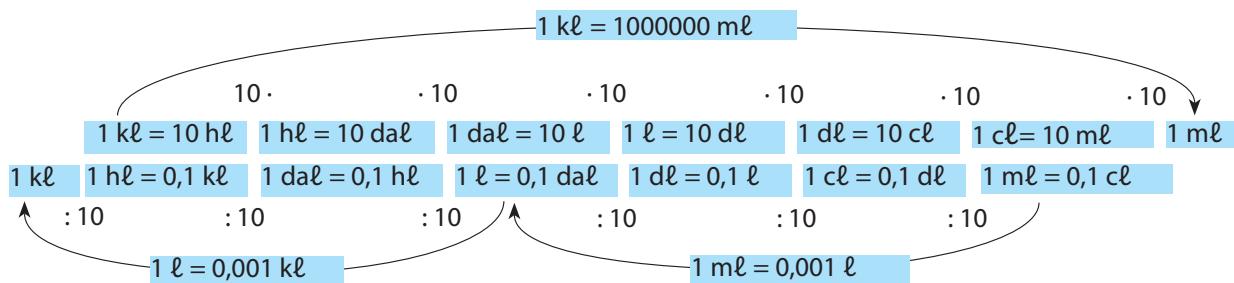
U tabeli su prikazane veće i manje jedinične mjere za volumen i njihov odnos prema osnovnoj jedinici mjere za volumen.

Ako provjerimo odnos između većih i manjih jediničnih mjera, utvrdićemo da

broj koji pokazuje koliko manjih jedinica mjere daju sljedeću veću jedinicu je 10.

ime mjerne jedinice za volumen	oznaka za svaku mjeru jedinicu	izražavanje mjerne jedinice u osnovnu mjeru jedinicu za volumen
kilolitar	$\text{k}\ell$	$1 \text{k}\ell = 1000 \ell$
hektolitar	$\text{h}\ell$	$1 \text{h}\ell = 100 \ell$
dekalitar	$\text{da}\ell$	$1 \text{da}\ell = 10 \ell$
litar	$\ell$	1 $\ell$ – osnovna jedinica
decilitar	$\text{d}\ell$	$1 \text{d}\ell = \frac{1}{10} \ell = 0,1 \ell$
centilitar	$\text{c}\ell$	$1 \text{c}\ell = \frac{1}{100} \ell = 0,01 \ell$
mililitar	$\text{m}\ell$	$1 \text{m}\ell = \frac{1}{1000} \ell = 0,001 \ell$

Za zapisivanje mjernih jedinica od većih ka manjim mjernim jedinicama i obrnuto, od manjih do većih mjernih jedinica, možeš koristiti i sljedeći dijagram:



Dovoljno je znati do tri decimalna mjesta.

**Primjer 1.** U podrumu djeda Borisa bilo je 5 buradi. Tabela pokazuje koliko je bilo vode u svakom buretu. U kojem buretu je bilo najviše vode? Koliko je bilo ukupno vode u buradima?

bure	voda
1	67000 $\text{m}\ell$
2	45,5 $\ell$
3	5 $\text{da}\ell$
4	150 $\text{d}\ell$
5	2500 $\text{c}\ell$

Voda u svakom buretu je data u različitoj mjeri jedinica volumena.

Zapisaćemo količinu vode iz svakog bureta u litrima:

$$67000 \text{ mL} = 67 \text{ l} \quad 5 \text{ daL} = 50 \text{ l}$$

$$150 \text{ dL} = 15 \text{ l} \quad 2500 \text{ cL} = 25 \text{ l}$$

U prvom buretu ima najviše vode.

Sada možemo da saberemo:  $67 \text{ l} + 45,5 \text{ l} + 50 \text{ l} + 15 \text{ l} + 25 \text{ l} = 202,5 \text{ l}$ .

**Primjer 2.** Popunite prazne kvadrate u svakoj jednačini.

a)  $5 \text{ l} = \boxed{\phantom{0}} \text{ daL}$       b)  $4 \text{ mL} = 0,4 \boxed{\phantom{0}}$       c)  $4,3 \text{ kL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ dL}$       č)  $6,2 \text{ cL} = 0,062 \boxed{\phantom{0}}$

a)  $5 \text{ l} = (5 : 10) \text{ daL} = \boxed{0,5} \text{ daL}$

b)  $4 \text{ mL} = (4 : 10) \text{ cL} = 0,4 \boxed{\phantom{0}} \text{ cL}$

c)  $4,3 \text{ kL} = (4,3 \cdot 10000) \text{ dL} = \boxed{43000} \text{ dL}$

č)  $6,2 \text{ cL} = (6,2 : 100) \text{ L} = 0,062 \boxed{\phantom{0}} \text{ L}$

**1.** Popunite prazna polja kvadrata u svakoj jednačini.

a)  $7 \text{ kL} = 700000 \boxed{\phantom{0}}$       b)  $7,3 \text{ cL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ mL}$       c)  $850 \text{ mL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ cL}$       č)  $45 \text{ hL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ L}$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Popunite polja kvadrata:

a)  $14 \text{ L} = \boxed{\phantom{0}} \text{ mL}$       b)  $35 \text{ hL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ L}$       c)  $6 \text{ dL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ cL}$       č)  $9 \text{ dL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ L}$

ć)  $5000 \text{ mL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ L}$       d)  $750 \text{ mL} = \boxed{\phantom{0}} \text{ cL}$

**2.** Koliko je u decilitrima:      a)  $\frac{8}{10} \text{ L}$       b)  $\frac{2}{5} \text{ L}$

**3.** Bojan je mjerio vodu za jedan eksperiment. Napunio je jednu posudu od  $3\text{L}$  i drugu od  $1,5$  kontejnera  $\text{L}$ . Koliko je Bojan ukupno napunio vode? Odgovor napišite u mililitrima.

**4.** Izvor daje  $1465,7$  litara vode za  $30$  minuta. Koliko će litara vode poteći sa izvora za:

- a)  $1$  sat      b)  $2$  sata      c)  $10$  sati

Odgovore napišite u decilitrima i hektolitrima.

**5.** Stefanova majka je napravila  $66 \text{ L}$  soka od borovnice. U koliko flašica od  $33 \text{ cL}$  može da podijeli sok?

**6.** U jednom rezervoaru je bilo  $689635,5 \text{ L}$  goriva. Iz rezervoara je isporučeno  $8$  mašina. Svaka mašina zahtjevala je  $3945,75 \text{ L}$  goriva dnevno. Koliko će litara goriva ostati u rezervoaru nakon  $14$  dana?

**\*7.** Marija je imala  $1,2 \text{ L}$  soka. Došlo je  $8$  prijatelja. Svaka čaša sakupila je  $2 \text{ dL}$  soka. Da li je imala čašu soka za svakog prijatelja? Ako nije, kako ćeš predložiti Mariji da postupi?

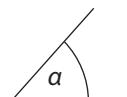
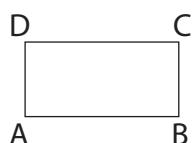
\*8. Iz jedne cijevi za 8 sati isteče  $8.164,4 \text{ l}$  vode, a ista količina vode isteče iz druge cijevi za 6 sati. Koliko će vode isteći iz dvije cijevi za 24 sata?

\*9. Koliko litara soka ima 136 boca, ako svaka boca ima  $750 \text{ ml}$  soka? Koliko će se dobiti od prodaje flaša, ako jedan litar soka košta 97,5 denara?

## ISTOIMENI BROJEVI. PRETVARANJE ISTOIMENIH BROJAVA U DRUGI ISTOIMENI BROJ

### Uvodna aktivnost

Koji su oblici dati na crtežu? Šta možeš da izmjeriš kod njih? Izmjeri i zabilježi.



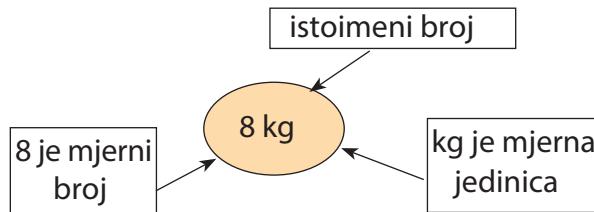
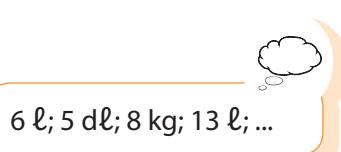
**Primjer 1.** a) Koja je razlika između  $5 \text{ l}$  i  $8 \text{ l}$ ?

b) Koja je razlika između  $5 \text{ l}$  i  $5 \text{ dL}$ ?

a) Na desnoj strani brojeva 5 i 8 ispisano je ime jedinice volumena. Štaviše, jedinica mjere koja se koristi za oba broja je ista. Razlika je u veličini količine  $5 \text{ l} < 8 \text{ l}$ .

b) Na desnoj strani broja 5 ispisana je jedinica mjere litar za volumen, a na desnoj strani broja 5 je napisana jedinica mjere decilitar za volumen. Razlika je u tome što se koriste različite jedinice mjere volumena.

Zapis u kojem je naziv jedinice mjere isписан na desnoj strani broja naziva se istoimeni broj.



1. Koji od sljedećih zapisa:  $35 \text{ m}$ ;  $9,460$ ;  $365 \text{ dana}$ ;  $87 \text{ m}^2$ ;  $189$ ;  $3,4$ ;  $15 \text{ часа}$  i  $467 \text{ kg}$  je istoimeni broj?

**Primjer 2.** Pretvorite istoimeni broj 17 m u istoimeni broj sa:

a) cm      b) km

a)  $17 \text{ m} = (17 \cdot 100) \text{ cm} = 1700 \text{ cm}$

b)  $17 \text{ m} = (17 : 1000) \text{ km} = 0,017 \text{ km}$

Prilikom pretvaranja istoimenog broja sa većom jedinicom mjere u istoimeni broj sa manjom jedinicom mjere, taj broj se množi odgovarajućim brojem, što pokazuje koliko manjih jedinica mjera daju veću jedinicu mjere.

Prilikom pretvaranja istoimenog broja sa manjom jedinicom mjere u istoimeni broj sa većom jedinicom mjere, taj se broj dijeli odgovarajućim brojem, koji pokazuje koliko manjih jedinica mjere daje veću jedinicu mjere.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Zapiši tri istoimena broja.
2. Nacrtaj tabelu u svojoj svesci i popuni je. Objasni svoj odgovor svakog reda.  
Prvi red je već popunjen.

	istoimeni broj	neistoimeni broj
254 km	✓	
89°		
1957 dač		
76 polica		
45 m <sup>2</sup>		
345,87		
13 °C		
389		
458 hg 23 dač		
16 godina 56 kg		
7 $\frac{12}{13}$		

2. Pretvorite istoimeni broj:
  - 5 cm u istoimeni broj sa dm
  - 17 hℓ u istoimeni broj sa ℓ
  - 5 m<sup>2</sup> u istoimeni broj sa dm<sup>2</sup>
  - 20 hℓ u istoimeni broj sa kℓ
  - 16 dag u istoimeni broj sa kg
  - 25 dm u istoimeni broj sa dam

3. U jednom džaku je bilo 37 kg krompira, a u drugom džaku 135 hg krompira. Koliko ukupno ima krompira u oba džaka?
  4.  $175,5 \text{ l}$  je podijeljeno u 5 posuda. Koliko litara soka ima u svakoj posudi?
  5. Debljina jedne knjige iznosi 5 cm. Kolika je debljina knjige u metrima?
  6. Dužina jedne šine iznosi 9 m. Koliko šina je potrebno da se postavi železnička pruga duga 45 km?
- \*7. Jedan biciklista je vozio tri dana. Prvog dana je prešao  $22\frac{1}{2}$  km, drugog dana je prešao  $63\frac{3}{4}$  km više nego prvog dana, a trećeg dana je prešao  $57\frac{1}{2}$  km manje nego drugog dana. Koliko kilometara je biciklista prešao drugog i trećeg dana? Koliko je ukupno kilometara prešao za sva tri dana?
- \*8. U 100 g crvene paprike bilo je 0,3 g vitamina C. Koliko vitamina C ima u 3,5 kg paprike? Obrazloži način rješavanja problema.
- \*9. U 100 g divljih jagoda bilo je 0,8 g vitamina C, dok je u 100 g odgajenih jagoda bilo 3,5 puta više vitamina C. Koliko vitamina C ima u 9,5 kg odgajenih jagode? Obrazloži način rješavanja problema.

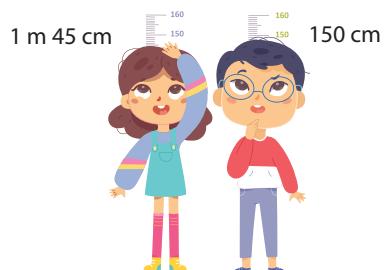
## VIŠEIMENI BROJEVI. PRETVARANJE ISTOIMENOG BROJA U VIŠEIMENI BROJ I OBRNUTO

### Uvodna aktivnost

Koja je visina dječaka i djevojčice na slici?

Njihova visina je data na dva načina.

Koja je razlika?



**Primjer 1.** Koja je razlika između brojeva 4500 g i 4 kg 500 g?

Oba zapisa predstavljaju istu masu. U prvom slučaju se daje sa jednim mjernim brojem i jednom mjernom jedinicom, a u drugom sa 2 mjerna broja i pripadajućoj mjernej jedinici pored njih. Kažemo da je 4 kg 500 g višeimeni broj.

Dva ili više brojeva u kojima se koriste jedinice mjere iz istog sistema mjera jedan pored drugog, pri čemu je veća jedinica mjere napisan lijevo od manjeg, naziva se višeimeni broj.

6 l 7 dl, 8 kg 13 dg, ...



Jednoimeni i višeimenski brojevi sa jednim imenom se nazivaju **imenovani brojevi**.

1. Zapiši tri višeimenovana broja.

**Primjer 2.** Pretvoriti jednoimeni broj u višeimenovani broj.

- a) 5896 g      b) 8906 cm      c) 256871 mm<sup>2</sup>

a) Krećući se s desna na lijevo u broju, svaka sljedeća pozicija je 10 puta veća od prethodne, isto kao i svaka sljedeća veća mjerna jedinica za masu.

$$\begin{aligned} 5896 \text{ g} &= 6 \text{ g } 9 \text{ dag } 8 \text{ hg } 5 \text{ kg} \\ &= 5 \text{ kg } 8 \text{ hg } 9 \text{ dag } 6 \text{ g} \end{aligned} \quad \text{Podređujemo od veće prema manjoj mjeri za masu.}$$

Može se koristiti i sljedeći način:

5000	800	90	6
5 kg	8 hg	9 dag	6 g
5896 g			

b) 8906 cm = 6 cm 0 dm 9 m 8 dam  
= 8 dam 9 m 6 cm

Podređujemo od veće prema manjoj mjeri za dužinu.

c) 256871 mm<sup>2</sup> = 71 mm<sup>2</sup> 68 cm<sup>2</sup> 25 dm<sup>2</sup>  
= 25 dm<sup>2</sup> 68 cm<sup>2</sup> 71 mm<sup>2</sup>

Podređujemo od veće prema manjoj mjeri za površinu.



1 dm<sup>2</sup> = 100 cm<sup>2</sup>

Prilikom pretvaranja broja s jednom mjerom u broj s više mjernih jedinica, broj se dijeli u grupe (dijelove, sabirke) koje zavise od odgovarajućeg broja (za dužinu, masu i volumen taj broj je 10), koji pokazuje koliko manjih mjernih jedinica daje sljedeća veća mjerna jedinica. Zatim se te grupe pretvaraju u istoimene brojeve.

**2.** Pretvori istoimeni broj u višeimeni broj:

- a) 35 mm      b) 13709 mm<sup>2</sup>      c) 90508 kg      č) 670987 dm<sup>2</sup>

**Primjer 3.** Pretvori višeimenovani broj:

a) 9 km 6 hm 8 m u metre      b) 8 dač 8 l 7 dč litre

a)  $9 \text{ km } 6 \text{ hm } 8 \text{ m} = 9000 \text{ m} + 600 \text{ m} + 8 \text{ m} = 9608 \text{ m}$

b)  $8 \text{ dač } 8 \text{ l } 7 \text{ dč} = 80 \text{ l} + 8 \text{ l} + 0,7 \text{ l} = 88,7 \text{ l}$

**3.** Pretvori višeimeni broj:

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| a) 5 hč 9 l 6 dč u l    | b) 6 m 7 cm u mm   |
| c) 9 kg 7 hg 5 dag u hg | č) 42 m <sup>2</sup> 14 dm <sup>2</sup> 98 cm <sup>2</sup> u dm <sup>2</sup> |

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Pretvori istoimeni broj u višeimeni broj:

- |           |             |                       |                         |
|-----------|-------------|-----------------------|-------------------------|
| a) 6258 m | b) 15354 dm | c) 214 m <sup>2</sup> | č) 3426 dm <sup>2</sup> |
| ć) 127 dč | d) 765 dg   |                       |                         |

**2.** Pretvori:

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| a) 5 dam 15 dm 7 cm u cm  | b) 17 m <sup>2</sup> 5 dm <sup>2</sup> u m <sup>2</sup> |
| c) 19 hč 8 l 7 dč u l     | č) 13 kg 6 hg 9 dag u dag                               |
| ć) 16 hč 15 dč 6 ml u dač | d) 7 m <sup>2</sup> 8 cm <sup>2</sup> u cm <sup>2</sup> |

**4.** Tabla ima dužinu 2,5 m i širinu 125 cm. Kolika je površina table u cm<sup>2</sup> i m<sup>2</sup>?

**5.** Iz slavine kaplje voda. Koliko litara vode iscuri za jednu noć ako svake minute kaplje 8 ml vode?

**6.** Zapiši:

- |                      |                            |                         |
|----------------------|----------------------------|-------------------------|
| a) 4m 8 dm u metrima | b) 2 dč 4 cl u decilitrima | c) 39 mg u centigramima |
|----------------------|----------------------------|-------------------------|

**7.** Novčić od 10 denara ima masu od 3 g. Kolika je vrijednost 7,5 kg takvih novčića?

\*8. Zapiši istoimene brojeve u metrima i centimetrima:

- a) 7,21 m      b) 7,03 m      c) 170,5 m

\*9. Zapiši istoimene brojeve u kilogramima i gramima:

- a) 1,3 kg      b) 1,003 kg      c) 100,02 kg

## UPOREĐIVANJE MJERENJA DUŽINE, MASE I VOLUMENA

### Uvodna aktivnost

- Antonio je dobio 5 bodova od mogućih 10 na jednom testu. Lindita je dobila 10 bodova od mogućih 20 na drugom testu. Čiji rezultat je bio bolji? Objasni kako si došao do odgovora.
- Poređajte sljedeće brojeve  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{6}$  po veličini, počevši od najmanjeg.
- Poređajte sljedeće brojeve po veličini, počevši od najmanjeg.  
a) 1,01; 1,1; 0,1; 0,11; 0,01      b) 0,19; 0,9; 0,91; 0,09; 0,11

**Primjer 1.** Dvoje takmičara je učestvovalo u maratonu. Tokom prvog sata trke, prvi takmičar je istrčao  $2\frac{3}{5}$  km, a drugi takmičar je istrčao  $2\frac{7}{20}$  km. Ko je istrčao više kilometara?

Prvi takmičar:

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{5} \text{ km} &= \frac{13}{5} \text{ km} && \text{Mješoviti broj zapisan kao razlomak.} \\ &= \frac{13 \cdot 4}{5 \cdot 4} && \text{Proširujemo razlomak sa 4.} \\ &= \frac{52}{20} \text{ km} \end{aligned}$$

Drugi takmičar:

$$2\frac{7}{20} \text{ km} = \frac{47}{20} \text{ km} \quad \text{Mješoviti broj zapisan kao razlomak.}$$

Prvi takmičar je istrčao više kilometara dok je trčao prvi sat trke,  
 $\frac{52}{20} \text{ km} > \frac{47}{20} \text{ km}$ , odnosno  $2\frac{12}{20} \text{ km} > 2\frac{7}{20} \text{ km}$ . Dobili smo  $2\frac{3}{5} > 2\frac{7}{20}$

Razmisli može li se ovaj zadatak riješiti na drugi način? Obrazloži!

**Primjer 2.** U jednu posudu Ana je stavila  $12,34 \text{ l}$  voda, vode, a u drugu je Sima stavio  $1,258 \text{ da}\ell$  vode. U kojoj posudi je stavljeni više vode?

Pretvorimo  $1,258 \text{ da}\ell$  u litre.

$$1,258 \text{ da}\ell = (1,258 \cdot 10) \text{ l} = 12,58 \text{ l},$$

$$12,58 \text{ l} > 12,34 \text{ l}$$

Zašto da\ell  
pretvaramo u l?

Dakle, u Siminoj posudi je stavljeni više vode.

**1. Šta je veće i za koliko:**

- a)  $0,36 \text{ m}$  ili  $53 \text{ cm}$ ?      b)  $28\frac{3}{4} \text{ kg}$  ili  $28\frac{3}{8} \text{ kg}$ ?      c)  $0,001 \text{ l}$  ili  $0,1 \text{ ml}$ ?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1. Šta je veće i za koliko?**

- a)  $30000 \text{ m}$  ili  $3 \text{ km}$       b)  $20 \text{ dg}$  ili  $0,002 \text{ kg}$       c)  $17\frac{2}{10} \text{ da}\ell$  ili  $180\frac{1}{2} \text{ l}$

**2. Koliko je puta veći?**

- a)  $66 \text{ cm}$  od  $6 \text{ cm}$       b)  $2,5 \text{ m}$  od  $20 \text{ cm}$       c)  $1 \text{ km}$  od  $0,5 \text{ dam}$

**3. Koliko je puta manji:**

- a)  $0,5 \text{ hm}$  od  $5 \text{ hm}$       b)  $0,2 \text{ km}$  od  $400 \text{ m}$       c)  $5 \text{ dam}$  od  $5 \text{ km}$

**4. Rasporedite imenovane brojeve po veličini:  $15,4 \text{ l}$ ;  $13,16 \text{ d}\ell$ ;  $8,7 \text{ d}\ell$ ;  $1,54 \text{ da}\ell$ ;  $63,7 \text{ d}\ell$ ,  $9,7 \text{ l}$ , počevši od najmanjih.**

**\*5. Četiri loptice M, N, P, K raspoređene su na dvije vase. Na slici je dato kako se uz pomoć tegova uspostavlja ravnoteža dveju loptica. Sortirajte loptice prijema veličini njihovih masa, počevši od najmanjih.**



**6. Poređaj imenovane brojeve po veličini:  $12\frac{2}{10} \text{ kg}$ ,  $9\frac{3}{4} \text{ hg}$ ,  $9\frac{1}{4} \text{ hg}$ ,  $120 \text{ dag}$ ,  $9,7 \text{ kg}$ , počevši od najmanjeg.**

**7. Uporedi brojeve pomoću znakova  $<$ ,  $>$  ili  $=$ :**

- a)  $930 \text{ g}$  i  $0,12 \text{ t}$       b)  $0,12 \text{ t}$  i  $120 \text{ kg}$       c)  $8000000 \text{ g}$  i  $8 \text{ t}$       č)  $8 \text{ t}$  i  $43 \text{ kg}$   
 č)  $125 \text{ hg}$  i  $0,12 \text{ t}$       d)  $6 \text{ kg}$  i  $43 \text{ kg}$       dž)  $125 \text{ hg}$  i  $0,12 \text{ t}$       đ)  $6 \text{ kg}$  i  $8000000 \text{ g}$

**\*8. Šta je veće?**      a)  $\frac{1}{4} \text{ km}$  ili  $250 \text{ m}$       b)  $\frac{3}{4} \text{ sata}$  ili  $47 \text{ min}$       c)  $\frac{2}{5} \text{ kg}$  ili  $350 \text{ g}$

\*9. Prvo izračunajte vrijednost svakog izraza, a zatim poređajte dobijene vrijednosti od najmanje do najveće.

- a)  $7 \text{ kg } 13 \text{ g} + 28 \text{ kg } 270 \text{ g}$ ;  $48 \text{ kg } + 52 \text{ g}$  i  $32 \text{ kg } 5 \text{ g} + 4 \text{ kg } 50 \text{ g}$   
 b)  $57 \text{ km } 5 \text{ m} - 24 \text{ km } 236 \text{ m}$ ;  $96 \text{ km } 328 \text{ m} - 52 \text{ km } 497 \text{ m}$  i  $306,007 \text{ km} - 196,597 \text{ km}$

## PROCJENJIVANJE DUŽINE, MASE I VOLUMENA

### Uvodna aktivnost

Dati su primjeri različitih strategija procjene. Neke od njih su tačne, a neke nisu. Za svaki primjer, odgovorite je li strategija tačna ili ne. Ako nije tačna, zabilježite tačnu strategiju.

izraz	strategija
$3456 - 199,7$	$3456 - 200 + 0,3$
$427 + 199$	$427 + 200 + 1$
$4865 + 299$	$4865 + 300 - 1$
$4824 - 2997$	$4824 - 3000 - 3$
$9843 - 7997$	$9843 - 8000 + 3$

izraz	strategija
$39 \cdot 5$	$40 \cdot 5 - 5$
$99 \cdot 7$	$100 \cdot 7 + 7$
$25,1 \cdot 4$	$25 \cdot 4 - 0,4$
$13,1 \cdot 3$	$13 \cdot 3 + 0,3$
$299 \cdot 6$	$300 \cdot 6 - 6$

1. Prvo procijeni, a zatim izračunaj količnike:

- a)  $104 : 4$    b)  $168 : 7$    c)  $342 : 6$    d)  $423 : 9$    č)  $472 : 8$    d)  $305 : 5$

2. Procijeni koliko tečnosti može da sadrži svaka od navedenih ambalaža:

a)	b)	c)	č)
20 mL		10 mL	
200 mL		300 mL	
2000 mL	1000 mL	800 mL	1000 mL

3. Procijeni masu svakog objekta:

a)	b)	c)	č)	č)
6 g	5 g	1 kg	1,5 kg	1 kg
60 g	50 g		15 kg	10 kg
600 g	500 g	10 kg	150 kg	100 kg

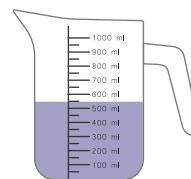
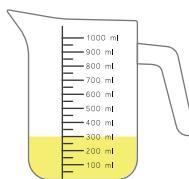
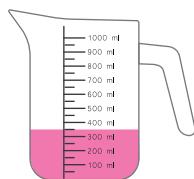
U zadacima 4 i 5, prvo procijeni, a zatim izračunaj pisanim putem.

4. Površina jedne pravougaone sobe iznosi  $19,9 \text{ m}^2$ , a dužina joj je 5 m. Kolika je širina sobe?
5. Sa jednog polja dobijeno je 1,5 tona jedne sorte pšenice, a sa drugog polja 0,9 tona druge sorte pšenice. Polovina ukupne težine pšenice je prodata. Koliko pšenice ostaje neprodata?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

U sljedećim zadacima, prvo procijeni i objasni kako si procijenio, a zatim provjeri svoju procjenu pismeno.

1. Za šivenje jednog muškog odijela potrebno je 2,9 metara tkanine određene širine. Koliko metara tkanine iste širine je potrebno za 9 muških odijela?
2. U jednoj prodavnici bilo je 10 paketa soka od 1,5 litara. Svaki paket sadrži 6 boca. Koliko litara soka ima u trgovini?
3. Na 50 gradilišta dostavljeno je po 9,9 tona šljunka. Koliko tona šljunka je ukupno dostavljeno na gradilišta?
4. Procijeni dužinu i prečnik tvoje olovke, a zatim ih izmjerit lenjirom. Kolika je razlika između procijenjene i stvarne dužine prečnika tvoje olovke?
5. BU vinariji su bila burad sa ukupno 3457 decilitara vina. Prodato je 199,8 decilitara vina. Koliko litara vina ostaje u toj vinariji?
6. U 5 kutija stavljeni su po 25,2 kilograma jabuka. Procijeni ukupnu težinu jabuka u kutijama.
7. Petar je prešao 2499 metara, 2001 metar i 1499 metara u tri dana. Koliko kilometara je Petar prešao u tri dana?
8. Koliko mililitara se nalazi u tri mjerna suda prikazana na slici?



- \*9. Površina žutog kvadrata iznosi  $64 \text{ cm}^2$ .

Procijenite kolika površina je obojena plavom bojom.



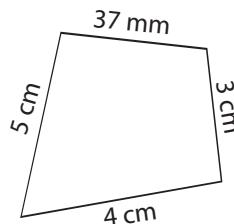
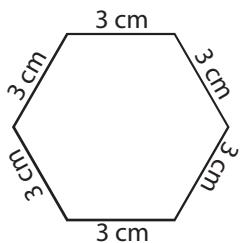
- \*10. Pčelar je prodao 39 kg meda u toku dva mjeseca. Prvog mjeseca je dobio 3800 denara za prodani med, a drugog mjeseca 4000 denara. Koliko kilograma meda je prodao prvog mjeseca, a koliko drugog mjeseca?
- \*11. Jedan atletičar, pripremajući se za takmičenje, prvog dana je pretrčao 17,2 km, a drugog dana 2,9 km više nego prvog dana. Koliko je kilometara atletičar pretrčao drugog dana, a koliko ukupno u oba dana?

## OBIM MNOGOUGLA

### Uvodna aktivnost

Koji od mnogouglova je pravilan, a koji je nepravilan? Objasni.

Koliki je obim svakog mnogougla?



**Primjer 1.** Polja u obliku nepravilnog petougla imaju stranice:

$$a = 25 \text{ m}, b = 42 \text{ m}, c = 31 \text{ m}, d = 65 \text{ m}, e = 63 \text{ m}.$$

Koliko metara žice je potrebno da se obiju tri puta?

$$L = a + b + c + d + e = 25 \text{ m} + 42 \text{ m} + 31 \text{ m} + 65 \text{ m} + 63 \text{ m} = 226 \text{ m}.$$

226 m potrebno je 226 m žice za jedan krug oko polja, a za tri puta imamo:

$$226 \text{ m} \cdot 3 = 678 \text{ m žice.}$$

**Primjer 2.** Pravilan petougao ima obim 256 cm. Koliko iznosi dužina stranice petougla?

Ako stranicu petougla označimo sa  $a$ , tada

$$L = 5 \cdot a$$

$$256 \text{ cm} = 5 \cdot a$$

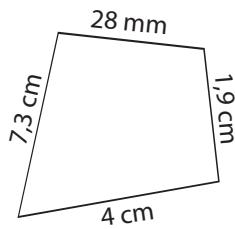
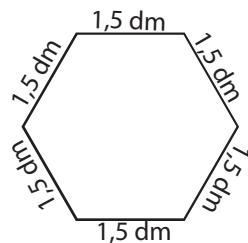
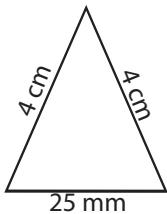
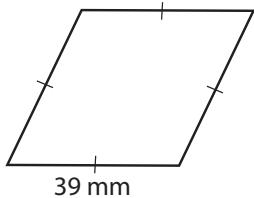
$$a = 256 \text{ cm} : 5 = 51,2 \text{ cm}.$$

Strana pravilnog petougla iznosi 51,2 cm.

- Izračunaj obim trougla sa stranicama dužine 33,78 cm, 29,51 cm, 38,99 cm i zaokruži ga na jedno decimalno mjesto.
- Izračunaj obim pravougaonika sa dužinom stranice  $a = 3$  cm i površinom  $P = 16,8 \text{ cm}^2$ .

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- Obim stranice kvadrata  $L = 27,6 \text{ dm}$ . Izračunaj dužinu strane kvadrata.
- Izračunaj obim pravougaonika, ako je dužina stranice 7 cm i površina  $P = 53,9 \text{ cm}^2$ .
- Izračunaj obim svakog višeugaonika.



- Površina pravougaonika je  $16 \text{ cm}^2$ , a dužine njegovih stranica su prirodni brojevi.
  - Koliko takvih pravougaonika postoji?
  - Koji od njih ima najveći obim?
- Izračunaj obim pravilnog dvanaestougona sa stranicama dužine 3 cm 5 mm.
- Obim polja u obliku pravilnog mnogougla iznosi 210 m, a njegova stranica je 14 m. Koja vrsta pravilnog mnogougla odgovara obliku polja?
- Izaberi trocifren broj u kojem su sve cifre iste.
  - Saberi cifre trocifrenog broja kojeg si odabrao.
  - Saberi cifre trocifrenog broja kojeg si odabrao.
  - Dobijeni rezultat treba da predstavlja stranicu pravilnog sedmougaonika u decimetrima. Koliki je perimetar tog pravilnog sedmougaonika?
  - Ponovi postupak sa drugim početnim brojem. Šta primjećuješ?
- Pravougaonik ima stranice:  $a = \frac{15}{4} \text{ dm}$ ,  $b = \frac{9}{4} \text{ dm}$ . Koliki je obim tog pravougaonika?
- Izračunaj obim jednakokrakog trougla sa osnovom od 5,5 cm i krakom od 72 mm.

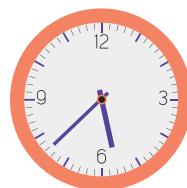
- 10.** Obim jednakokrakog trougla iznosi 20 cm. Njegova osnova je 2 cm duža od krakova. Kolike su stranice tog trougla?
- \*11.** Ana je nacrtala pravilan sedmougaonik sa stranicom od 9 cm. Kako će se promijeniti obim pravilnog sedmougaonika ako se stranica poveća za 2 cm?
- \*12.** Izračunaj obim pravilnog šestougla sa stranicom dužine  $\frac{13}{3}$  dm.
- \*13.** Proizvod tri prosta broja je 1001. Ti brojevi su stranice trougla. Koliki je obim tog trougla?
- \*14.** Obim jednakokrakog trougla je 4 dm. Izračunaj dužinu njegovog kraka  $b$ , ako je osnova trougla stranica jednakokrakog trougla čiji je obim 21 cm.

## VRIJEME. MJERE ZA VRIJEME

### Uvodna aktivnost

Hristijan treba da stigne na čas poslije plesa danas do 19:25.

Ako ovaj časovnik pokazuje trenutno vrijeme, koliko vremena mu preostaje do časa?



U tabeli su prikazane manje i veće mjere vremena, zajedno sa njihovim odnosima prema manjim jedinicama i osnovnoj mjeri vremena.

U Međunarodnom sistemu jedinica mjera, osnovna jedinica za mjerjenje vremena je sekunda.

ime mjerne jedinice za vrijeme	oznaka za svaku mjeru jedinicu	izražavanje mjerne jedinice u odnosu na mjeru jedinicu za vrijeme
vijek	vijek	1 vijek = 100 god.
decenija	dec.	1 dec. = 10 god.
godina	god.	1 god. = 31556926 s
dan	dan	1 dan = 24 h = 86400 s
sat	h	1 h = 60 min = 3600 s
minuta	min	1 min = 60 s
sekunda	s	1 s – osnovna jedinica

Prisjeti se o mjerama za vrijeme.



**1.** Sa kojom napravom se mjeri vrijeme?

Kroz istoriju, korišćeni su različiti časovnici.



**2.** Koji časovnici se najčešće koriste u današnje vrijeme?

**Primjer 1.** Anina majka je počela pripremu ručka u 12 sati i 10 minuta. Kuvala je 55 minuta. U koliko sati je ručak bio gotov?

$$\begin{aligned} & 12 \text{ h } 10 \text{ min} + 55 \text{ min} \\ & = 12 \text{ h} + 65 \text{ min} \quad \text{Sabiramo minute.} \\ & = 13 \text{ h } 5 \text{ min} \quad 65 \text{ min} = 1 \text{ h } 5 \text{ min} \end{aligned}$$

Ručak je bio gotov u 13 h 5 min.

**3.** Artan je slušao pjesmu koja je trajala 2 minuta i 45 sekundi. Kada pjesma završava, slijedi pauza od 15 sekundi, nakon čega pjesma počinje iz početka. On je počeo da sluša pjesmu u 13 sati. Ako je slušao pjesmu više puta, da li će biti u toku pjesme ili pauze u 13 sati i 31 minut?

**Primjer 2.** Koji dio sata je:

- a) 17 min      b) 235 s

a) 17 min

$$= \frac{17}{60} \text{ h} \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min}, 1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

b) 235 s

$$= \frac{235}{3600} \text{ h} \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, 1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$$

Mogu li se skratiti razlomci?

**4.** Koji dio dana je:

- a) 1 h      b) 1 min      c) 8 h      č) 12h

**5.** Koji dio godine je:

- a) 1 mjesec      b) 3 mjeseca      c) 6 mjeseci      č) 4 mjeseci



$$1 \text{ god.} = \frac{1}{10} \text{ dec.} \quad 1 \text{ god.} = \frac{1}{100} \text{ vijek} \quad 1 \text{ dec.} = \frac{1}{10} \text{ vijek}$$

**6.** Vera piše pismo baki svakih 12 dana, tetki svakih 15 dana, sestri svakih 18 dana, prijateljici svakih 24 dana.

- a) Ako je danas poslala po jedno pismo svakoj, koliko dana će trebati da istovremeno pošalje pismo svima?
- b) Po koliko pisama će poslati svakoj od njih za to vrijeme?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Koliko vremena ćeš provesti u školi ako imaš 5 sati po 40 minuta, dva odmora od po 5 minuta, jedan odmor od 20 minuta, i jedan odmor od 10 minuta? Ukupno vrijeme prikaži:  
a) u minutima    b) u satima.

**2.** Pretvori u minute: a) 600 s              b) 12 h              c) 6,2 dana

**3.** Marijina porodica je bila na izletu 8 sati i 20 minuta.

- a) Koliko sekundi je trajao izlet?
- b) Zapiši razlomkom koliko sata je trajao izlet?

**4.** Sat zaostaje svaki sat 2 minuta i 10 sekundi. Koliko će zaostati za 9 sati?

**5.** Martin je putovao od Velesa do Ohrida 189 minuta. Koliko sati i minuta je putovao?

**6.** Broj 5255 minuta zapiši kao višeimeni broj.

**7.** Višeimeni broj „12 dana 15 sati 15 minuta“ zapiši kao jednoimeni broj, u satima.

**8.** Višeimeni broj „1 vijek 55 godina“ zapiši kao jednoimeni broj, u vijekovima.

**9.** Kad je išao u školu, Nebojši je trebalo 16 minuta i 15 sekundi. Ako mu treba isto vrijeme za povratak, koliko minuta mu treba za odlazak i povratak do škole?

**10.** Koliko sekundi traje vrijeme od „3 sata 5 minuta 9 sekundi“?

**\*11.** Četvorica biciklista se kreću po kružnoj stazi različitim brzinama: prvi je obišao za 8 minuta drugi za 12 minuta, treći za 15 minuta, a četvrti za 18 minuta. Ako krenu sa iste početne tačke, koliko će vremena proći dok svi budu ponovno na početnoj tački? Koliko puta će svako od njih u međuvremenu proći stazu?

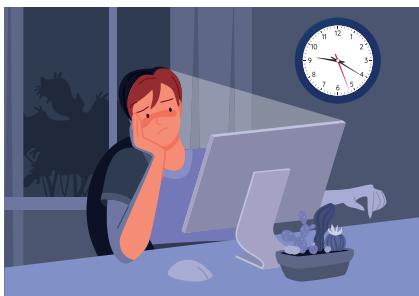
**\*12.** Jedan izvor daje 7422,75 litara vode u 9 minuta. Koliko litara vode će isteći iz izvora za:

- a) 27 minuta              b) 1 sat i 36 minuta              c) 3 sata

# DIGITALNI I ANALOGNI SATOVI

## Uvodna aktivnost

Šta je razlika između satova na slici?



**Primjer 1.** Koje vrijeme pokazuju satovi na slici?



18:15

6:15 popodne



10:05



10:05 prije podne

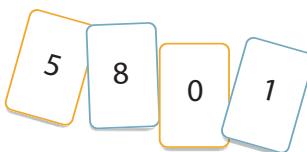
Primjeti da se kod analognih satova vrijeme može pročitati samo do vrijednosti 12, dok kod digitalnih satova može da se pročita do 24 sata. Zato, kada izražavamo vrijeme u 24-časovnom formatu, nije potrebno da se naglašava da li je prije podne ili popodne, dok kod 12-časovnog formata mora da se napomene.

Kada se koristi 12-časovni format na digitalnom satu, često se koriste skraćenice AM za izražavanje prije podneva i PM za izražavanje popodneva. Ovo je često praksa u zemljama poput SAD-a, Velike Britanije, Australije i drugih.



**1.** Sa datim karticama sastavite:

- Najranije vrijeme u 24-časovnom formatu.
- Najkasnije vrijeme u 24-časovnom formatu.

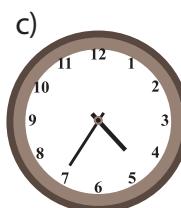
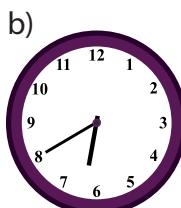
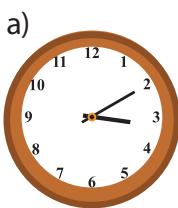


2. Nacrtajte tabelu u svojoj svesci i popunite prazna mesta.

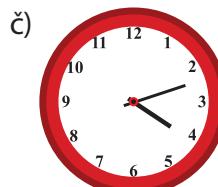
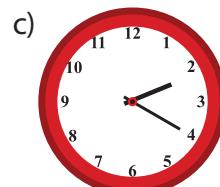
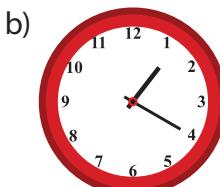
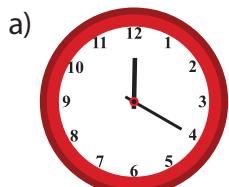
12-časovni zapis	24-časovni zapis
3:20 popodne	
	23:32
	00:45
2:15 prije podne	
	1:27
7:52 _____	19:52
_____ popodne	14:10

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Pretvorite sljedeća vremena iz 12-časovnog sata u 24-časovni sat.
- a) 6:28 prije podne      b) 1:37 popodne      c) 4:04 popodne  
 č) 5:45 prije podne      d) 11:53 popodne      d) 7:28 popodne  
 dž) 12:32 popodne      đ) 12:16 prije podne
2. Digitalni časovnik prikazuje vrijeme u formatu xx:xx. Koja cifra od 0 do 9 se najviše puta pojavi na jednom 24-časovnom digitalnom satu tokom 24 sata?
3. Kako bi se prikazalo sljedeće vrijeme na digitalnom satu? Obrazložite svoj odgovor.



4. Vrijeme na digitalnom satu je 01:20. Koji od analognih satova pokazuje tačno vrijeme sa digitalnog sata?



**5.** Simon je odlučio da prošeta sa prijateljima prije nego što se vrati kući.

- Koliko vremena su se zadržali na svakom mjestu?
- Koliko vremena je prošlo od izlaska iz škole do dolaska kući?



**6.** Svaki časovnik pokazuje netačno vrijeme koje je nekoliko minuta ispred tačnog vremena. Koje je tačno vrijeme?

a) 15 minuta ispred



b) 23 minuta ispred



c) 12 minuta ispred



č) 5 minuta ispred



**\*7.** Digitalni časovnik pokazuje 20:19.

Kada će se ponovo pojaviti isti brojevi na časovniku?

**\*8.** Koliko puta između 00:00 i 23:59 digitalni časovnik prikazuje brojeve 3, 0, 0 i 6 u bilo kom redoslijedu?

## POREĐENJE VREMENA

### Uvodna aktivnost

Poređaj vremena prikazana na časovnicima, počevši od najranijeg vremena prikazanog na svakom časovniku. Koji časovnik pokazuje da je prošlo najviše vremena do tada?



- 1.** Poređaj po veličini imenovane brojeve  
date u različitim jedinicama za vrijeme:  
3600 s, 0,5 h, 50 min, 1 h 15 min, 6 min 8 s.



Brojeve prvo zapiši u istoj mernoj jedinici za vrijeme.

**Primjer.** Na televiziji, maraton filmova je počeo u 20 h 15 min, a završio sljedećeg dana u 22 h 45 min. Koliko dugo je trajao maraton?

Od 20 h 15 min do sljedećeg dana u 20 h 15 min prošlo je 24 h.

Sljedećeg dana, od 20 h 15 min do 22 h 15 min prošlo je još 2h.

Koliko je vremena prošlo od 22 h 15 do 22 h 45 min?

$$45 \text{ min} - 15 \text{ min} = 30 \text{ min.}$$

Maraton je trajao

$$24 \text{ h} + 2 \text{ h} + 30 \text{ min}$$

$$= 26,5 \text{ h.}$$

$$30 \text{ min} = \frac{30}{60} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} = 0,5 \text{ h}$$

Jesi li riješio problem na drugi način?

- 2.** Koji vremenski period je duži: 6 dana ili 7400 minuta?
- 3.** Uporedite sljedeće vremenske intervale. Koristite znakove  $>$ ,  $=$ ,  $<$ :
- a) 9 god.  3257 dana    b) 5,7 min  343 s    c) 15,1 h  905 min

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** Koliko dugo traje period od 0,3 h u odnosu na period od 600 s?
- 2.** Uporedite sljedeće vremenske intervale. Koristite znakove  $>$ ,  $=$ ,  $<$ :
- a) 5 dana  192 h    b) 8 god.  555 dana    c) 32,5 min  2400 s  
 č) 6 dana  86400 min    č) 23 min  2160 s
- 3.** Sema je nacrtala svoj crtež na času likovnog obrazovanja u trajanju od 1 h i 32 min, a Katarina je nacrtala svoj crtež za 5400 s. Koja od njih je nacrtala crtež u kraćem vremenskom periodu i za koliko?

- 4.** Mihaela je napustila Skoplje bicikлом i vozila istom brzinom dva sata. Stigla je do ovog znaka.

- Koliko je puta prošla Mihaela od Skoplja do znaka?
- Koliko vremena je potrebno Mihaeli da stigne od znaka do jezera "Mladost"?
- Za koju udaljenost je potrebno više vremena, od Skoplja do znaka ili od znaka do jezera "Mladost"?

- 5.** Koji vremenski interval je duži i za koliko: 210 minuta ili 4 sata?

- \*6.** Poredajte ih po veličini, počevši od najveće vrijednosti:

$1800 \text{ s}$ ;  $\frac{1}{4} \text{ h}$ ;  $0,1\text{h}$ ;  $23 \text{ min.}$

- \*7.** U tabeli je prikazano vrijeme po aktivnostima koje je Marija provela tokom jedne nedjelje.

aktivnost	potrebno vrijeme
pisanje domaćeg zadatka	$2\frac{1}{2} \text{ h}$
na času engleskog	90 min.
fudbal	$3\frac{2}{4} \text{ h}$
čas matematike	60 min.
vožnja bicikla	3,75 h

- Za koju aktivnost je potrebno najviše vremena?
- Za šta je potrebno više vremena, za pisanje domaćih zadataka ili za čas engleskog jezika i za koliko?
- Napravite novu tabelu u kojoj ćete aktivnosti Marije poređati prema potrebnom vrijemenu, počevši od aktivnosti za koju je potrebno najmanje vremena.



## VREMENSKI INTERVALI

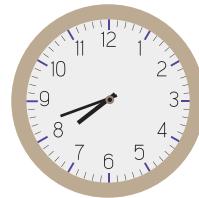
### Uvodna aktivnost

Ana je pravila popodnevnu zabavu. Deca su razgovarala o tome kada je svako od njih stigao na popodnevnu zabavu, a podaci su dati u tabeli.

Jovan	Ja sam stigao petnaest minuta prije tri sata popodne.
Adnan	Ja sam stigao u 15:45.
Lejla	Ja sam na zabavi od dva sata i dvadeset minuta.
Mila	Ja sam došla u 2:40 popodne.
Nataša	Ja sam stigla 12 minuta prije petnaest časova.
Abdurahman	Ja sam na zabavi od 14:50.

- a) Ko je stigao prvi, drugi, treći, četvrti, peti, a ko šesti?

Časovnik na zidu na zabavi pokazuje sljedeće vrijeme:



- b) Koliko je svako dijete bilo na zabavi?

**Primjer 1.** Julija je prosula voćni sok na vremenski raspored za polaska autobusa iz četiri grada za Skoplje. Pronađite vremena koja nedostaju u kolonama za autobuse B i C.

grad	autobus A	autobus B	autobus C	autobus Č
Strumica	11:51	12:48		14:42
Tetovo	12:08			14:59
Bitolj	12:18		14:26	15:30
Štip	12:59		14:45	15:38

Iz Strumice, od polaska autobusa A do polaska autobusa B prošlo je:  
 $12 \text{ h } 48 \text{ min} - 11 \text{ h } 51 \text{ min} = 57 \text{ min}$ . Sljedeći autobus C će krenuti za 57 minuta, odnosno  
 $12 \text{ h } 48 \text{ min} + 57 \text{ min} = 12 \text{ h } 105 \text{ min} = 13 \text{ h } 45 \text{ min}$ .

Autobus A kreće iz Tetova u 12 h i 8 min, dok autobus ; kreće u 14 h i 59 min. Vremenski interval od polaska autobraša A do polaska autobraša ; iznosi 2 h i 51 min.

Budući da su autobusi krenuli u isto vrijeme, vrijeme od 2 h i 51 min dijelimo sa 3 (ima 3 razlike između vremena prvog autobraša A i poslednjeg autobraša Č).

$$2 \text{ h } 51 \text{ min} : 3$$

$$= 171 : 3 = 57 \text{ min} \quad 120 \text{ min} + 51 \text{ min} = 171 \text{ min}$$

Iz Tetova, autobus B kreće u 13 h 5 min, zato što  $12 \text{ h } 08 \text{ min} + 57 \text{ min} = 12 \text{ h } 65 \text{ min} = 13 \text{ h } 5 \text{ min}$ , a autobus C:  $13 \text{ h } 5 \text{ min} + 57 \text{ min} = 13 \text{ h } 62 \text{ min} = 14 \text{ h } 2 \text{ min}$ .

Pokušaj da popuniš tabelu za autobraš B iz Bitolja i Štipa.

**1.** Koliko sati prođe ako:

- a) velika kazaljka napravi pola kruga?
- b) velika kazaljka napravi  $2\frac{1}{2}$  kruga
- c) mala kazaljka napravi 0,5 punog kruga?
- č) mala kazaljka napravi  $\frac{3}{4}$  punog kruga?

**2.** Da bi se napunio bazen, mogu se koristiti tri cijevi. Vrijeme od puštanja svake cijevi do punjenja bazena navedeno je u tabeli.

cijev	vrijeme puštanja cijevi	vrijeme kada je bazen pun
A	8 : 45	13 : 20
B	7 : 25	11 : 39
C	9 : 40	12 : 12

- a) Koliko je vremena potrebno da svaka cijev napuni bazen?
- b) Koja cijev najbrže puni bazen?

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Učenici šestog razreda trebali su da idu na dvodnevnu ekskurziju. Razmatralo se da posjete gradove Ohrid i Strugu ili Strumicu, Pehčevo i Štip. Od svog razrednog starještine dobili su liste lokacija koje mogu da posjete i vremena, kao što je prikazano u tabelama.

Tabela 1, lokacije Ohrid i Struga

Ohrid		Struga	
lokacije	vrijeme	lokacije	vrijeme
Antički teatar	10:15 – 13:30	Prirodno-naučni muzej	9:30 – 10:30
Lihnidos	10:30 – 12:30	Spomen dom "Braće Miladinovci"	11:00 – 13:30
Stari grad	tokom cijelog dana	Etnološki muzej "Vija Kandavija" - s. Livadište	8:30 – 9:30
Plaošnik	9:00 – 14:30	Džamija "Mustafa Čelebi"	11:30 – 13:30
Crkva "Sv. Sofija"	9:30 – 13:00	Manastir "Sv. Bogorodica" - s. Kališta	12:00 – 14:00
Crkva "Sv. Bogorodica Perivlepta"	9:30 – 13:00		
Crkva "Sv. Jovan Bigorski" - Kaneo	9:30 – 13:00		
Manastir "Sv. Naum Ohridski"	11:30 – 12:30		
Prebivalište na kočevima "Grad na vodi"	12:30 – 15:00		
Hidrobiološki institut	9:00 – 12:00		
Biljanini izvori	11:00 – 13:00		
Aerodrom Ohrid	14:00 – 16:00		

Tabela 2, lokacije Štip, Pehčevo i Strumica

Štip		Pehčevo		Strumica	
lokacije	vrijeme	lokacije	vrijeme	lokacije	vrijeme
Muzej grada Štipa 1. Istorija postava. 2. Arheološka postava. 3. Muzej VMRO za Štip i Štipsko.	9:30 – 17:15	Vodopadi u turističkom naselju Ravna rijeka	10:00 – 17:30	Kolešinski vodopadi	11:30 – 16:30
Arheološki lokalitet - Bargala	11:30 – 16:30	Edukativni centar za očuvanje prirode na Bregalničkom regionu u selu Negrevo	10:15 – 14:30	Smolarski vodopadi	11:30 – 16:30
Crkva "Sv. Nikola"	tokom cijelog dana	Arheološki lokalitet	10:15 – 15 : 30	Manastir "Uspenje Prijesvete Bogorodice" - Eleusa	12:00 – 15:15
		Manastir "Sv. Petka"	10:00 – 1 : 30	Manastir "Sv. Leontij" - Vodoča	11:00 – 14:30

- a) Izaberite gradove koje će učenici šestog razreda posjetiti tokom dvodnevne ekskurzije.
- b) Napravite plan posjete ponuđenim lokacijama tokom dvodnevne ekskurzije.
- c) Imajte u vidu potrebno vrijeme za putovanje između lokacija i vremena hoda između različitih lokacija (prepostavite da je potrebno 30 minuta za putovanje između lokacija istom gradu i 1 sat za putovanje između gradova).
- 2.** Ana želi da gleda film na televiziji koji počinje u 20:00 sati. Međutim, prije toga mora da ide na balet od 16:30 do 17:20, na čas matematike od 17:30 do 18:30, kod prijateljice da rade domaći zadatak, za šta je procijenila da će im trebati 55 minuta, da posjeti svoju baku i da se vrati kući, što će trajati 12 minuta.
- a) Koliko vremena će Ana provesti na baletu?
- b) Koliko vremena će Ana provesti na času matematike?
- c) Koliko vremena je potrebno Ani da ode s časa baleta na čas matematike?
- č) U koliko sati će Ana otići od prijateljice?
- ć) Koliko vremena Ana može provesti kod bake da bi stigla kući na vrijeme za film?
- 3.** Jedna fabrika proizvodi proizvode na traci. Prvi proizvod izlazi za 15 sekundi, drugi za 21 sekundu, treći za 27 sekundi itd. Koliko će sekundi biti potrebno da iziđe sedmi proizvod?
- Zadatke 4, 5 i 6 rješi koristeći vremenski raspored autobusa.

	<b>autobus 1</b>	<b>autobus 2</b>	<b>autobus 3</b>
Bitolj	10:25	11:13	13:02
Prilep	11:10	11:58	13:47
Veles	12:05	12:53	14:42
Skoplje	12:50	13:38	15:27

- 4.** Koliko vremena je potrebno autobusu da stigne:
- a) Od Bitolja do Prilepa?      b) Od Bitolja do Velesa?
- c) Od Prilepa do Skoplja?      č) Od Bitolja do Skoplja?
- 5.** Koliko dugo ću morati da čekam autobus ako stignem:
- a) na stanicu u Bitolju u 9:52?      b) na stanicu u Prilepu u 12:06?
- c) na stanicu u Velesu u 12:17?      č) na stanicu u Prilepu u 13:55?

6. Koji je posljednji autobus u koji mogu da se popnem u Bitolju kako bi stigao u:

- a) Prilep do 11:30?                    b) Veles do 13:00?  
 c) Skoplje do 13:45?                    č) Veles do 15:00?

7. Pomoću turističkog letka koji sadrži informacije o atrakcijama u jednom zabavnom parku, isplanirajte zabavu za vikend Ivana i Marije u tom parku, kako bi učestvovali u što više aktivnosti. Imajte na umu da svaka aktivnost traje najmanje 15 minuta, a da im treba 10 minuta da se presele s jedne lokacije na drugu.



subota	nedelja
11:30 klizanje na ledu	11:10 vučenje konopca
11:50 bandži skokovi	13:40 takmičenje u skakanju u vreću
12:15 okretanje hula-hopa	12:50 skakanje s padobranom
13:00 akrobatski šou (traje 1 sat)	13:30 akrobatski šou (traje 1 sat)
13:45 karting	13:45 panoramski točak
14:20 vodene ludorije	14:30 kuglanje

## KALENDAR

### Uvodna aktivnost

Vele, Sonja i Marina su rođeni iste godine i mjeseca. Žele da proslave svoje rođendane zajedno. Vele je rođen 12.03.2011.godine, Sonja 18.03.2011. godine, a Marija 16.03.2011. godine.

- a) Ko je od djece najstariji i za koliko je stariji?  
 b) Koji dan predlažete za proslavu rođendana?  
 c) Imate li prijatelja koji je rođen istog mjeseca i godine?

Koje su veće vremenske jedinice od sata? Kako se mjerjenje vremena organizuje za duže vremenske periode?

Sigurno je vaš odgovor bio: veće vremenske jedinice od sata su dan, nedjelja, mjesec, godina, decenija, vijek, milenijum. Za praćenje dužih vremenskih intervala veće vremenske jedinice su organizovane u tabličnom prikazu nazvanom kalendar.

**Primjer 1.** U vezi sa slikom koja prikazuje isječak iz kalendarja za januar, odgovori na sljedeća pitanja:

- a) Koji dan u nedjelji je 16. januar?
- b) Koliko ponedjeljaka ima u ovom januaru koji je prikazan na slici?
- c) Koji dan u nedjelji je 3. februar?
- č) Koji datum je treći četvrtak u januaru?

JANUAR						
P	U	S	Č	P	S	N
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- a) U kalendaru (tabeli) tražimo gdje se nalazi datum 16 i čitamo dan koji odgovara toj koloni datuma, što je utorak. Dakle, 16. januar je u utorak.
  - b) Pogledamo prvu kolonu tabele gdje možemo da prebrojimo da za prikazani januar ima 5 ponedjeljaka.
  - c) Budući da je 31. januar srijeda, 1. februar će biti četvrtak, a 3. februar je subota.
- č) Prvi četvrtak u januaru je na datumu 4., pa brojeći istom kolonom nadole, primjećujemo da je treći četvrtak 18. januar.

**Primjer 2.** Koji je vrijemenski interval između navedenih datuma? Odgovor zapiši u nedjeljama i danima.

- a) od 6. oktobra do 28. oktobra
  - b) od 31. marta do 26. aprila
  - c) od 7. januara do 7. februara
- 
- a) Brojimo dane počevši od prvog datuma, ali ga ne uključujemo u brojanje. Dakle, od 6. do 28. oktobra prošlo je 22 dana, odnosno 3 nedjelje i 1 dan.
  - b) Od 31. marta do 26. aprila prolazi vremenski interval od 26 dana, odnosno 3 nedjelje i 5 dana.
  - c) U ovom slučaju, budući da imamo prelazak iz jednog mjeseca u drugi, moramo obratiti pažnju i na dane mjeseca koji prolaze. Budući da januar ima 31 dan, računamo na sljedeći način: od 7. januara do 31. januara prođe 24 dana. Zatim, od 1. februara do 7. februara još 7 dana (oni se broje uključujući prvi datum, jer je i on dio vremenskog intervala koji računamo). Zaključujemo da je vremenski interval između 7. januara i 7. februara ukupno  $24 + 7 = 31$  dan, odnosno 4 nedjelje i 3 dana.

1. Selma kaže: "Koji dan je danas, ako je juče bilo sutra od četvrtka?"

Antonio odgovara: "To je dan koji znači da je juče od nedelje."

Da, Antonio je razjasnio Selminu zagonetku.

Sastavi sličnu zagonetku i postavi je svom drugaru.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Upotrijebi kalendar da bi odgovorio na sljedeća pitanja:

- Koji je dan u nedjelji 18. septembra?
- Koji su datumi petkom u septembru?
- Koji je dan u nedjelji prvi dan oktobra?
- Koji su datumi četvrtkom u oktobru?
- Koji je dan u nedjelji 4. novembra?
- Koji je dan u nedjelji poslednji dan novembra?

SEPTEMBAR						
P	U	S	Č	P	S	N
				1	2	3
7	8	9	10	11	12	4
14	15	16	17	18	19	5
				20	21	6
				27	28	7
				29	30	8

2. Nekoliko učenika iz šestog razreda pogledalo je u kalendar za mjesec maj i svaki od njih je rekao koliko će vremena proći do njegovog rođendana od datuma kada su gledali kalendar.

Prepiši tabelu u svoju svesku koristeći kalendar za maj, popuni treću kolonu tabele.

Tabela, rođendan učenika iz šestog razreda.

MAJ						
P	U	S	Č	P	S	N
				1	2	3
6	7	8	9	10	11	4
13	14	15	16	17	18	5
20	21	22	23	24	25	12
27	28	29	30			19
						26

ime učenika	koliko nedjelja i dana do rođendana	datum i mjesec rođendana
Marija	3 nedjelje i 5 dana	
Stefan	4 nedjelje i 3 dana	
Ali	4 nedjelje	
Snežana	5 nedjelja i 6 dana	
Jovana	2 nedjelje i 4 dana	
Mustafa	3 nedjelje	
Afrodita	5 dana	

- Koji od učenika ima prvi rođendan ako je datum koji su naveli za koliko će vremena imati rođendan 9. 05?

b) Sortirajte datume rođendana učenika od datuma najbližeg 9.5.

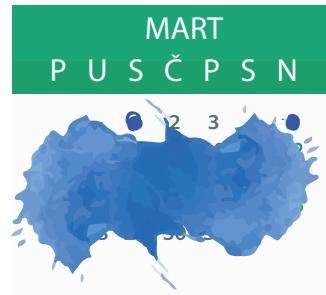
c) Postavite druga pitanja svom prijatelju.

**3.** Putuj kroz vrijeme. Nacrtaj tabelu u svojoj svesci i popuni prazna mjestaa.

mjesec i godina	prošlost (prije)	koji je mjesec i godina?	budućnost (nakon...)	koji je mjesec i godina?
april 2023	8 godina i 3 mjeseci		4 godine i 2 mjeseci	
jun 2017	3 godine i 1 mjesec		9 godina i 6	
maj 2011	10 godina i 4 mjeseci		15 godina i 7 mjeseci	
juna 2029	13 godina i 6 mjeseci		3 godine i 8 mjeseci	
avgust 2007	17 godina i 5 mjeseci		23 godine i 4 mjeseci	

**\*4.** Na slici je kalendar nekog mjeseca.

Nažalost, po većem dijelu kalendara je prosuta boja. Koji je dan 24. u tom mjesecu?



**5.** Ovaj list je istrgnut iz kalendara.

a) Koji bi mjeseci mogli biti predstavljeni ovim listom kalendara?

Objasni zašto.

b) Zamisli da je zaokruženi datum današnji datum. Koje su uzrasti svakog od sljedećih ljudi, izražene u godinama, mjesecima i danima?

1) Ratko – rođen 02.07.2015

2) Slavica – rođena 25.08.2008

3) Erblina – rođena 17.07.1991

4) Jakov – 02.10.1987

5) Elvira – 30.11.1979



**\*6.** Zbir godina Jovane i njene majke je 34 godine, a zbir godina majke i Jovanine bake je 79 godina. Koliko je baka imala godina kada se Jovana rodila?

# NOVAC

## Uvodna aktivnost

Treba platiti iznos od 230 denara. Navedite nekoliko različitih načina kombinovanja moneta i novčanica za plaćanje tog iznosa.



**Primjer 1.** Koja je razlika između pojma novac i valuta?

Valuta je oblik novca koji je prihvaćen kao sredstvo razmjene i plaćanja.

Novac je standardna mjera vrijednosti, kao što je metar jedinica mjere dužina.

Tako, na primjer, kada kažemo 25 m – mjerni broj je 25, mjerna jedinica metri; ako kažemo 25 denara, mjerni broj je 25, a jedinica mjere je denar, dok je u izrazu 25 evra mjerni broj isti, ali je mjerna jedinica (valuta) drugačija.

Valuta EU je euro.

1 cent je stoti dio eura,  
odnosno 100 centi = 1 euro.



Valuta u SAD je američki dolar.

Slično euru i ovoj valuti  
1 cent je stoti dio dolara,  
odnosno 100 centi = 1 dolar.



Simbol € se koristi za označavanje eura a piše se ispred broja.

Na primjer, 20 eura ćemo napisati kao €20.



**Primjer 2.** Mehmed je otišao na odmor u Italiju gdje je morao da plaća u eurima.

Sendvič koji je kupio koštalo je 3 eura. Koliko bi to koštalo u makedonskim denarima?

Da bismo odgovorili na ovo pitanje, moramo znati odnos između eura i denara, a to možemo pročitati iz kursne liste. Zavisi od mnogih faktora koji su određeni ekonomskim zakonima i stalno se mijenjaju, gotovo svakodnevno.

Evo izvoda iz kursne liste koja je važila za taj dan, kada je Mehmed računao.

Država	Šifra	Valuta	Jedinica valute	Srednji kurs u denarima
EMU	978	euro	EUR	1 61.5190
SAD	840	SAD dolar	USD	1 56.1356
V. Britanija	826	britanska funta	GBP	1 70.7196
Švajcarska	756	švajcarski franak	CHF	1 62.8515
Švedska	752	švedska kruna	SEK	1 5.4984
Norveška	578	norveška kruna	NOK	1 5.3148
	907		RON	1 0.4158

Iz njega se navodi da se 1 evro zamjenjuje za približno 61,5 denara, pa je cijena sendviča u denarima  $3 \cdot 61,5 = 184,5$  denara. Pošto se u našoj zemlji ne koriste monete čija je vrijednost manja od 1 denara, zaokružujemo na 185 denara.

**1.** Koristi kursnu listu iz primjera 2 i izračunaj:

- Koliko makedonskih denara koštaju cipele 56,5 eura?
- Koliko makedonskih denara košta parfem od 35,7 eura?

**Primjer 3.** Ljiljana želi da reklamira prodaju vrijednog ukrasnog predmeta na internetu, ali treba da ga oglašava sa cijenom u eurima. Ona zna samo vrijednost tog predmeta u denarima. Pomozi Ljiljani da izračuna cijenu predmeta u eurima, ako je cijena u denarima 2604.

Za vrijednost eura, koji je obično decimalni broj, a prema sadašnjem kursu 61,7, uzećemo približnu vrijednost od 62 denara. Da bismo dobili iznos u denarima, potrebno je 2604 podijeliti sa 62, tj.  $2604 : 62 = 42$  eura.

**2.** Koristi kursnu listu datu u primjeru 2 i izračunaj:

- Koliko eura košta jakna od 6200 denara? (Ako je, prema kursnoj listi, 1 evro izraženo kao decimalni broj, u obračunu se koristi zaokruživanje cijelog broja).
- Koliko eura košta sat od 7440 denara?

**Primjer 4.** Zapiši jednoimenovane brojeve kao višeimenovane brojeve i obrnuto.

a)  $15,4 \text{ eura} = \square \text{ eura } \square \text{ centi}$

b)  $27,75 \text{ eura} = \square \text{ eura } \square \text{ centi}$

c)  $235 \text{ eura i } 20 \text{ eura} = \square \text{ eura}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 15,4 &= 15\frac{4}{10} = \\ &= 15\frac{4 \cdot 10}{10 \cdot 10} \quad 1 \text{ cent} = \frac{1}{100} \text{ eura} \\ &= 15\frac{40}{100} \\ &= 15 \text{ eura i } 40 \text{ centi} \end{aligned}$$

b)  $27,75 = 27\frac{75}{100} = 27 \text{ eura i } 75 \text{ centi}$

c)  $235 \text{ eura i } 20 \text{ centi}$

$$= 235,2 \text{ eura.} \quad 1 \text{ cent} = \frac{1}{100} \text{ eura, } 20 \text{ centi su } \frac{20}{100} = 0,2$$

3.



- a) Koji iznos u eurima je prikazan na slikama?
- b) Koliko košta jakna, a koliko šešir?
- c) Izrazi sume kao višeimenovane brojeve (sa centima i eurima), a zatim kao jednoimene (samo u eurima).
- č) Koliko je sako skuplji od šešira?

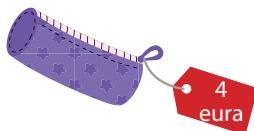
4. Gdje ćeš jeftinije da platiš proizvod?

proizvod	cijena u RS Makedoniji	cijena u Njemačkoj
pribor za crtanje	1000 denara	19 eura 30 centi
pantalone	1700 denara	31 euro
šal	340 denara	4,9 euro
zvučnik	2740 denara	40 euro
tv	34000 denara	620 euro
mlječna čokolada	150 denara	2,5 euro

**ZADACI ZA VJEŽBANJE**

- 1.** Andrijana je otišla u kupovinu i sa sobom ponijela novčanicu od 1000 denara. Pazarila je za iznos od 743 denara. Koliki je kurs koji će Andrijana dobiti, ako plaća sa:
  - a) novčanicom od 1000 denara
  - b) 1 novčanicom od 500 denara i 3 od 100 denara
  - c) 7 novčanica od 100 denara, 1 novčanicom od 10 denara, 8 kovanica od 5 denara?
- 2.** Tokom jedne sedmice malo istražuj koje druge valute se koriste u svijetu i korišćenjem kursne liste pronađu njihov odnos prema denaru.
- 3.** Pretvori u traženu mjernu jedinicu:
 

a) 21,3 eura = <input type="text"/> eura <input type="text"/> centi	b) 1,07 eura = <input type="text"/> eura <input type="text"/> centi
c) 908 eura 10 centi = <input type="text"/> euro	č) 17 centi = <input type="text"/> eura
- 4.** Koliko denara iznosi svaki od proizvoda datih na slikama, ako je trenutni kurs eura 61,7 denara?



- \*5.** Koliko eura je CD plejer na slici, ako se prodaje sa datim popustom i bez popusta? Za vrijednost evra uzmite 62 denara.



- \*6.** Prvo napravi procjenu, pa provjeri procjenu izračunavanjem šta je skuplje: Cipele poznate marke u Francuskoj na prodaju po cijeni od 130 evra ili u Makedoniji po cijeni od 8000 denara?



# POVRŠINA. MJERE ZA POVRŠINU

## Uvodna aktivnost

Marija je rekla prijateljima: "Napravila sam pravougaonik od kvadrata sa stranicama od 1 cm. Površina pravougaonika je  $40 \text{ cm}^2$ . Koliko redova kvadrata sam koristila?"

Ko je od njenih prijatelja dao tačan odgovor?

Marijin  
pravougaonik ima 8  
redova kvadrata.

Goran



Marijin  
pravougaonik ima 7  
redova kvadrata.

Keti



Blert



Marijin  
pravougaonik ima  
10 redova kvadrata.

Marijin  
pravougaonik 5  
redova kvadrata.

Ana



Sema



Marijin  
pravougaonik ima 2  
reda kvadrata.

Osnovna jedinica površine je jedan kvadratni metar i zapisuje se sa  $1 \text{ m}^2$ . Kvadratni metar je površina kvadrata strane 1 m.

Ako uzmemo kvadrate sa stranicom 1 cm, odnosno površine  $1 \text{ cm}^2$  i rasporedimo ih kao na crtežu primjetićemo da postoji jedan red  $10 \text{ cm}^2$ .

Jer ima 10 redova, cijeli kvadrat, čija je površina  $1 \text{ dm}^2$ ,  $10 \cdot 10 = 100$  će biti popunjeno malih kvadrata, tj.  $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ .

$1 \text{ cm}^2$

10										
9										
8										
7										
6										
5										
4										
3										
2										
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

U tabeli su prikazane mjere veće i manje površine i njihov odnos sa njima osnovna jedinica mjerjenja površine.

ime mjerne jedinice za površinu	oznaka za svaku mjernu jedinicu	izraz mjernih jedinica sa osnovnom mjernom jedinicom za površinu
kilometar kvadratni	$\text{km}^2$	$1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$
hektometar kvadratni	$\text{hm}^2$	$1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$
dekametar kvadratni	$\text{dam}^2$	$1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
metar kvadratni	$\text{m}^2$	$1 \text{ m}^2$ – osnovna jedinica
decimetar kvadratni	$\text{dm}^2$	$1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2 = 0,01 \text{ m}^2$
centimetar kvadratni	$\text{cm}^2$	$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{10000} \text{ m} = 0,0001 \text{ m}^2$
milimetar kvadratni	$\text{mm}^2$	$1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$

U praksi se koriste i druge oznake nekih mjera površine kao što su ar ( $a$ ) i hektar ( $ha$ ).

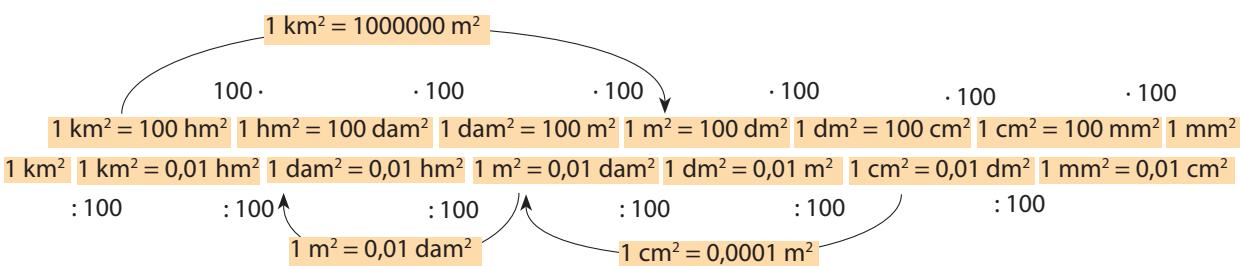
$$1 a = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2, 1 ha = 1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$$

Kod nas se koristi dekar:  $1 \text{ dek} = 10 a = 1000 \text{ m}^2, 10 \text{ dek} = 1 ha = 10000 \text{ m}^2$



1. Koji je broj koji pokazuje koliko manjih mjernih jedinica daje sljedeću veću jedinicu mjere za površinu?

Za zapisivanje mjernih jedinica od većih prema manjim mjernim jedinicama i obrnuto, od manjih do većih mjernih jedinica, možete koristiti i sljedeći dijagram:



**Primjer 1.** Izvršite sljedeće konverzije:

- a)  $13 \text{ cm}^2$  u  $\text{dm}^2$   
c)  $0,25 \text{ dam}^2$  u  $\text{m}^2$

- b)  $0,4^2$  u  $\text{dm}^2$   
č)  $436 \text{ dam}^2$  u  $\text{hm}^2$

$$\text{a) } 13 \text{ cm}^2 = (13 : 100) \text{ dm}^2 = 0,13 \text{ dm}^2$$

$$\text{c) } 0,25 \text{ dam}^2 = (0,25 \cdot 100) \text{ m}^2 = 25 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } 0,4 \text{ m}^2 = (0,4 \cdot 100) \text{ dm}^2 = 40 \text{ dm}^2$$

$$\text{č) } 436 \text{ dam}^2 = (436 : 100) \text{ hm}^2 = 4,36 \text{ hm}^2$$

**2.** Napišite odgovarajuće jedinice:

$$\text{a) } 5 \text{ m}^2 = 0,05 \text{ } \underline{\quad}$$

$$\text{c) } 2350 \text{ m}^2 = 0,235 \text{ } \underline{\quad}$$

$$\text{b) } 0,1025 \text{ dm}^2 = 10,25 \text{ } \underline{\quad}$$

$$\text{č) } 15 \text{ dm}^2 5 \text{ mm}^2 = 1500,05 \text{ } \underline{\quad}$$

**3.** Pretvorite u kvadratne metre:  $56400 \text{ mm}^2$ ,  $36,7 \text{ dm}^2$ ,  $16780 \text{ mm}^2$ ,  $560 \text{ cm}^2$ .

**Primjer 2.** Zapišite broj  $256871 \text{ mm}^2$  kao višeimenovani broj.

$$256871 \text{ mm}^2 = 71 \text{ mm}^2 68 \text{ cm}^2 25 \text{ dm}^2 = 25 \text{ dm}^2 68 \text{ cm}^2 71 \text{ mm}^2.$$

Kada se kvadratni broj pretvara u jednoimeni, on se dijeli u grupama (po dvije cifre) prema odgovarajućem broju (100), koji pokazuje koliko manjih jedinica mjere daju sljedeću veću jedinicu mjere.

**4.** Upišite jednoimene brojeve u višeimenovani broj.

- a)  $245629 \text{ dam}^2$       b)  $124 \text{ m}^2$       c)  $2425 \text{ dm}^2$

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Date brojne vrijednosti za površinu upišite u osnovnu jedinicu mjere za površinu:

- a)  $2,3 \text{ dm}^2$       b)  $452300 \text{ mm}^2$       c)  $6345 \text{ dm}^2$   
č)  $34 \text{ dam}^2$       č)  $2 \text{ km}^2$       d)  $320540 \text{ cm}^2$

**2.** Pretvorite:

- a)  $5 \text{ dm}^2 9 \text{ mm}^2$  u  $\text{cm}^2$   
c)  $72 \text{ dm}^2 3 \text{ cm}^2$  u  $\text{dm}^2$
- b)  $18 \text{ m}^2 2 \text{ cm}^2$  u  $\text{dm}^2$   
č)  $5 \text{ hm}^2 4 \text{ dm}^2$  u  $\text{dam}^2$ .

**3.** Površina poda jedne prostorije je  $26 \text{ m}^2$ . Pretvorite ovu površinu u  $\text{dam}^2$ ,  $\text{dm}^2$  i  $\text{cm}^2$ .

**4.** Poređajte prema veličini sljedeće brojne vrijednosti za površinu:

$6 \text{ dm}^2$ ;  $0,5 \text{ m}^2$ ;  $530 \text{ cm}^2$ ;  $0,006 \text{ a}$ ;  $2,5 \text{ ha}$ .

**\*5.** Koliko hektara je površina polja u obliku pravougaonika dužine  $240 \text{ m}$  i širine  $110 \text{ m}$ ?

**\*6.** Pravougaonik ima površinu  $1 \text{ dm}^2$   $56 \text{ cm}^2$  i dužinu  $13 \text{ cm}$ . Kolika je širina pravougaonika?

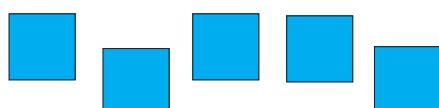
**\*7.** Izračunajte površinu kvadrata sa stranicom  $90,01 \text{ dm}$ . Napišite površinu u:

- a)  $\text{cm}^2$       b)  $\text{mm}^2$       c)  $\text{m}^2$

## POVRŠINA OBLIKA KOJI SE MOGU PODIJELITI NA PRAVOUGAONIKE

### Uvodna aktivnost

Svaka od ovih pet kvadratnih pločica ima površine  $16 \text{ cm}^2$ . Nađi način da tako rasporediš ove pločice, tako da obim dobijenog oblika iznosi  $40 \text{ cm}$ .

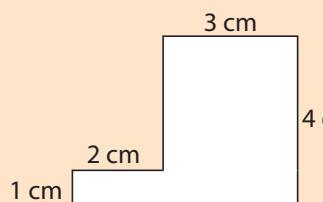


Površina pravougaonik je  
 $P = a \cdot b$ .

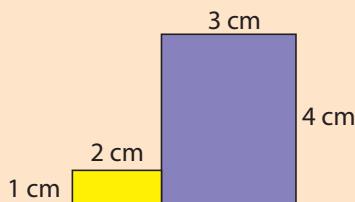


**Primjer 1.** Kolika je površina 2D oblika datog na crtežu 1a)?

a)



b)



c)



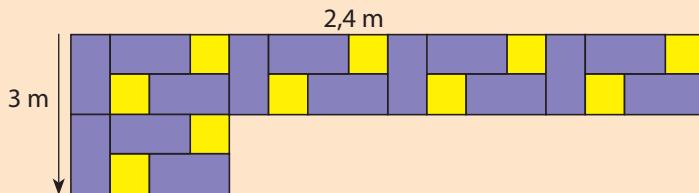
Dati 2D oblik možemo da podijelimo na pravougaonike čiju površinu znamo da izračunamo. Ako napravimo podjelu kao na crtežu. 1b), dobijamo to da je tražena površina zbir površina žutog i ljubičastog pravougaonika, odnosno

$$P = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14 \text{ cm}^2.$$

Možemo napraviti i drugu podjelu kao na crtežu. 1v). Onda nam trebaju dužine stranica zelenog i narandžastog pravougaonika. Sada će površina datog 2D oblika biti zbir površina narandžastog i zelenog pravougaonika, odnosno  $P = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 5 + 9 = 14 \text{ cm}^2$ .

**Primjer 2.** Kuhinjski pod u Markovom domu potrebno je popločiti sa 2 vrste pločice. Ako su dimenzije pravougaonih pločica 3 dm i 1,5 dm, izračunajte:

- a) Kolika je površina jedne od pravougaonih pločica?
- b) Kolika je površina jedne kvadratne pločice?
- c) Koliko će kvadratnih metara pločica biti potrebno za cijeli kuhinjski pod, ako mu je dužina 3 m, a širina 2,4 m?
- č) Prema prikazanom načinu slaganja pločica odredite koliko kvadratnih metara će biti potrebno od jedne i druge vrste?

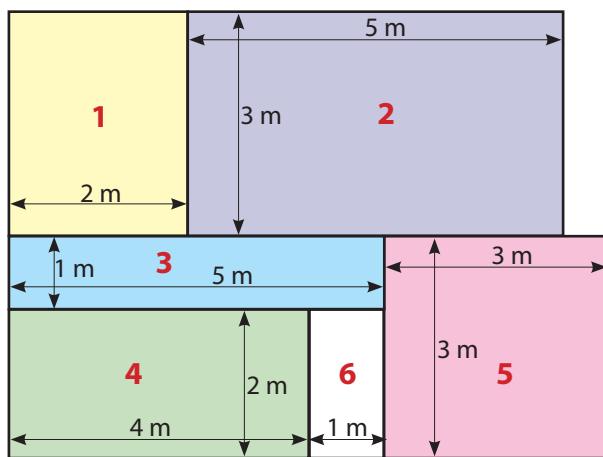


- a) Površina jedne od pravougaonih pločica je  $P = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ dm}^2$
- b) Površina kvadratne pločice je polovina površine pravougaone (Zašto?).  
To je  $4,5 \text{ dm}^2 : 2 = 2,25 \text{ dm}^2$  (ili možemo izračunati  $1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ dm}^2$ )
- c) Cijeli pod kuhinje ima površinu  $2,4 = 7,2 \text{ m}^2$ .
- č) Na crtežu gore je predstavljen jedan red na način na koji je Marko želeo da se naređaju pločice obe vrste po cijelom podu. Zato što je dužina poda 3 m, a dužina jedne pravougaone pločice (odnosno jedan red koji se zatim ponavlja) je 3 dm, dobijamo da bi se popločao cijeli pod potrebno je 10 takvih reda. Imajući u vidu dimenzije svake od pločica i njihovim brojanjem primjećujemo da širine od 2,4 m ima ukupno 12 pravougaonih i 8 kvadratnih pločica. Zato što se ovaj red ponavlja 10 puta, dobijamo da će za cijeli pod biti potrebno  $10 \cdot 12 = 120$  pravougaonih pločica i  $10 \cdot 8 = 80$  kvadratnih pločica. Ukupna površina pravougaonih pločica iznosi  $120 \cdot 4,5 \text{ dm}^2 = 540 \text{ dm}^2 = 5,4 \text{ m}^2$ , zato što cijeli pod ima površinu od  $7,2 \text{ m}^2$ , za kvadratne pločice ostaje  $7,2 - 5,4 = 1,8 \text{ m}^2$ .  
(ili  $80 \cdot 2,25 \text{ dm}^2 = 180 \text{ dm}^2 = 1,8 \text{ m}^2$ )

**1.** Izmjerite dužinu i širinu datih pravougaonika i izračunajte njihove površine.

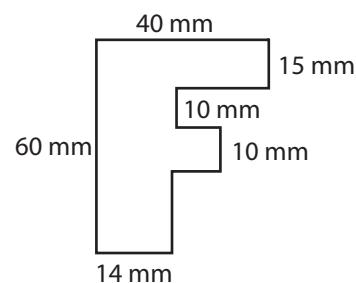
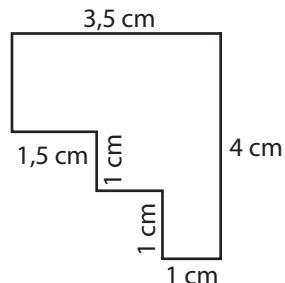
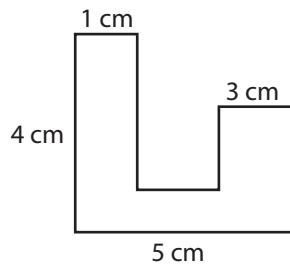


**2.** Izračunajte površinu svake sobe i cijelog stana datih na skici crteža.

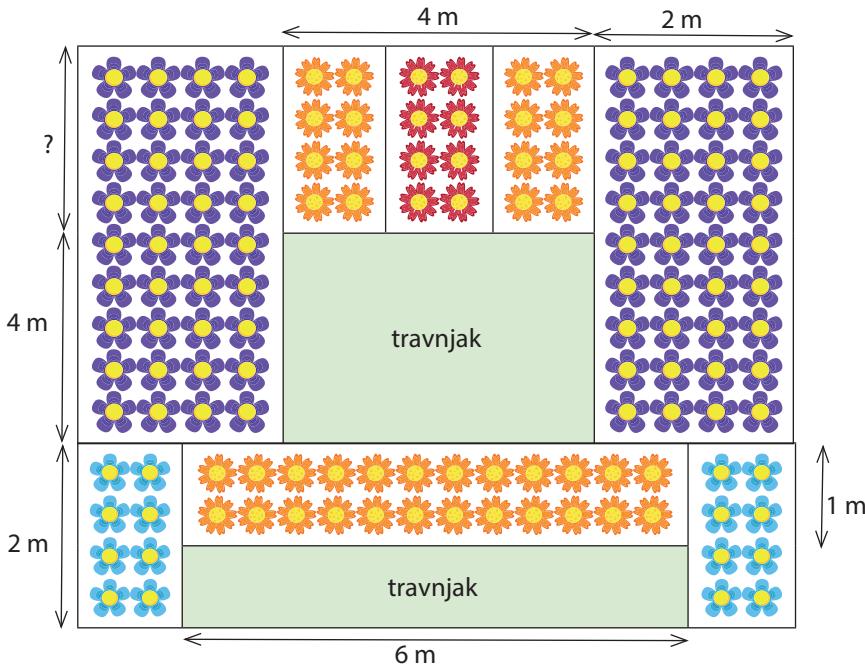


### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunajte površinu 2D oblika na crtežima.



**2.** Opština je od svojih građana zatražila ideje za uređenje dijela površine trga travom i cvijećem. Površina koju je trebalo urediti je  $64 \text{ m}^2$ . Toni je imao prijedlog kao na crtežu.



Pravougaonici sa narandžastim cvjetovima su široki 1 m.

- a) Kolika je širina i dužina cijele bašte?
- b) Koja je dužina označena upitnikom na slici?

Koliku površinu pokriva:

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| c) crveno cveće? | č) narandžasto cveće? |
| ć) plavo cveće?  | d) ljubičasto cveće?  |

dž) oba travnjaka zajedno?

đ) Provjerite svoje odgovore na pitanja c) do đ) time što ćeš pokazati da je njihov zbir jednak površini cijele bašte.

**3.** Koliki je obim pravougaonika ako je njegova površina  $27,5 \text{ m}^2$ , i njegova širina je 5 m?

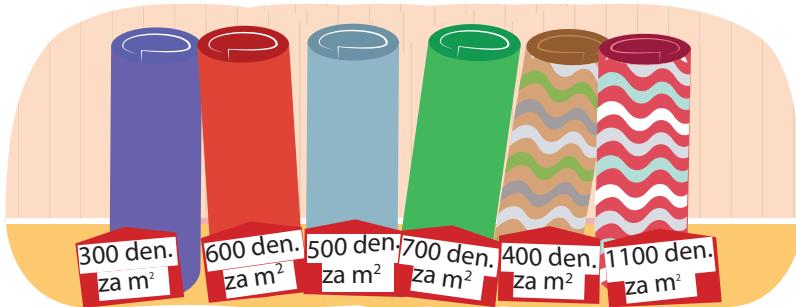
**4.** Za izlet na livadu, svaka porodica treba da stavi prekrivače na zemlju dovoljno velikih da može da sjedi cijela porodica.

- a) Porodici Hristovi je potrebno  $15900 \text{ cm}^2$ .
- b) Porodici Aziri je potrebno  $13600 \text{ cm}^2$ .
- c) Porodici Stojanović je potrebno  $19000 \text{ cm}^2$ .
- č) Porodici Ibraimovski je potrebno  $15300 \text{ cm}^2$ .
- ć) Porodici Toševski je potrebno  $14800 \text{ cm}^2$ .

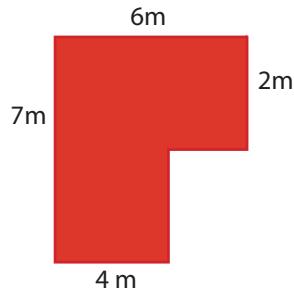
Svaka porodica treba koristiti dva prekrivača. Koja dva prekrivača svaka porodica treba da spoji kako bi dobila tačno potrebnu površinu? Svaki prekrivač se može koristiti samo jednom.



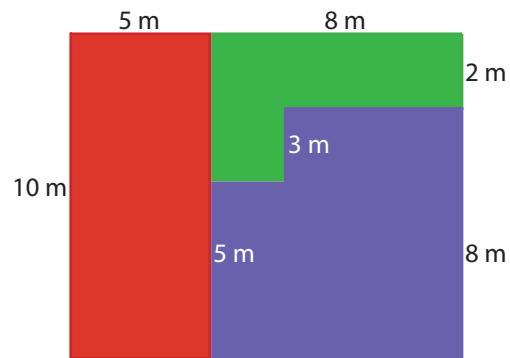
5. Cijene tepiha u jednoj prodavnici su date na slici dole.



- Anita želi da kupi  $30 m^2$  plavog tepiha. Koliko treba da plati?
- Blerim želi da kupi zeleni tepih za sobu dimenzija  $7 m \times 4 m$ . Koliko treba da plati?
- Vasko želi da kupi crveni tepih za svoju sobu dimenzija  $5 m \times 5 m$  i ljubičasti tepih dimenzija  $4 m \times 3 m$ . Koliko treba ukupno da plati?
- Lejla traži da kupi crveni tepih za svoju sobu u obliku slova  $\Gamma$  sa dimenzijsama datim na crtežu. Koliko treba da plati?



- c) Senad želi da kupi tepih za čitav sprat svoje kuće. Desno je skica kuće sa bojama tepiha za svaku od soba. Koja će biti ukupna cijena?
- d) Koliki je obim sobe sa crvenim tepihom?
- dž) Koliki je obim sobe sa zelenim tepihom?
- đ) Koliki je obim sobe sa ljubičastim tepihom?



## POVRŠINA PRAVOUGLOG TROUGLA

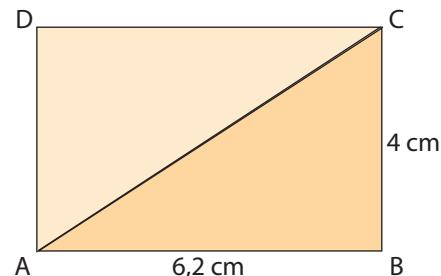
### Uvodna aktivnost

Kolika je površina pravougaonika ABCD?

Zapišite formulu za površinu pravougaonika sa stranicama  $a$  i  $b$ .

Kolika je površina svakog pravougaonog trougla?

Zapišite formulu za izračunavanje površine pravougaonog trougla.



**Površina pravougaonog trougla** sa katetama  $a$  i  $b$  računa se kada se dužine kateta pomnože i dobijeni broj podijeli sa dva (prepovolji), odnosno

$$P = \frac{a \cdot b}{2}.$$

**Primjer 1.** Izračunajte površinu pravouglog trougla s katetama  $a = 12,4 \text{ cm}$  i  $b = 4 \text{ cm}$ .

$$P = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{12,4 \cdot 4}{2} = \frac{49,6}{2} = 24,8 \text{ cm}^2.$$

Površina pravouglog trougla je  $24,8 \text{ cm}^2$ .

**1.** Izračunajte površinu pravouglog trougla sa stranicama:

- a)  $a = 9 \text{ cm}$  i  $b = 7 \text{ cm}$       b)  $a = 8,4 \text{ cm}$  i  $b = 6 \text{ cm}$       c)  $a = 14 \text{ cm}$  i  $b = 7,3 \text{ cm}$ .

**Primjer 2.** Površina pravouglog trougla je  $41,6 \text{ cm}^2$ , a jedna od njegovih kateta je  $8 \text{ cm}$ . Kolika je dužina druge katete pravouglog trougla?

U zadatku je dato:  $P = 41,6 \text{ cm}^2$  i neka je  $a = 8 \text{ cm}$ .

Površina pravougaonog trougla je poluproizvod kateta  $a$  i  $b$ ,

$$\text{odnosno } P = \frac{a \cdot b}{2}.$$

U formuli zamjenjujemo ono što je dato u zadatku i dobijamo:  $41,6 = \frac{8 \cdot b}{2}$ .

Ako udvostručimo površinu, onda:

$$83,2 = 8 \cdot b$$

$$b = 83,2 : 8$$

$$b = 10,4 \text{ cm.}$$



Zašto  
udvajamo?

Znači, druga kateta pravougaonika je  $10,4 \text{ cm}$ .

**2.** Izračunajte nepoznatu katetu pravouglog trougla, ako je dato:

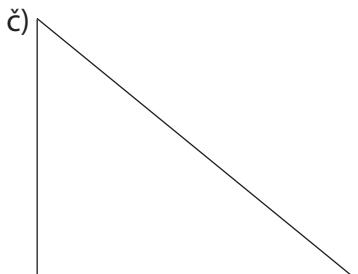
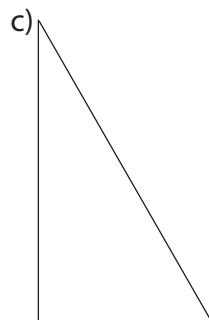
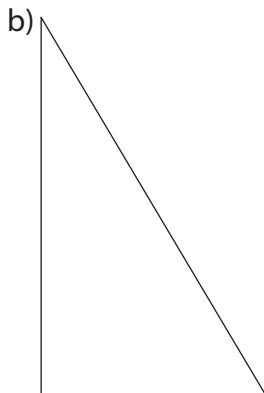
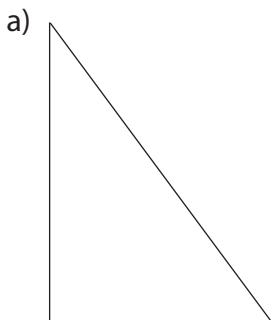
- a)  $P = 24,8 \text{ cm}^2$ ,  $b = 6 \text{ cm}$       b)  $P = 199,6 \text{ cm}^2$ ,  $a = 8 \text{ cm}$   
c)  $P = 120,6 \text{ cm}^2$ ,  $b = 9 \text{ cm}$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

**1.** Izračunaj obim pravouglog trougla sa stranicama  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ,  $c = 5 \text{ cm}$ .

**2.** Jedna kateta pravouglog trougla je  $15 \text{ cm}$ , hipotenuza je  $17 \text{ cm}$ , a obim je  $40 \text{ cm}$ . Kolika je površina tog pravouglog trougla?

**3.** Izračunaj površinu svakog od pravouglih trouglova ali prethodno izmjeri njihove katete.

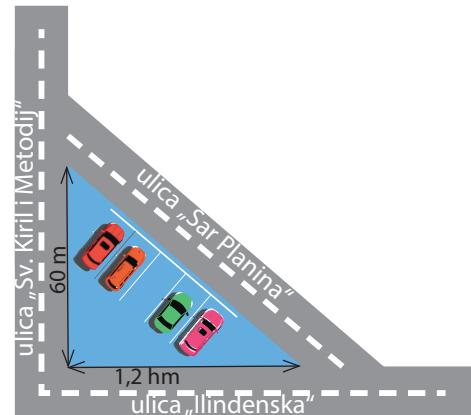


**5.** Izračunajte površinu parkinga između ulica prema podacima datim na crtežu.

**6.** Izračunajte nepoznatu katetu pravougaonog trougla, ako je data površina i druga kateta.

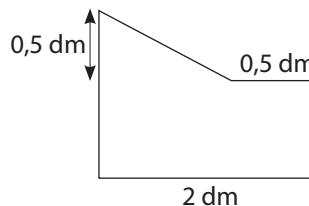
- a)  $P = 31,5 \text{ cm}^2$ ,  $a = 7 \text{ cm}$
- b)  $P = 48,9 \text{ cm}^2$ ,  $b = 6 \text{ cm}$
- c)  $P = 241,7 \text{ cm}^2$ ,  $a = 9 \text{ cm}$

**7.** Izračunaj površinu pravouglog trougla sa katetama  $a = 3,54 \text{ cm}$  i  $b = 103 \text{ mm}$ .

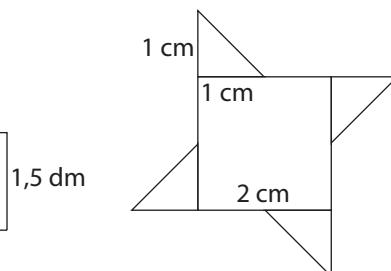


**\*8.** Izračunajte površinu 2D oblika datih na slici.

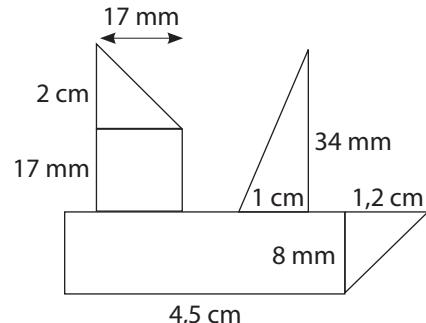
a)



b)



c)



**\*9.** Zbir dužina kateta pravougaonog trougla je  $36 \text{ cm}$ . Jedna od kateta je duža za  $4 \text{ cm}$ . Kolika je površina pravouglog trougla?

## PROCJENJIVANJE POVRŠINE NEPRAVILNOG MNOGOUGLA U KVADRATNOJ MREŽI

### Uvodna aktivnost

Dejan je uzeo dva kvadrata od papira, a svaki kvadrat ima površinu od  $4 \text{ cm}^2$ .

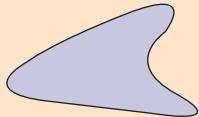
Postavio je narandžasti kvadrat ispod polovine plavog kvadrata, kao na slici.



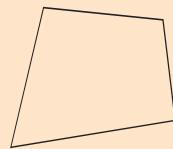
- Koja je površina oblika koja se dobija?
- Napravi druge oblike od ta dva kvadrata i zapiši njihovu površinu.

**Primjer.** Odredite površinu a) malog jezera b) četvorougla koji su dati na slici.

a)

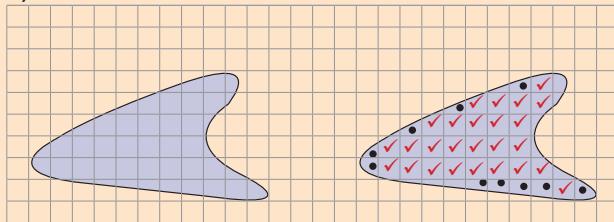


b)



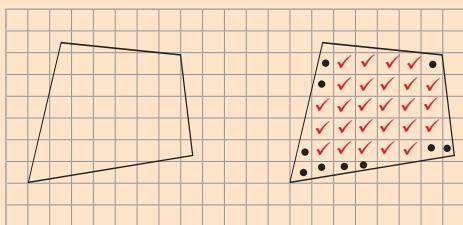
U slučaju kada je oblik čiju površinu želimo odrediti nepravilna, možemo koristiti kvadratnu mrežu, gdje svaki kvadratić prijedstavlja jedinicu za mjerenje površine (u zavisnosti od situacije, za površinu jednog kvadratića možemo smatrati da je  $1 \text{ cm}^2$ ,  $1 \text{ m}^2$  i tako dalje).

a)



Sada trebamo da prebrojimo koliko kvadratića je obuhvaćeno u formi jezera. Pritom se, kvadratići označeni sa ✓ broje kao cijeli, a oni označeni sa • kao pola kvadratića. Preostali koji nisu označeni uopšte se ne broje. Ako prepostavimo da 1 kvadratić na slici zamjenjuje  $1 \text{ m}^2$  u prirodi, površina jezera će biti  $26 + 5 = 31$  kvadratića, odnosno  $31 \text{ m}^2$  je procijenjena površina jezera.

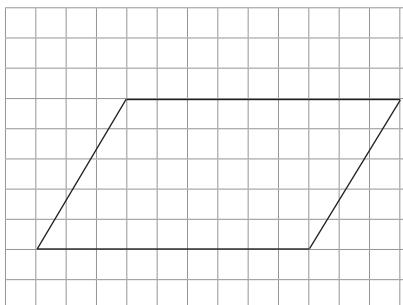
b)



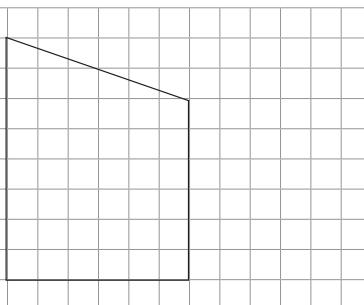
Odredi približnu površinu četvorougla.

1. Kolika je površina svake 2D oblik u mreži, ako je jedan kvadratić  $1 \text{ cm}^2$ ?

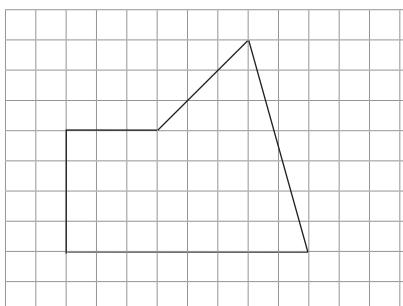
a)



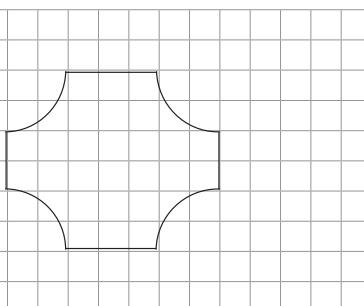
b)



c)



č)



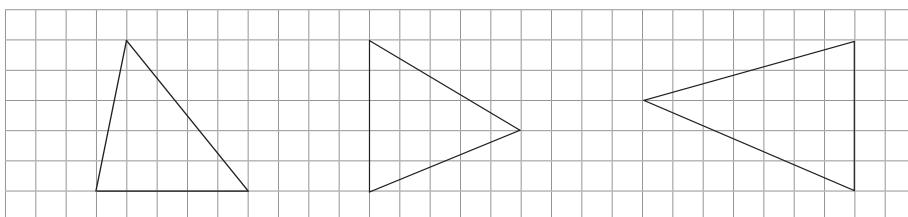
2. Nacrtaj u svojoj svesci 2D oblik sa površinama:

a)  $8 \text{ cm}^2$

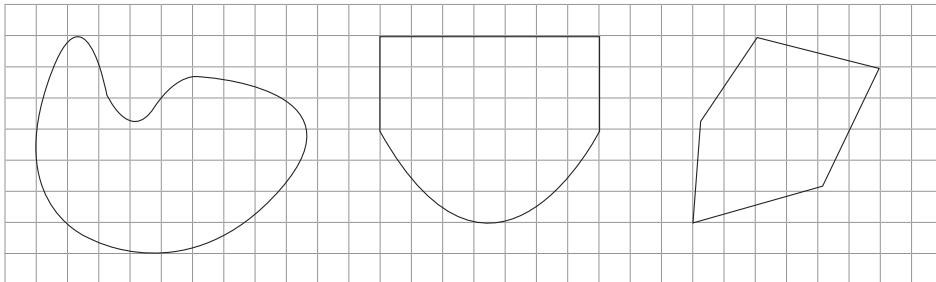
b)  $18 \text{ cm}^2$

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi površinu trougla ako je jedan mali kvadratić površine  $1\text{cm}^2$ .



**2.** Procijeni površine 2D oblika datih na slici.

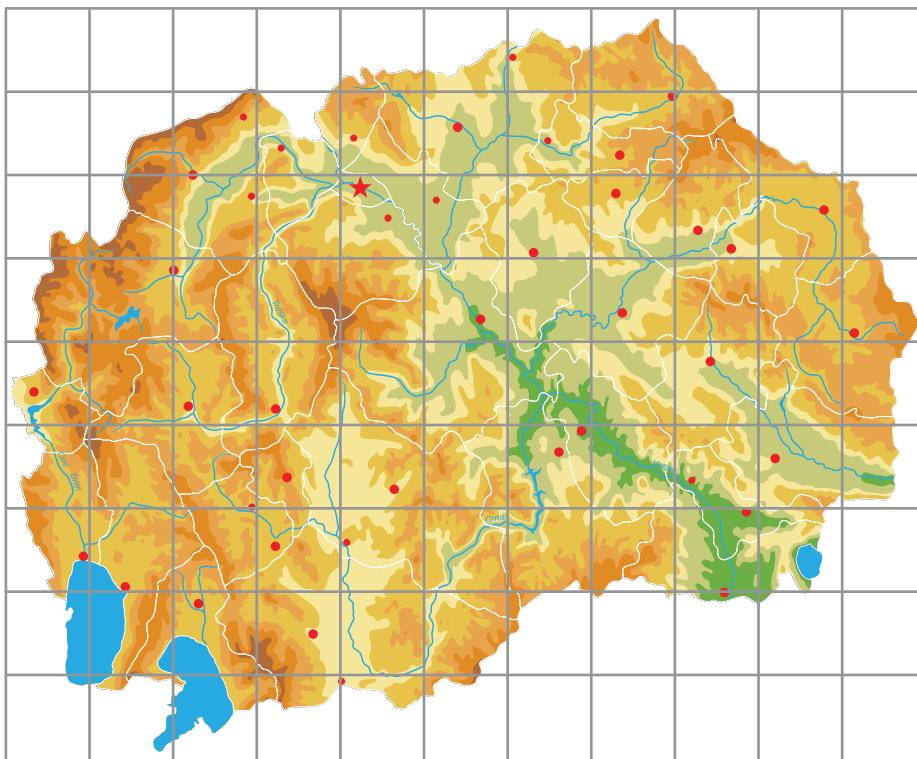


**3.** U svojoj svesci nacrtaj 2D oblik sa površinom od 24 kvadratne jedinice koja se sastoji od 1 pravougaonika, 1 pravouglog trougla i 1 kvadrata. Prepostavi da je 1 kvadratić u tvojoj svesci jednak 1 kvadratnoj jedinici za površinu.

**4.** Na datoј karti Republike Sjeverne Makedonije prema kvadratićima i površinama svake oblasti, odgovori na sljedeća pitanja:

- Koliki je procenat planinskih oblasti? Zapiši kao decimalni broj.
- Koliki je procenat teritorije prekriven vodenim površinama? Zapiši kao decimalni broj.
- Ako je procijenjena površina cijele teritorije  $570 \text{ km}^2$ , procijeni kolika je površina 1 kvadratića na mreži?

č) Izračunaj površinu pravougaonih oblasti Republike Sjeverne Makedonije.



## ZADACI ZA SAMOOCENJIVANJE

Riješi zadatke. Zatim, se samoocijeni prema datoj ček listi.

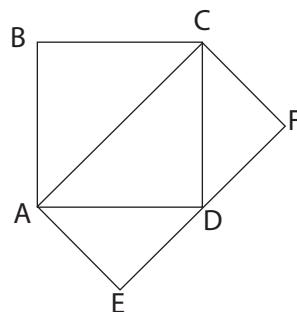
1. Šta treba da stoji u kvadratiću  $1,4 \text{ hm}^2 = \square \text{ m}^2$  da bi jednačina bila tačna?
2. Površina obradive površine u obliku pravouglog trougla iznosi  $400 \text{ cm}^2$ . Koliko žica je potrebno da se obide ova površina četiri puta ako je jedna kateta  $20 \text{ m}$ , a hipotenuza je oko  $45\text{m}$ ?
3. Ana je poredala deset aktivnosti koje je obavila tokom jedne nedjelje u zavisnosti od vremena koje je svaka aktivnost zahtjevala i dobila je niz:  $23 \text{ min}, 40 \text{ min}, 57 \text{ min}, 74 \text{ min} \dots$  Koliko vremena je potrebno za realizaciju osme aktivnosti u satima i minutima?
4. Ako je današnji kurs  $61,8$  denara za  $1$  euro, koliko će denara koštati proizvod koji se mora platiti u Njemačkoj ako košta  $60$  eura?
5. Koliko puta Tomo pređe put vozilom ako vozi brzinom od  $84$  kilometara na sat tokom  $90$  minuta?

- a)  $75,6 \text{ km}$       b)  $12,6 \text{ km}$       c)  $126 \text{ km}$       č)  $756 \text{ km}$

- \*6. Kvadrat ABCD ima dijagonalu dužine  $5 \text{ cm}$ .

Kolika je površina pravougaonika ACFE?

- a)  $125 \text{ cm}^2$       b)  $12,5 \text{ cm}^2$   
c)  $1,25 \text{ cm}^2$       č)  $25 \text{ cm}^2$



7. U četiri bureta M, N, P i Q ima vode redom:  $1,5 \text{ l}$ ;  $250 \text{ dL}$ ;  $1,57 \text{ l}$  i  $1\frac{2}{5} \text{ l}$ .

U kojem buretu ima najviše vode?

- a) bure Q      b) bure N      c) bure P      č) bure M

8. Od  $20 \text{ kg}$  šećerne repe dobijeno je  $1,5 \text{ kg}$  šećera. Koliko kilograma šećera će se dobiti od  $760 \text{ kg}$  šećerne repe?

- a)  $380 \text{ kg}$       b)  $50,7 \text{ kg}$       c)  $38 \text{ kg}$       č)  $57 \text{ kg}$

**9.** Popuni prazna mjesta prema zahtjevima:

a)  $6 \text{ kg } 7 \text{ dag } 1 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dag}$

b)  $19 \text{ ha } 6 \text{ a } 5 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

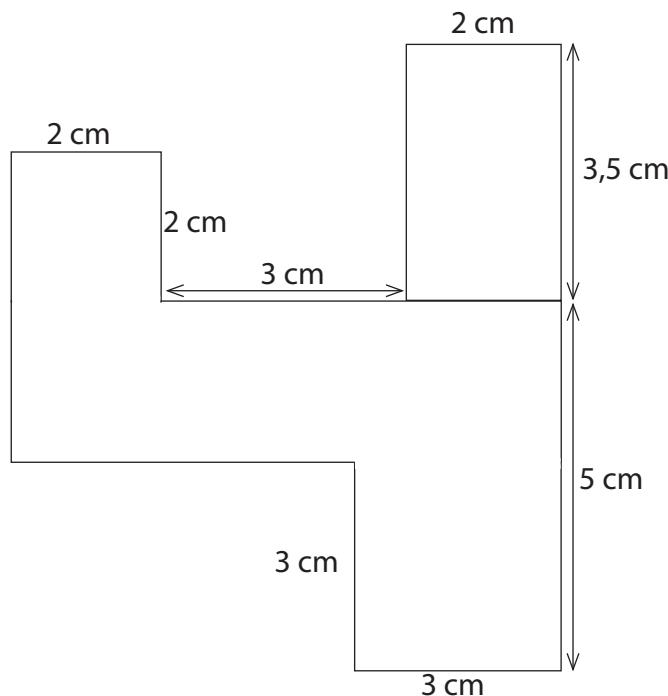
c)  $72 \text{ m } 3 \text{ dm } 9 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

č)  $8 \text{ h}\ell 6 \ell 5 \text{ d}\ell = \underline{\hspace{2cm}} \ell$

**10.** Koju od lopti i koliko njih treba da se zamijene na mjestu upitnika kako bi vaga bila u ravnoteži? Obrazloži svoj odgovor.



**11.** Izračunaj obim i površinu 2D oblika date na crtežu.



**12.** Djeda, baka i unuk su krenuli u šetnju duž obale rijeke Vardar. Dužina djedinog korak iznosi  $0,83 \text{ m}$ , bakinog  $0,66 \text{ m}$ , a unukovog  $0,31 \text{ m}$ . Koliko su udaljeni jedni od drugih nakon što svako od njih napravi  $812$  koraka?

Ček-lista za samoocjenjivanje prema standardima za ocjenjivanje

Ja mogu:			
da pretvorim odgovarajuću jedinicu mjere u drugu (dužina, masa i zapremina), koristeći i decimalne brojeve do tri decimalna mjesta.			
da uporedim mjerena dužine, mase i volumena.			
da rješavam probleme vezane za dužinu, masu i volumen.			
da pretvaram jedinicu vremena u drugu.			
da izračunavam vremenske intervale u rješavanju problema.			
da pretvaram cijene iz jedne valute u drugu u svakodnevnom životu.			
da pretvaram iz veće u manju jedinicu mjere za površinu i obrnuto do tri decimalna mjesta.			
da izračunavam površinu oblika koji se mogu podijeliti na pravougaonike.			
da izračunavam površinu pravouglog trougla.			
da rješavam jednostavne probleme sa mjerama.			

**Zadatak za 5+**

Koji broj treba da se nalazi umjesto upitnika?

$$\text{cola} + \text{cola} + \text{cola} = 345 \text{ denara}$$

$$\text{cola} + \text{hamburger} + \text{hamburger} = 355 \text{ denara}$$

$$\text{hamburger} + \text{orange juice} + \text{orange juice} = 320 \text{ denara}$$

$$\text{hamburger} + \text{cola} \cdot \text{orange juice} = ? \text{ denara}$$

Proučavajući ovu temu, moći ćete da:

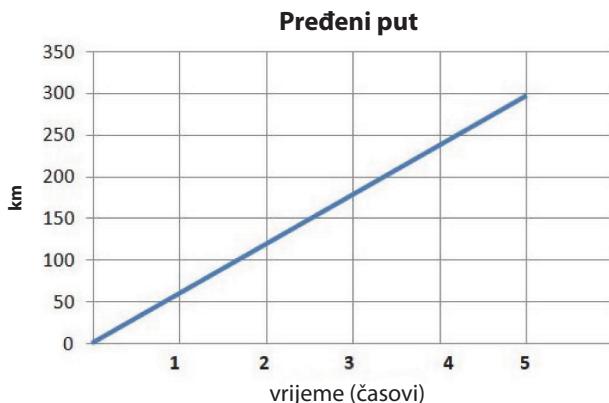
- 1.** planirate i sprovodite istraživanje u vezi pitanja iz svakodnevnog konteksta;
- 2.** koristite koncepte vjerovatnoće da bi ste razgovarali o događajima (o vjerovatnoći da se događaj desio ili ne i o događajima koji imaju istu vjerovatnoću da će se desiti).

## ČITANJE PODATAKA IZ TABELA I DIJAGRAMA

### Uvodna aktivnost

Na sljedećem linijskom dijagramu je prikazano koliki je put prešao Ilir sa njegovim automobilom za pet sati? Koristeći linijski dijagram odredi:

- Koliko je put Ilir prešao za  $2\frac{1}{2}$  sata?
- Za koliko sati je prešao 180 km od puta?



U svakodnevnom životu stalno nailazimo na različite podatke: ocjene iz predmeta učenika u jednom odjeljenju šestog razreda, potrošnja struje po porodicama, potrošene količine voća u jednom magacinu tokom nedjelje, pređeni kilometri po satima i dr.

Podaci se obično prikazuju u tabelama. Tabela je sastavljena od pravougaonika (polja), dobijenih ukrštanjem horizontalnih i vertikalnih linija. Uvijek se piše na šta se odnosi tabela, odnosno o kakvim se podacima radi.

**Primjer 1.** Tabela pokazuje koliko je pari cipela prodato tokom jednog radnog dana prema veličini u jednoj prodavnici cipela.

Tabela – Broj prodatih pari cipela po veličini

veličina cipele	frekvencija/učestalost
38	7
39	5
40	18
41	11
42	14

- Koliko je ukupno pari cipela prodato?

Da kažemo koliko je cipela prodato u prodavnici u toku dana, treba da saberemo frekvenciju, odnosno broj cipela koje su se prodale od svake veličine.

$7 + 5 + 18 + 11 + 14 = 55$  pari cipela.

- Koja veličina cipela se najviše prodala?

Ako se olovkom krećemo odozgo prema dole u drugoj koloni, najveća frekvencija je 18. Od osamnaest možemo da pomjeramo olovku horizontalno ulijevo. Čitamo da je 18 prodatih pari cipela veličine 40.

- c) Koliko je manje pari cipela veličine 39 prodato od veličine cipela koje su se najviše prodale?

Od cipela veličine 39 prodato je 5 pari cipela.  $18 - 5 = 13$  pari cipela. Dakle, od veličine 39 prodato je 13 pari cipela manje od cipela veličine 40.

**Učestalost (frekvencija)** je broj koji pokazuje koliko puta je zastupljen neki podatak iz liste podataka.

1. U tabeli su prikazani podaci o omiljenom voću 30 učenika.

Tabela - Omiljeno voće među učenicima.

voće	broj učenika
banana	8
jabuka	5
kruška	4
narandža	11
drugo	2
Ukupno	30

- a) Koje voće je najomiljenije među učenicima?  
b) Uporedi broj učenika kojima je banana omiljeno voće sa brojem učenika kojima je omiljeno voće jabuka.

**Dijagram** je grafički prikaz podataka sa tačkama, linijama, 2D i 3D oblicima.

**Linijski dijagram** je način grafičkog prikaza sređenih podataka pomoću linija.

**Primjer 2.** Na linijskom dijagramu su prikazani podatci o istečenoj vodi u litrima iz jedne česme za vrijeme od 2 sata.

- a) Koliko litara vode je isteklo za 1 sat?

Na horizontalnoj koordinatnoj brojevnoj pravi su dati sati.



Od 1. sat olovkom prelazimo vertikalno do prave linije na kojoj su prikazani podatci. Od tačke na pravoj olovkom se krećemo horizontalno do vertikalne brojevne prave i čitamo  $20\ell$ .

- b) Koliko litara vode je isteklo za  $\frac{1}{2}$  sata?

Za pola sata isteklo je 10 litara vode.

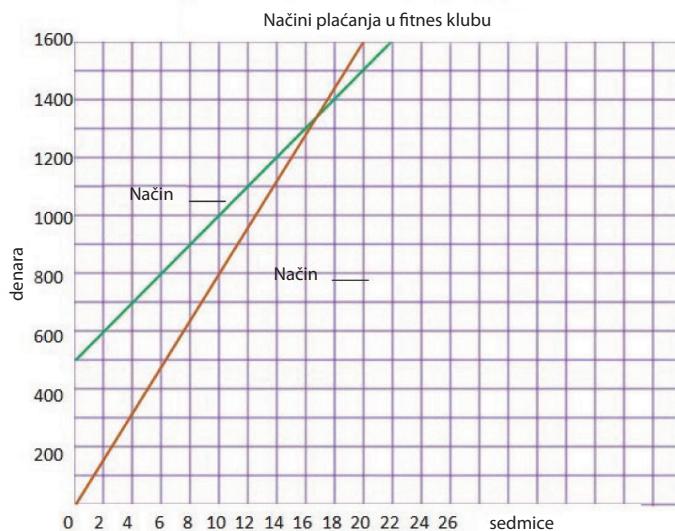
- c) Koliko litara vode je isteklo iz česme za 4 sata?

Horizontalnu brojevnu pravu možemo da produžimo i da označimo jedinačnu mjeru duž još dva puta i dobijamo tačke koje odgovaraju vremenima od 3 i 4 sata. Od 4 sata vertikalno olovkom se krećemo do presjeka sa produžetkom plave prave, zatim od tačke prave se krećemo horizontalno do vertikalne brojevne prave i čitamo  $80\ell$ .

## 2. Fitnes klub nudi dva različita načina plaćanja svojih usluga.

Način A ima upisnu članarinu od 500 denara i nedjeljnu uplatu od 50 denara. Za metod B nema upisne članarine, ali postoji nedjeljna uplata od 80 denara.

Na linijskom dijagramu dole su date upoređene ukupne cijene oba načina plaćanja A i B.



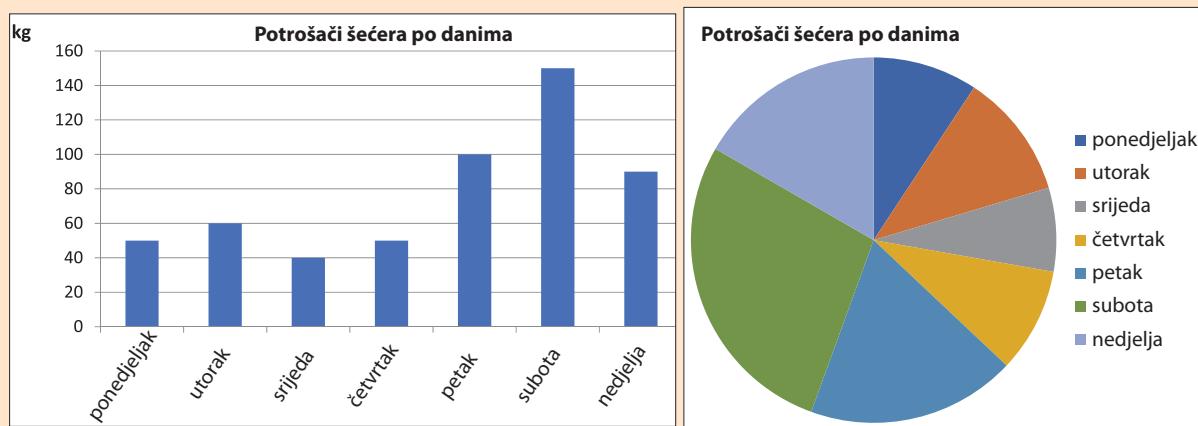
- a) Označite koja linija predstavlja način A, a koja način B?  
 b) U kojoj sedmici bi se isplatio isti iznos u denarima prema načinu A i prema načinu B?  
 c) Kolika je razlika u ukupnim cijenama oba načina plaćanja u 10-toj sedmici?

Kod **stubastog dijagrama** se koriste pravougaonici sa istom osnovom, a njihova visina zavisi od broja podataka koje predstavljaju.

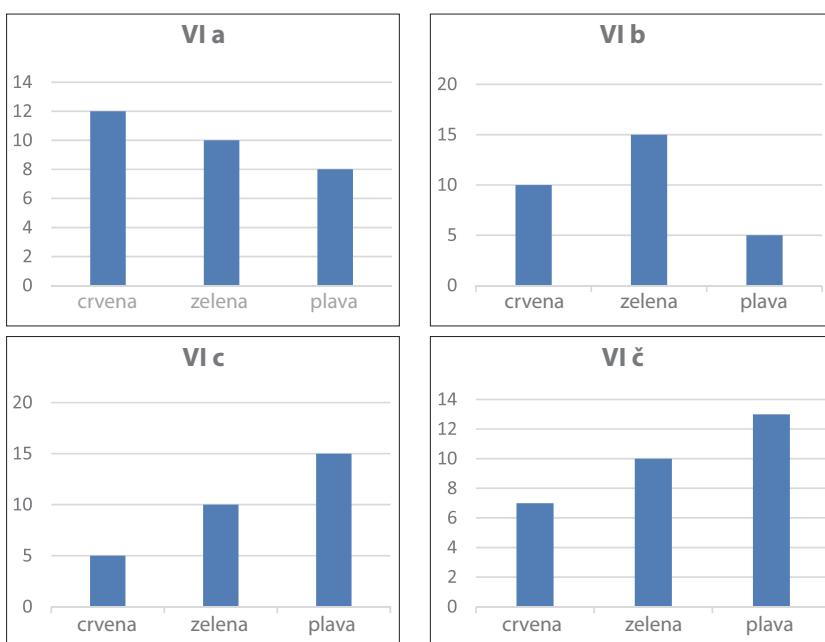
Prikaz podataka se može napraviti i sa i krugom. Takav dijagram se zove **kružni dijagram**.

**Primjer 3.** Prema datom dijagramu, kog dana je potrošeno najviše kilograma šećera?

Iz oba dijagrama se može vidjeti da većim vrijednostima u stubastom dijagramu odgovara „veći stub“ (pravougaonik veće visine), a iz kružnog dijagrama – veći ugao sa vrhom u krugu.

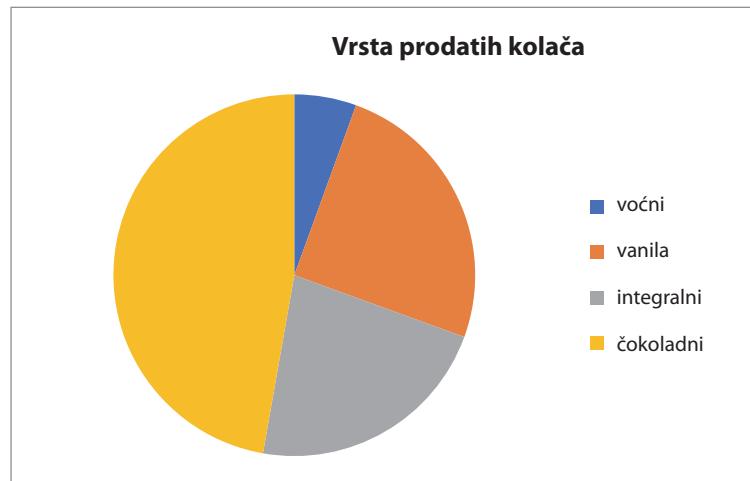


3. Aleksandar je napravio istraživanje o omiljenoj boji učenika u četvrtim razredima.



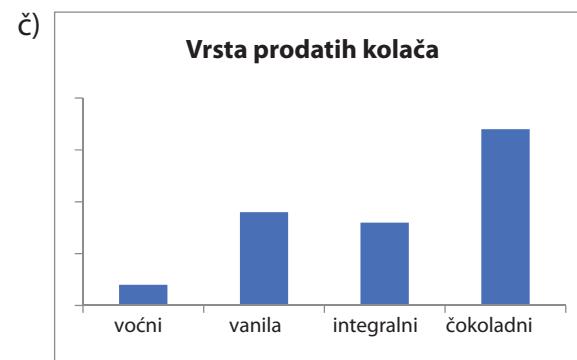
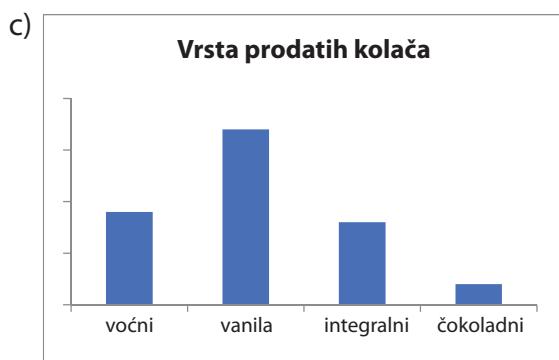
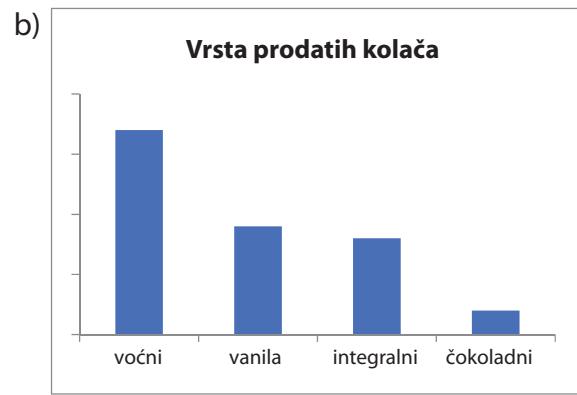
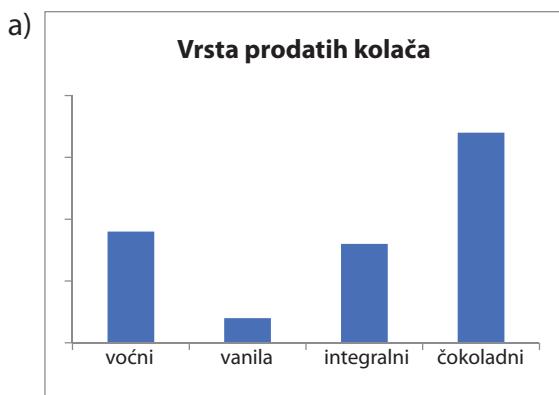
U kom odjeljenju je najmanji broj učenika izabrao plavu boju?

4. Na dijagramu su prikazane vrste kolača koji su prodati u lokalnoj poslastičarnici.



a) Koju vrstu kolača je poslastičarnica najviše prodala?

b) Koji od stubastih grafikona odgovara podacima prikazanim kružnim dijagramom? Objasnite odgovor.



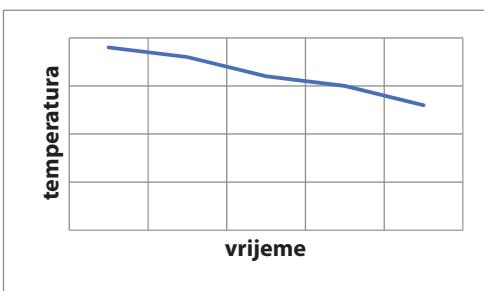
## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. U tabeli su prikazane temperature u različito doba dana.

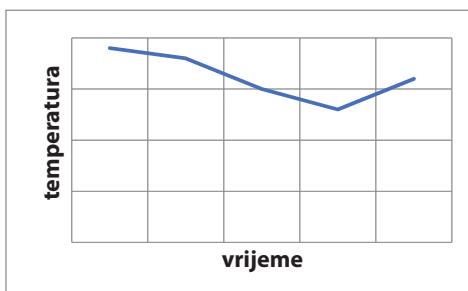
Vrijeme	7:00 h	10:00 h	13:00 h	16:00 h	19:00 h
Temperatura (°C)	13	18	15	19	16

Grafikoni su nacrtani bez temperaturne skale. Koji od sljedećih grafikona bi mogao biti grafikon koji prikazuje podatke iz tabele? Objasnite kako ste to otkrili. Odgovori i objasni zašto ostali grafikoni nisu odgovarajući tabeli?

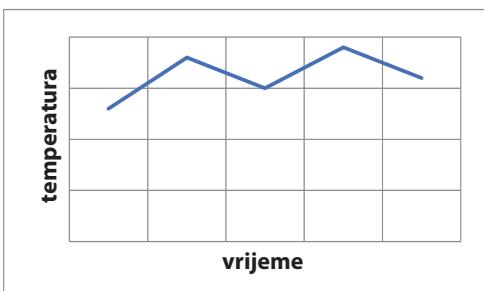
a)



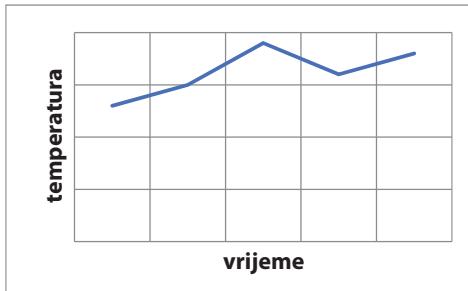
b)



c)



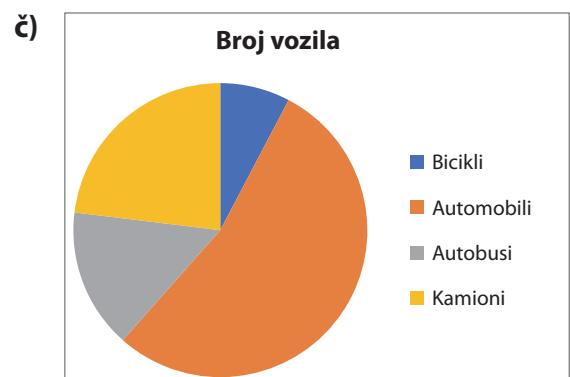
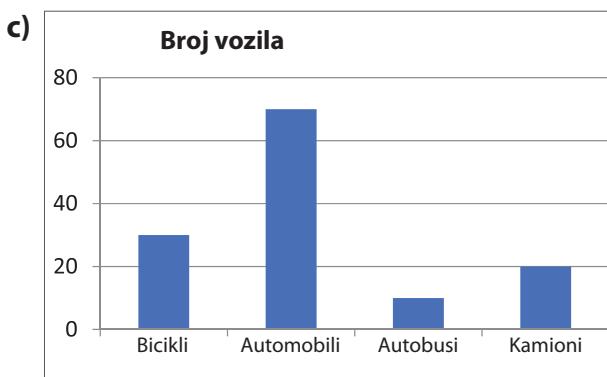
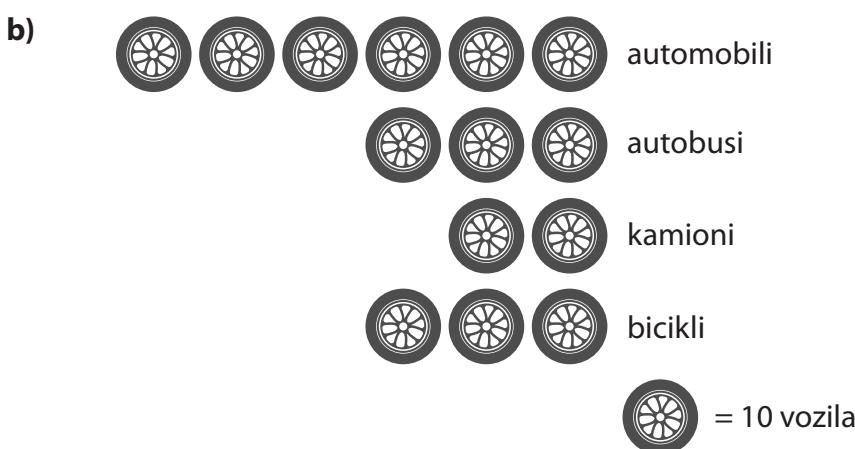
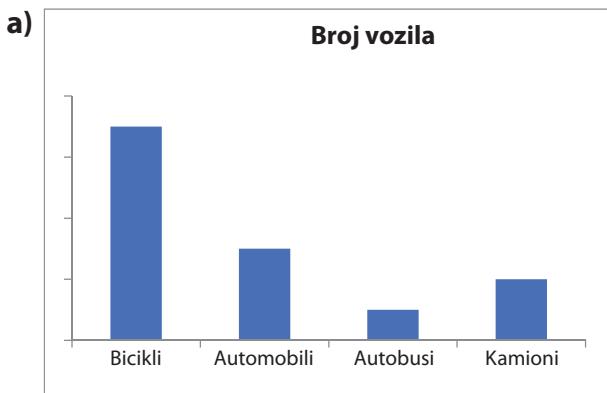
č)



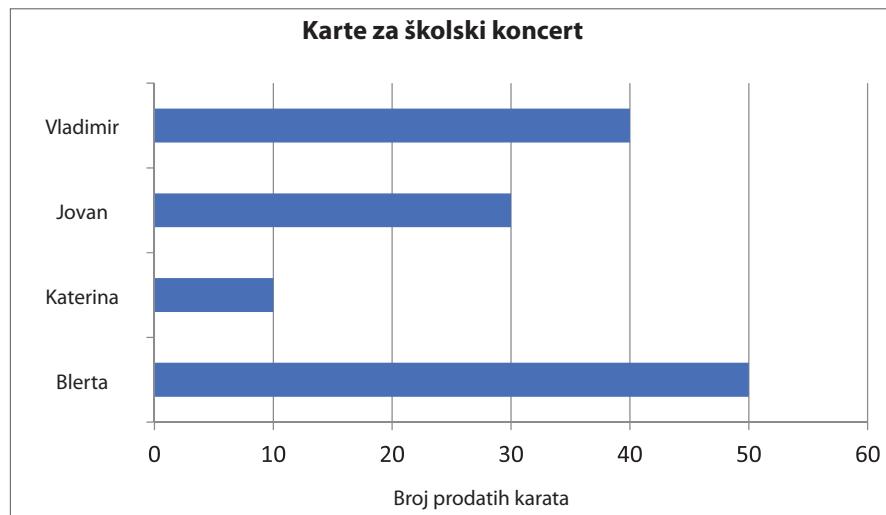
2. Četiri učenika su posmatrala saobraćaj ispred svoje škole tokom 1 sata. Učenici su zapisali broj vozila i predstavili ga u tabeli.

vrsta vozila	broj
bicikli	30
automobili	70
autobusi	10
kamioni	20

Svaki učenik je nacrtao dijagram da prikaže rezultate. Koji od dijagonala odgovara podacima iz tabele? Objasni svoj odgovor.

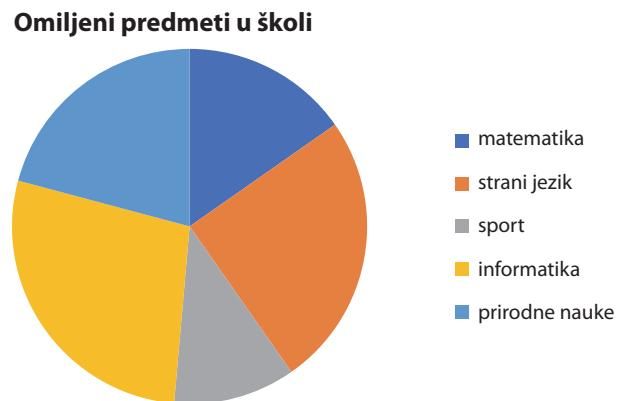


3. Katerina, Blerta, Jovan i Vladimir prodavali su karte za školski koncert. Dijagram pokazuje koliko je karata prodao svaki od njih. Dvoje djece je prodalo zajedno koliko je Blerta prodala sama. Koja su ta dva učenika?

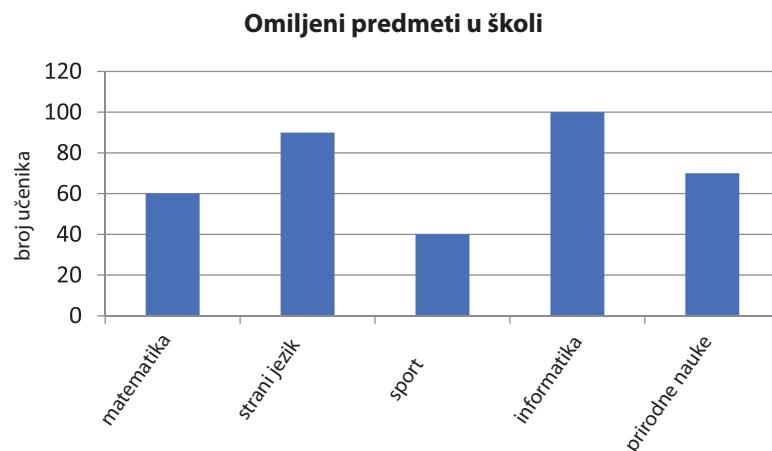


5. Učitelj Jovanovski je pitao učenike u školi koji im je najdraži predmet: matematika, strani jezik, sport, informatika i prirodne nauke. Dobijene podatke je predstavio kružnim dijagramom.

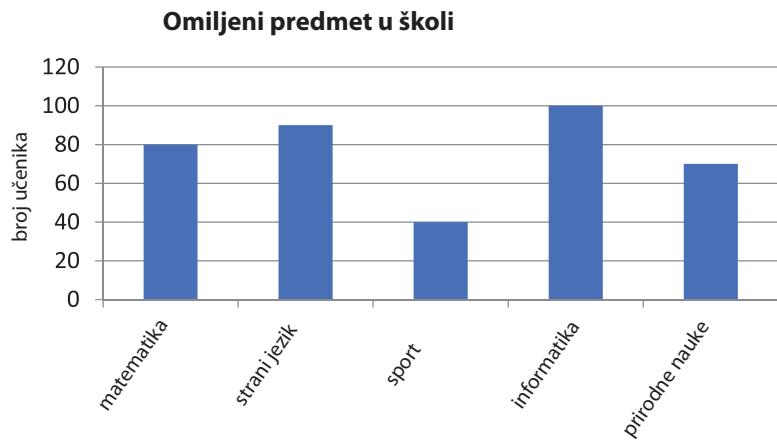
- Iz kružnog dijagrama odredi koji je najomiljeniji a koji najmanje omiljeni predmet učenika?
- Koja od stubastih dijagrama prikazuje iste informacije kao i kružni dijagram?



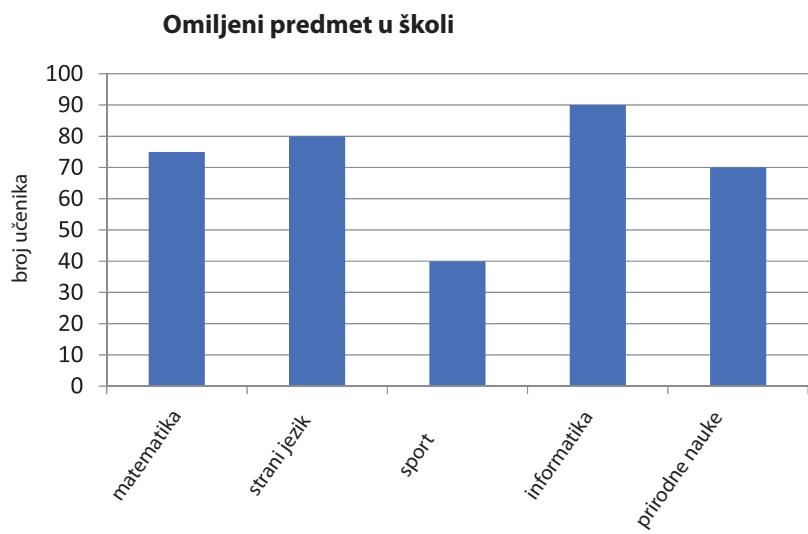
1)



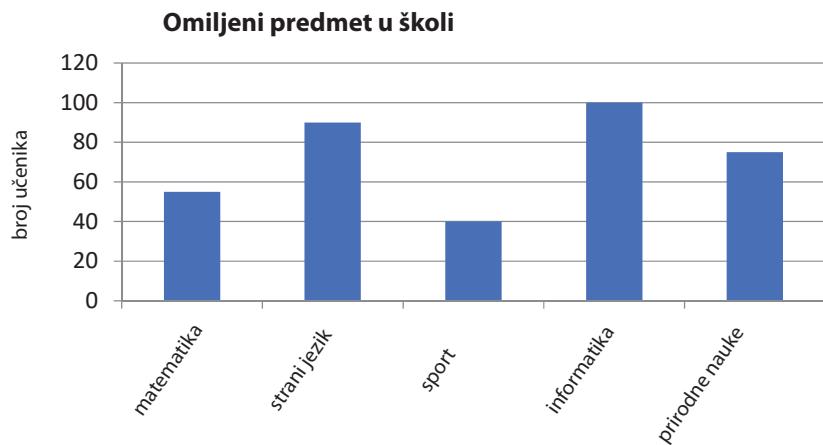
2)



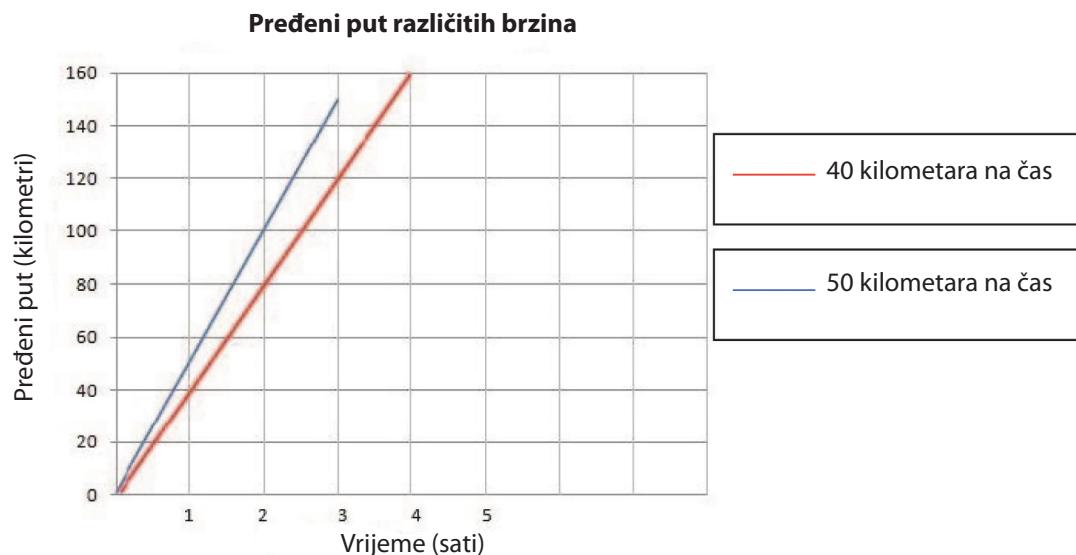
3)



4)



6. Ovaj linijski dijagram prikazuje putanju kojom se vozilo kreće dok vozi brzinom od 40 kilometara na sat, u poređenju sa drugim koji se kreće brzinom od 50 kilometara na sat.



Izračunajte ili pročitajte sa linijskog dijagrama da bi ste odgovorili na sljedeća pitanja a zatim provjerite svoj odgovor drugom metodom.

- Koliko daleko će automobil stići za 2 sata ako se kreće brzinom od 50 km na sat?
- Koliko daleko će automobil stići za  $1\frac{1}{2}$  sat, ako se kreće 40 km na sat?
- Koliko će više preći jedan automobil za  $1\frac{1}{2}$  sat, ako se kreće brzinom od 50 kilometra na sat, nego ako se kreće brzinom od 40 kilometara na sat?
- Koliko kilometara će automobil preći za 4 sata, ako se kreće brzinom od 40 kilometara na sat?
- Koliko će kilometara preći automobil koji se kreće brzinom od 50 kilometara na sat za vrijeme od 10 sati?
- Koji metod je prikladniji za odgovor na poslednje pitanje? Računanjem ili čitanjem sa dijagrama?

# PREDSTAVLJANJE PODATAKA TABELOM UČESTALOSTI

## Uvodna aktivnost

Kontrolni test iz matematike uradilo je 30 učenika. Dobijene su sljedeće ocjene.

2	2	1	3	2	2	4	4	1	3
5	5	4	5	4	1	2	4	2	1
3	3	4	5	2	3	5	5	4	5

Kojom ocjenom je ocijenjeno najmanje učenika?

**Primjer 1.** Podaci u uvodnoj aktivnosti nisu sređeni i samo prebrojavanjem učestalosti svake ocene možemo da ih sredimo.

Podatke prikazujemo u tabeli. U prvu kolonu unijećemo ocjene koje se mogu dobiti na kontrolnom testu (5, 4, 3, 2 i 1), a u drugoj koloni se unosi broj učenika koji su dobili 5, 4, 3, 2 ili 1.

ocjena	broj učenika
5	7
4	7
3	5
2	7
1	4
ukupno	30

Nakon sređivanja podataka u tabeli, možemo odgovoriti na pitanje.

Najmanji broj učenika je dobio ocjenu 1.

1. Goran je sakupljao podatke o omiljenim životinjama svojih prijatelja. Dobio je sljedeće podatke:

papagaj	pas	mačka	zec	riba	pas	rakun	mačka	zec	pas	rakun
pas	rakun	zec	pas	pas	pas	rakun	pas	riba	pas	pas
riba	zec	mačka	mačka	mačka	pas	papagaj	pas	riba	rakun	mačka
mačka	gušter	pas	jež	riba	rakun	pas	riba	mačka	pas	zec

- a) Složite podatke u tabelu.
- b) Koliko prijatelja je Goran uključio u svoju anketu?
- c) Koja je omiljena životinja učenika?
- č) Kolika je razlika između najomiljenije životinje i najmanje omiljene životinje?

ć) Napravite druga poređenja.

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Dat je broj učenika-čitača pet knjiga iz jedne školske biblioteke u aprilu 2023. (svako dijete je pročitalo samo jednu knjigu).

- |                           |    |
|---------------------------|----|
| 1) Robinzon Kruzo         | 25 |
| 2) Bašta sljezove boje    | 20 |
| 3) Kaleš Andža            | 30 |
| 4) Kristalna planeta      | 15 |
| 5) Ostrvo skrivenog blaga | 10 |

a) Nacrtaj tabelu u svoju svesku i popuni je.

	knjiga				
	1)	2)	3)	4)	5)
čitaoci					
procenti					
razlomak					

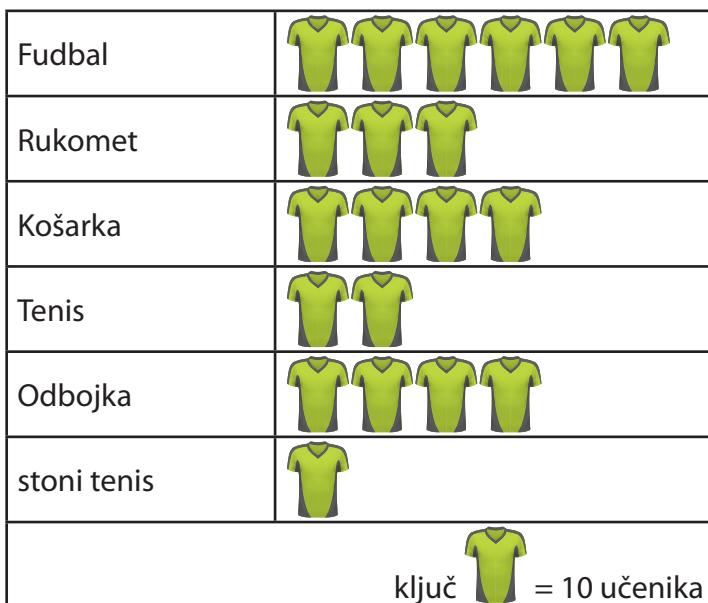
b) Koliki procenat učenika je čitao knjigu 3)?

c) Koju knjigu je pročitala većina učenika?

č) Koliki dio učenika je pročitao knjigu 4)?

ć) Napravite druga upoređenja.

2. Anketirano je 200 učenika o svom omiljenom sportu.



Podatke predstaviti u tabeli, tako da se iz tabele, osim broja zainteresovanih učenika, može se pročitati koji dio cjeline i u kom procentu predstavlja broj učenika zainteresovanih za svaki od sportova.

- 3.** Prikupi i predstavi u tabeli podatke sa kontrolnog testa iz matematike i prirodnih nauka u svom razredu.

Uporedite dobijene rezultate:

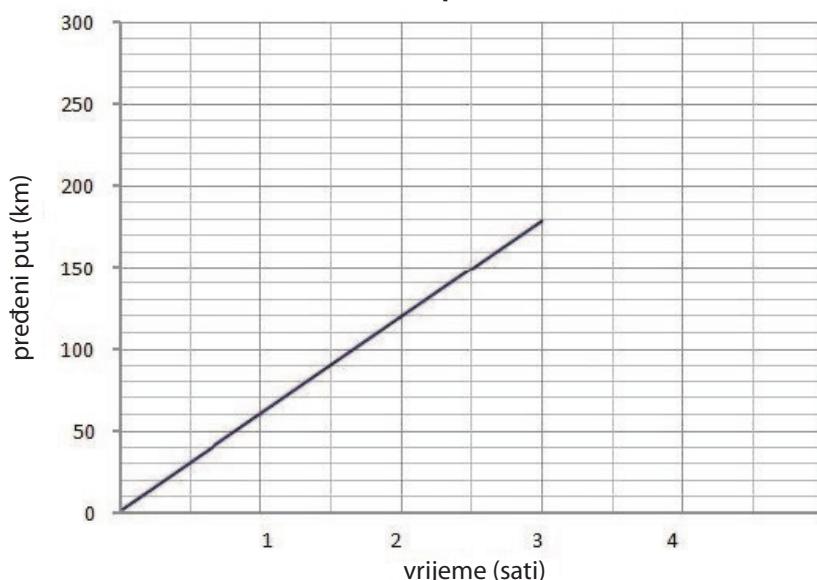
- a) sa rezultatima drugog razreda. Koji razred je uspešniji?
- b) sa rezultatima iz drugog predmeta iz kojeg ste pravil kontrolni test. Iz kojeg predmeta ste bolji?

## PREDSTAVLJANJE PODATAKA LINIJSKIM DIJAGRAMOM

### Uvodna aktivnost

Linijskim dijagramom je prikazan pređeni put jednoga autobusa za 1 h, 2 h i 3 h.

**Pređeni put autobusa**

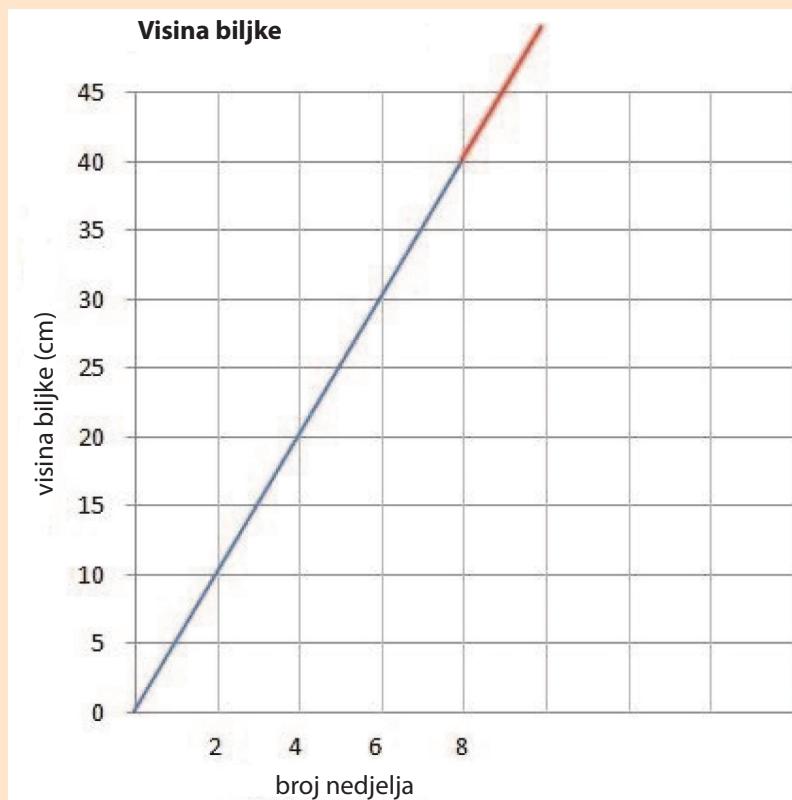


- a) Podatke predstavi u tabeli.
- b) Koliko kilometara je autobus prešao za 2 sata?
- c) Koliko kilometara je autobus prešao za 30 minuta?
- č) Za koliko sati će autobus preći 150 kilometara?
- ć) Koliko će kilometara preći za 6 sati?

**Primjer 1.** U tabeli je prikazan rast biljke žitarica. Predstavi podatke linijskim dijagramom i odgovori na pitanja:

broj nedjelja	visina biljke u cm
0	0
2	10
4	20
6	30
8	10

- a) Koliko je visoka biljka nakon 4 nedjelje?
- b) Koliko je nedjelja rasla, ako smo trenutno izmjerili 30 cm?
- c) Producite liniju na dijagramu ako biljka raste istim intenzitetom.
- č) Koliko je visoka biljka nakon 10 nedjelja?
- ć) Ako je žitarica počela da raste sredinom aprila, a žanje se kada bude dostigla visinu od 60 cm, u kom mjesecu je žetva?



- a) Nakon 4 nedjelje biljka je visoka 20 cm.
- b) Ako je biljka trenutno visoka 30 cm, rasla je 6 nedelja.
- c) Producetak linije je označen drugom bojom.

č) Nakon 10 nedjelja biljka je narasla 50 cm.

d) Predstavimo podatke u tabeli:

april	maj	jun	jul (sredina mjeseca)
10 cm	30 cm	50 cm	60 cm

Žetva je u julu, jer za dvije nedjelje rast je 10 cm, a za mjesec dana (oko 20 cm).

1. Sonja i Tanja su se takmičile sa biciklima. U tabeli za svaku od njih je dat pređeni put svakog sata.

Preden put u svakom satu za Sonju

vrijeme (h)	pređeni put (km)
0	0
1	20
2	40
3	60
4	80

Preden put u svakom satu za Tanju

vrijeme (h)	pređeni put (km)
0	0
1	30
2	60
3	90
4	120

- a) Linijskim dijagramom za svaku od njih, predstavi pređeni put u svakom satu.  
 b) Za koliko je kilometara udaljena Tanja od Sonje nakon 2 sata vožnje?  
 c) Za koliko sati će Sonja preći 60 km?

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Marko je išao od kuće do škole.

Zaustavio se na putu do škole kod svoje bake.

Napravio je pauzu i nastavio u školu.

- a) Podatke iz tabele predstavi linijskim dijagramom.  
 b) Koliki put je prešao za 10 minuta?  
 c) Koliko je dugo ostao kod bake?  
 č) Koliko mu je trebalo da stigne do škole?  
 c) Kolika je udaljenost od njegovog doma do kuće njegove bake?  
 d) Postavi i druga pitanja u vezi datih podataka.

2. Nacrtaj linijski dijagram. Izaberi između:

Tabela – put do škole

vrijeme (h)	pređeni put (km)
0	0
5	0,5
10	1
15	1,5
20	1,5
25	1,5
30	2

- a) Linijski dijagram za pretvaranje denara u eura.  
 b) Linijski dijagram za pretvaranje denara u američke dolare.  
 c) Linijski dijagram za pretvaranje eura u američke dolare.  
 č) Dvije valute po vašem izboru (možete tražiti različite valute na internetu)

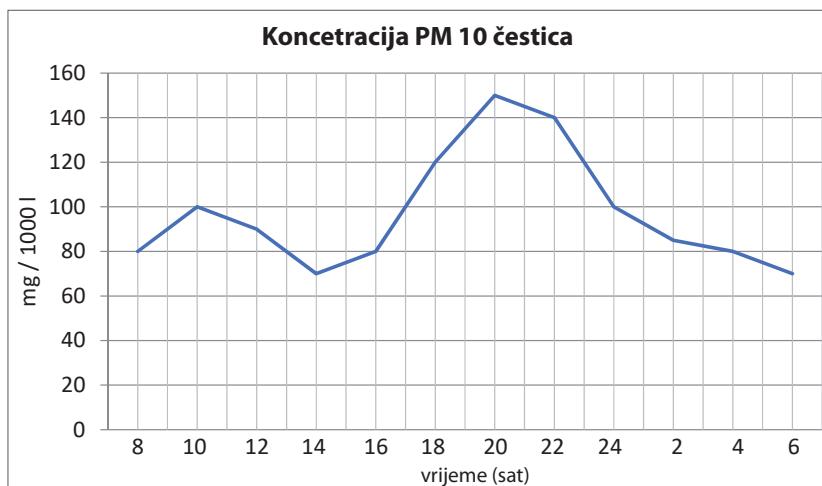
Ne zaboravite da pažljivo odaberete skale na osi. Prvo nanesite najniže i najveće vrijednosti.

3. Date su dnevne temperature u Celzijusovim stepenima u gradu tokom 10 dana marta. Nacrtajte linijski grafikon koji predstavlja podatke.

datum	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
temperatura (°C)	2	5	8	12	14	10	7	5	8	10

4. Na dijagramu su prikazane promjene zagađenja vazduha tokom 24 sata u jednom od naših gradova. Sa dijagraama pročitajte:

- a) Koliko je mg na 1000 litara PM10 čestica bilo u vazduhu ujutru?  
 b) Koje doba dana je najpovoljnije za šetnju na otvorenom?  
 c) Ako je granica za dozvoljenu količinu PM10 50 mg na 1000 litara vazduha, koliko puta se povećao za vrijeme kada je minimalna, a koliko kada je maksimalna vrijednost?



5. Posjećenost hotela je promjenljiva tokom turističke sezone. Pretstavi linijskim dijagramom, ako je dato tabelom:

Mjeseca	jan.	feb.	mart	apr.	maj	jun.	jul.	avg.	sep.	okt.	nov.	dec.
broj gostiju	190	150	180	100	110	130	220	240	190	90	80	190

- a) U kojim mjesecima je posjećenost najveća ili najniža i zašto?

- b)** Koliko je ukupno gostiju posjetilo hotel tokom godine?
- c)** Za koliko je veći broj gostiju u najposjećenijem i u najmanje posjećenom mjesecu?
- č)** Šta mislite, prema promjeni broja posjetilaca, da li je hotel na jezeru ili planini?  
Objasni!

## PREDSTAVLJANJE PODATAKA STUBASTIM DIJAGRAMOM

### Uvodna aktivnost

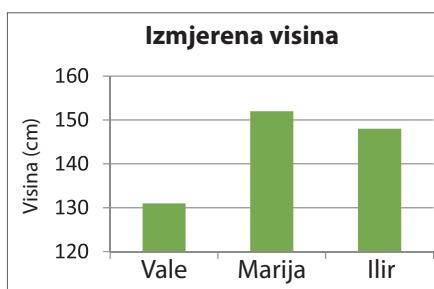
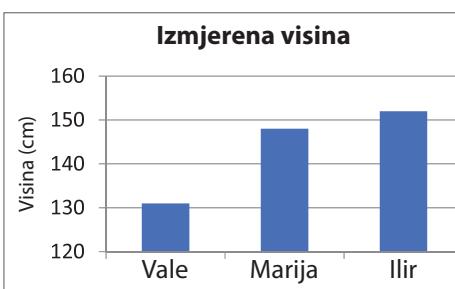
Tri učenika su izmjerila svoju visinu i podatke zabilježila u tabelu.

učenik	visina (cm)
Vale	148
Marija	131
Ilir	152

Sljedeća tri dijagrama prikazuju podatke o visini svakog učenika.

Koji pokazuje tačnu visinu?

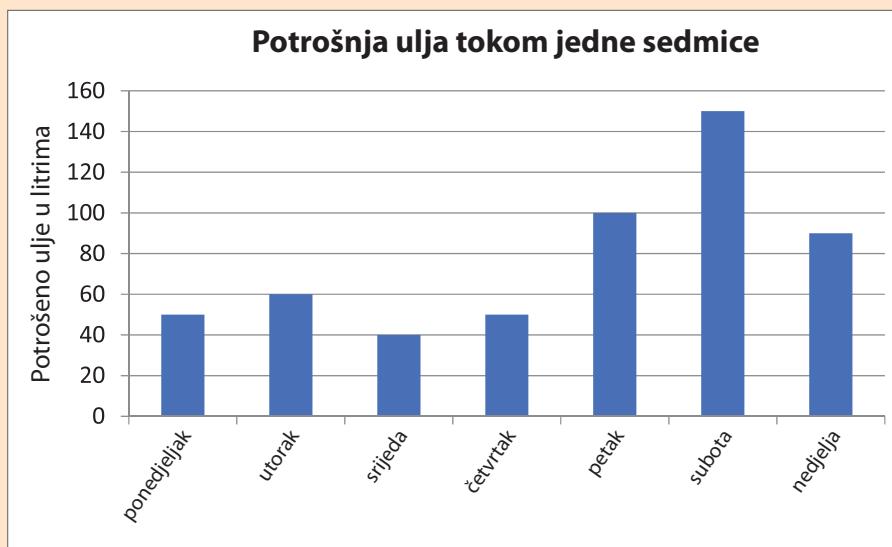
Obrazložite odgovor.



**Primjer 1.** U tabeli su prikazani podaci o potrošnji ulja u litrima dnevno tokom jedne sedmice u prodavnici. Predstavite podatke stubastim dijagramom.

Tabela – Potrošnja ulja tokom jedne sedmice

dani	potrošeno ulje u litrima
ponedjeljak	50
utorak	60
srijeda	40
četvrtak	50
petak	100
subota	150
nedjelja	90



Širina stubova je jednak duž horizontalne linije, a na vertikalnoj liniji za jednu jedinicu mjere možemo uzeti duž dužine 5 milimetara da odgovara količini od 20 litara ulja i označiti: 20, 40, 60, ..., 160.

- a) Kojeg dana je potrošeno najviše litara ulja?
- b) Koliko je više litara ulja potrošeno u petak nego u utorak?
- c) Koja je razlika u litrima potrošenog ulja od dana kada je potrošeno najviše i dana kada je potrošeno najmanje ulja?

1. Petnaest domaćinstava je upitano koje povrće želi da koristi. Dobijeni su sljedeći podaci:

svježe	konzervisano	svježe	svježe	konzervisano
smrznuto	svježe	svježe	konzervisano	konzervisano
smrznuto	smrznuto	konzervisano	svježe	svježe

- a)** Predstavi podatke stubastim dijagramom.
- b)** Koje povrće domaćinstva najmanje žele da koriste?

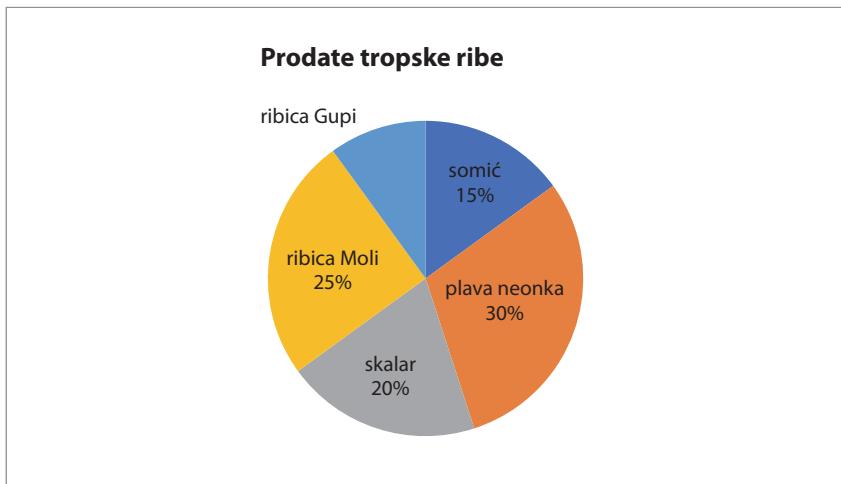
### ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1.** Prodavnica kućnih ljubimaca prodaje razne vrste ptica.

Ovaj kružni dijagram prikazuje različite vrste ptica koje su prodane za vrijeme jedne nedelje.



- a)** Koja je najtraženija vrsta ptica?
- b)** Ako je te nedelje prodato ukupno 70 papagaja, procijenite broj svake vrste ptica koje se prodaju.
- c)** Prema procjeni predstavi podatke stubastim dijagramom.
- 2.** Prodavnica kućnih ljubimaca nudi i tropsku ribu. Na ovom kružnom dijagramu prikaži tropske ribe koje su prodane tokom iste nedelje. Prodato je 300 tropskih riba.
- Nacrtajte stubasti dijagram i na njemu predstavite podatke sa kružnog dijagrama.



3. Ova tabela prikazuje temperaturu u podne svakog dana u nedjelji.

Tabela – Temperatura po danima u nedjelji

dani	temperatura (°C)
ponedjeljak	12,5
utorak	14
srijeda	20
četvrtak	24
petak	14
subota	16
nedjelja	16

a) Koliko je temperatura bila viša u četvrtak nego u nedjelju.

b) Zapišite tri pitanja na koja bi se moglo odgovoriti koristeći podatke iz dijagrama. Zamijeni pitanja sa tvojim prijateljem i odgovori na njegova pitanja.

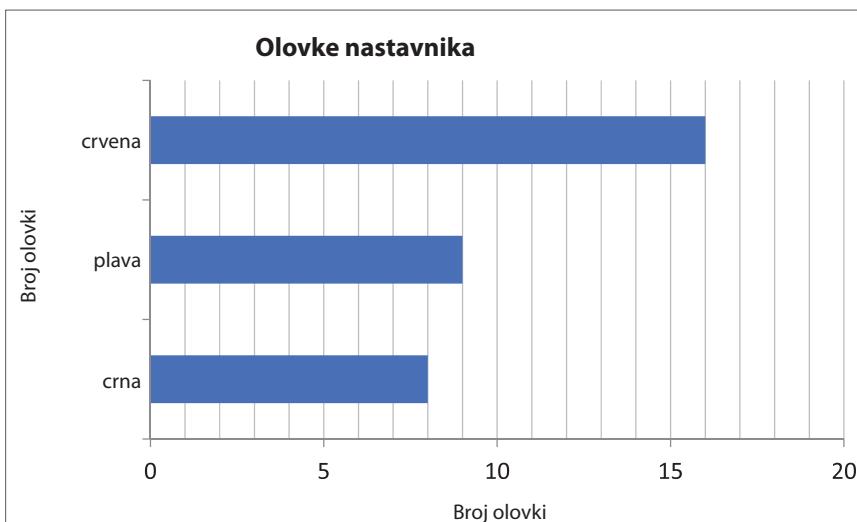
4. Damjan je pitao svoje prijatelje o njihovoj omiljenoj boji. Prikupio je informacije u tabeli prikazanoj ispod.

omiljena boja	broj drugara
crvena	4
zeleni	2
plava	6
žuta	7

a) Predstavi podatke stubastim dijagramom.

b) Razgovaraj sa svojim prijateljem o nekim pitanjima o podacima.

5. Stubasti dijagram pokazuje broj plavih, crvenih i crnih olovaka koji su na učiteljskom stolu. Koliko crvenih olovaka ima više od crnih?



# ISTRAŽIVANJE

## Uvodna aktivnost

Izaberi pitanje koje želiš da istražiš. Zapiši koje informacije imaš i koje su ti potrebne i kako ih možeš dobiti.

Prilikom istraživanja nekog pitanja potrebno je da se prikupe podaci, da se predstave i analiziraju. Istraživanje je obimna i složena aktivnost. Zato je, za njegovo uspješno rješavanje potrebno, prvo, napraviti plan rada.

Plan istraživanja treba da odredi kako će se rad organizovati i koja sredstva će se koristiti za istraživanje problema koji je u pitanju. Istraživanje se radi u nekoliko koraka koji se razlikuju prema aktivnostima.

**Primjer 1.** Za realizaciju plana potrebno je preuzeti sljedeće korake:

**Korak 1.** Postavljanje pitanja. Poslije koliko sati u prosjeku tokom dana učenici šestog razreda koriste kompjuter u školi?

**Korak 2.** Kako odgovoriti na pitanje. Razmatra se koje podatke je potrebno prikupiti da bi se odgovorilo na pitanje.



Kako ćemo da prikupimo podatke? Da li možemo bezbjedno da ih prikupimo? Da li će to biti naši sopstveni podaci (primarni) ili nekog drugog (sekundarni)?

Prikupljanje podataka za izabrano pitanje može se obaviti na više načina: mjerenjem, upitnikom, upoređivanjem, brojanjem, posmatranjem i dr.

**Korak 3.** Skupljanje podataka.

Prije popunjavanja upitnika, učenicima koji popunjavaju upitnik se obraća pažnja na to kako pravilno, prema uputstvu da odgovore na svako pitanje.



Dobro pripremljeni prije sakupljanja podataka. Da ima dovoljan broj upitnika. Da li će biti prikupljeni za vrijeme domaćeg zadatka? Da li će biti prikupljeni u školi, kakva oprema je potrebna? Koliko učenika će biti uključeno?

Učenici šestog razreda su odlučili da koriste upitnik.

### UPITNIK

za učenike šestog razreda OŠ-----, mjesto

Upustvo:

- Na pitanja sa više odgovora u polju ispred vašeg odgovora stavi znak h.
- Na pitanja u kojima postoji crta odgovaraj dopisivanjem.

1. Pol:       muški       ženski

2. Razred:     VI<sup>a</sup>       VI<sup>b</sup>       VI<sup>c</sup>       VI<sup>č</sup>

3. U mjesecu popunjavanja upitnika u školi si:

ujutro       popodne

4. Tokom dana koristim računar \_\_\_\_\_ sati.

5. Koristim računar za:

- Učenje sadržaja iz predmeta koje imam u šestom razredu.
- Za igre
- Ostalo

5. Najviše koristim računar:

jutro       popodne       uveče

Učenici koji su istraživali problem, iz svakog su upitnika zapisali odgovor na četvrto pitanje i dobili podatke:

1	7	4	1	5	1	3	5	1	1
5	4	4	7	4	6	2	2	5	4
6	2	4	5	1	0	2	2	6	0
2	4	5	3	6	5	3	3	4	1
5	4	2	6	4	6	2	2	3	3

**Korak 4.** Sređivanje i predstavljanje podataka.

Tabela? Dijagram? Oba? Kakav dijagram? Da li su podaci primarni ili sekundarni? Da li možemo da koristimo tehnologiju da bi nam pomogli da se naprave dijagrami?

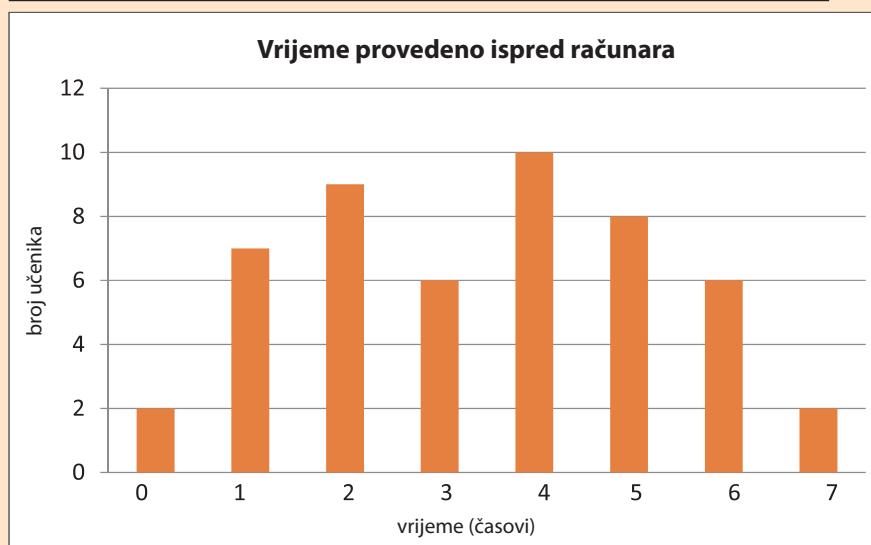
Iz ovako evidentiranih podataka ne mogu se izvući zaključci i zato se prelazi na sređivanje i prezentovanje podataka.

Podaci koje su učenici istraživali predstavljeni su tabelom i stubastim dijagramom.

Za brže sortiranje napravili su sljedeću tabelu.

Tabela – Vrijeme korišćenja računara tokom dana

broj odjeljenja	znak	broj učenika
0		2
1		7
2		9
3		6
4		10
5		8
6		6
7		2
<b>Ukupno</b>		<b>50</b>



### Korak 5. Analiza podataka.

U ovom koraku i tabela i stubasti dijagram pokazuju da najviše, 10 učenika, koriste računar po 4 časa. Iz podataka se vidi da je isti broj učenika koji nisu koristili računar i učenici koji su koristili računar 7 časova. Sa svojim drugovima možeš da prodiskutuješ i da donosiš druge zaključke.

Šta nam podatci kazuju?  
Da li ima neka veza između njih ili posebno interesantni podatci? Da li možemo primjetiti kakve bilo modele?



### Korak 6. Odgovor na pitanje i postavljanje drugih pitanja?

Da bi odgovorili na pitanje: "Po koliko prosječno časova tokom dana učenici iz šestog razreda u školi koriste računar?", odgovorićemo na jednom od sljedećih časova.

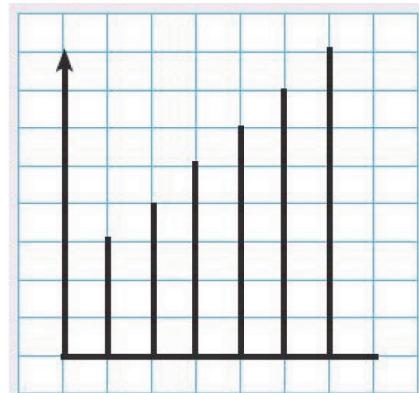
Koji je odgovor na naše pitanje?  
Da li je pitanje adekvatno  
odgovorenog? Koja pitanja  
proizilaze iz podataka sada?  
Šta treba da znate sada?



1. Koristite upitnik u svom razredu. Zatim razmislite o tome da ih predstavite drugom tabelom.
  - a) Da bi napravio drugu tabelu, poveži pitanja, na primjer: sati korišćenja računara i pol.
  - b) Razmijeniti podatke sa učenicima drugih odjeljenja i napravite povezivanje časova upotrebe računara i odjeljenja šestog razreda
  - c) Takođe povežite sate korišćenja računara sa vremenom tokom dana.
  - č) Razmotrite i druga povezivanja.

### ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Koje supstance prema fizičkim svojstvima (na Primjer: agregatno stanje ili boja) se koriste u tvojoj porodici u domaćinstvu?
2. Fudbalski timovi Vardar i Pelister igraju po 12 utakmica tokom jednog godišnjeg doba. Vardar je postigao 4 gola u 5 svojih mečeva. Koristeći date informacije, možete li odgovoriti na sljedeće pitanje: "Koji je tim bolji u fudbalu, Vardar ili Pelister?"
3. Sastavite tabelu sa podacima koji se mogu predstaviti sa datim stubastim grafikonom.



**4. Istražite pitanja:**

- a) Koje je najomiljenije voćno piće učenika šestog razreda? Ko je omiljeno voćno piće učenika škole?
- b) Kakva je bezbjednost saobraćaja u blizini vaše škole?
- c) Kako smanjiti potrošnju vode u vašoj školi?
- č) Kako riješiti problem otpada u školskom dvorištu i oko škole?

## MODA. ARITMETIČKA SREDINA

### Uvodna aktivnost

Nacrtaj pet kvadrata u svoju svesku. U svaki kvadrat upiši po jedan broj tako da je moda pet brojeva 10.



**Primjer 1.** Marija je bacila kocku 10 puta i zapisala rezultate. Ovaj eksperiment je četiri puta ponovila. Odredite modu u svakoj grupi rezultata.



**Moda** je podatak koji se najčešće pojavljuje na listi podataka.

**1. Odredi modu za svaku grupu podataka:**

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| a) 3, 5, 2, 2, 4, 10   | b) 3, 2, 1, 0, 10, 4, 5        |
| c) crvena, plava, crvena, zelena, žuta, žuta                             |                                |
| č) tigar, slon, lav, tigar, slon, majmun, tigar                          |                                |
| ć) $-2^\circ C$ , $4^\circ C$ , $0^\circ C$ , $1^\circ C$ , $-4^\circ C$ | d) 3, 1, -1, -3, 1, 3, 1, 3, 3 |

**Primjer 2.** Učenici Aleksandar, Petar, Maja i Sena na kraju školske godine su postigli sljedeće uspjehe iz predmeta:

učenik	maternji jezik	engleski jezik	matematika	historija	prirodne nauke	društvo i historija	likovno obrazovanje	fizičko obrazovanje
Borjan	4	3	3	4	5	4	5	4
Petar	4	5	3	4	3	5	4	4
Maja	5	5	5	4	5	4	5	5
Sena	3	3	4	3	4	5	3	5

Koliki je srednji uspjeh svakog učenika?

Da bismo utvrdili koliki je Borjanov srednji uspjeh, sabraćemo ocjene i dobijeni zbir podijelimo sa brojem predmeta.

$4 + 3 + 3 + 4 + 5 + 4 + 5 + 4 = 32$ . Broj predmeta je 8. Dakle,  $32 : 8 = 4$ . Znači, srednji Aleksandrov uspjeh je 4.

Petar  $4 + 5 + 3 + 4 + 3 + 5 + 4 + 4 = 32$ ,  $32 : 8 = 4$

Maja  $5 + 5 + 5 + 4 + 5 + 4 + 5 + 5 = 38$ ,  $38 : 8 = 4,75$

Senka  $3 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5 + 3 + 5 = 30$ ,  $30 : 8 = 3,75$

**Aritmetička sredina** dva ili više broja naziva se količnik zbira svih podataka i broj sabiraka.

**2.** Odredi aritmetičku sredinu brojeva:

- a) 18, 27 i 36      b) 24, 34 i 56      c) 0 i 60

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

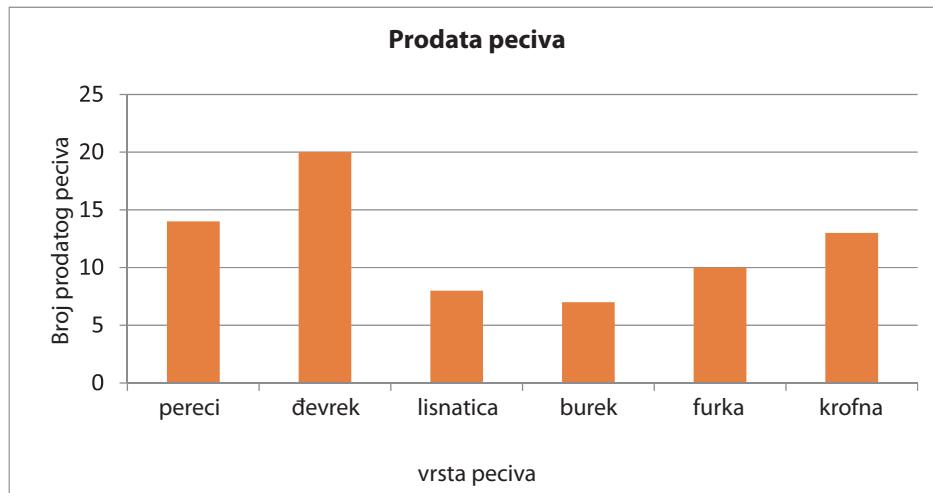
**1.** Lukas je pitao svoje prijatelje koja im je omiljena životinja. U tabeli su prikazani rezultati njegove ankete. Odredite modu.

Tabela – Omiljena životinja Lukasovih prijatelja

životinja	učestalost
žirafa	4
slon	10
majmun	4
lav	9
kengur	7
panda	8

**2.** Ovaj stubasti grafikon prikazuje broj različitih prodatih bijelih peciva u toku jednog dana u jednoj pekari.

- a) Koje bijelo pecivo se najčešće prodavalo tokom dana?
- b) Izmisli najmanje dva pitanja u vezi dijagrama koja ćeš postaviti tvom drugu.



3. Odrediti modu nize brojeva: 3, 5, 1, 0, 1, 0, 1, 2, 7, 1, 0.

4. Odredi modu podataka predstavljenih u tabeli:

Tabela – Visina učenika šestog razreda

Visina (cm)	132	136	137	140	145
Broj učenika	2	18	19	7	4

5. Na brojevnoj pravoj date su tačke A i C. Koja će biti koordinata središnje tačke duži AB?



6. Vozač je proveo 4 sata u vožnji. Prva dva sata vozio je brzinom od 80 km na sat, treći sat je vozio 50 km na čas, a četvrti sat 60 km na čas. Koliko je puta putovao vozač i koja je bila prosječna brzina kojom je vozio?

7. Tokom šest dana u nedjelji, prodavnica je prodavala različite količine mlijeka dnevno, i to: 86 l, 72 l, 102 l, 95 l, 98 l, 111 l. Kolika je prosječna dnevna potrošnja mlijeka u prodavnici?

8\*. Ako je aritmetička sredina 5 podataka 6, a četiri od njih su 3, 7, 9 i 4, pronađite peti podatak.

# RANG. MEDIJANA

## Uvodna aktivnost

Aritmetička sredina broja tačaka na gornjoj strani kockice za bacanje je 4. Koliki je broj tačaka na pokrivenoj kocki?



**Primjer 1.** U disciplini skok u dalj takmičilo se pet učenika. Ostvarili su sljedeće rezultate: Mile je skočio 1,60 m, Borko 2,05 m, Ilir 1,85 m, Kire 1,55 m, a Abdurahman 1,9 m. Napravite rang listu sa takmičenja. Koja je razlika između najvećeg i najmanjeg skoka?

Rezultate ćemo prikazati u tabeli.

Tabela – Rang lista rezultata skoka u dalj

red. br.	takmičari	skok (m)
1.	Borko	2,05
2.	Abdurahman	1,9
3.	Ilir	1,85
4.	Mile	1,60
5.	Kire	1,55

Razlika između najvećeg i najmanjeg skoka je  $2,05 - 1,55 = 0,5$  m.

Tabela u kojoj su takmičari poređani prema plasmanu: prvo, drugo, treće,... mjesto se zove **rang lista**.

Razlika između najveće i najmanje vrijednosti podataka naziva se **rang**.

1. Koji je rang podataka: 243 kg, 198 kg, 189 kg, 345 kg, 215 kg, 298 kg?

**Primjer 2.** Petar je svaki dan trošio od ušteđenog novca za svoje potrebe. Tokom sedam dana potrošio je novac na sljedeći način:

dan	potrošeni novac
prvi dan	1500 denara za torbu
drugi dan	65 denara za svesku
treći dan	80 denara za užinu
četvrti dan	135 denara za užinu i olovke
peti dan	60 denara za sladoled
šesti dan	70 denara za užinu
sedmi dan	50 denara za užinu

Koliko je Petar prosječno trošio dnevno?

$$(1500 + 65 + 80 + 135 + 60 + 70 + 50) : 7 = 1960 : 7 = 280 \text{ denara}$$

Možemo izračunati i drugu sredinu.

Sortiraćemo podatke, počevši od najmanjeq:

50 den., 60 den., 65 den., 70 den., 80 den., 135 den., 1500 den.

Srednji član niza (listi) podataka naziva se **medijana**. Medijana je drugačija sredina koja se može naći, osim aritmetičke sredine.

Razgovarajte sa svojim prijateljima da li vam aritmetička sredina daje tačnije podatke ili medijana?

**Primjer 3.** Pronađite medijanu podataka: 2, 2, 0, 1, 5, 7, 3, 4, 6, 12, 9, 1.

Podatke sortiramo po rastućem redoslijedu veličine:

0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12

Ako je broj podataka na rang listi paran broj, onda u sredini niza imamo dva člana. U ovom slučaju **medijana** se zove aritmetička sredina dva srednja člana rangiranog niza podataka.

Dakle, medijana je:  $(3 + 4) : 2 = 7 : 2 = 3,5$

Broj podataka je paran broj. Na sredini su 3 i 4. Koliko je medijana?

**2.** Napišite listu podataka sa:



Odredite medijanu i aritmetičku sredinu podataka. Šta je veće, aritmetička sredina ili medijana?

## ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Odredi rang i medijanu podataka: 1,31; 2.56; 0,12; 5.3; 2.9; 7.2; 0,9; 3,4.
  2. Odredi rang i medijanu za podatke predstavljene u tabeli:

<b>visina (cm)</b>	130	135	137	140	145
<b>broj učenika</b>	2	17	15	3	1

3. Marija, Selma, Bojan i Kemal uče da preskaču konopac. Dok su vježbali, zapisivali su koliko su puta skočili bez prestanka. Evo njihovih pokušaja:

ime djece	prvi pokušaj	drugi pokušaj	treći pokušaj	četvrti pokušaj	peti pokušaj	šesti pokušaj	sedmi pokušaj
Marija	6	5	6	6	8	11	7
Selma	3	0	3	8	0	7	0
Bojan	0	0	1	0	4	0	2
Kemal	4	7	7	6	2	5	4

a) Ponovo nacrtaj tabelu u svesci i popuni je.

ime djece	rang	moda	medijana	aritmetička sredina
Marija				
Selma				
Bojan				
Kemal				

b) Ko je bio najuspješniji u skokovima? Objasni svoj odgovor.

4. Učenici 6. razreda su imali zadatak da u toku nastave izmjere podnevnu temperaturu u 3 nedjelje.

	ponedjeljak	utorak	srijeda	četvrtak	petak	subota	nedjelja
prva nedjelja	25 °C	25 °C	28 °C	27 °C	28 °C	31 °C	25 °C
druga nedjelja	26 °C	22 °C	24 °C	24 °C	28 °C	29 °C	29 °C
treća nedjelja	27 °C	28 °C	31 °C	27 °C	22 °C	24 °C	23 °C

a) Sredi podatke u tabelu

b) Odredi tri vrste prosjeka i ranga za svaku nedjelju.

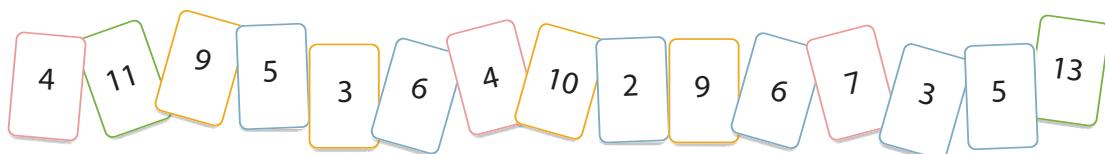
c) Koje nedjelje je bio najniži temperturni rang?

č) Koristeći podatke iz svoje tabele, objasni koja je nedjelja bila najtoplja.

ć) Koliki je raspon temperature četvrtkom?

d) Koliki je bio prosjek (mod, medijana i aritmetička sredina) temperature četvrtkom?

5. Na slici su prikazane kartice sa brojevima.



Sa nekim od ovih kartica napravite grupe podataka sa datim prosjecima:

**a)** aritmetička sredina 8, moda nema, medijana 7

**b)** aritmetička sredina 7,5; moda 5, medijana 6

**c)** aritmetička sredina 5, moda 5 i 6, medijana 5

**5.** Zajedno sa grupom učenika izaberite nešto što mislite da bi trebalo da se promjeni u vašoj školi ili u vašem komšiluku.

**a)** Može biti povezano sa:

- izgledom školskog okruženja ili učionice;
- bezbjednosti u školi;
- sportskim objektima;
- igralištima u školi i naselju u kom živite;
- ili bilo šta drugo u vašoj školi ili u vašem komšiluku što bi se moglo promjeniti na bolje.

**b)** Rad u grupi.

1) Odaberite način prikupljanja podataka za trenutnu situaciju, na primjer:

- popunjavanje upitnika drugih učenika o njihovom mišljenju ili znanju;
- upitnik može biti npr. bezbjednost saobraćaja na ulici gde je škola, kolika je zagađenost itd.

2) Organizujte podatke u tabelu.

3) Izaberite dijagram da biste svoje podatke predstavili na najprikladniji način.

4) Izračunajte, na primjer, aritmetičku sredinu, rang, medijanu ili mod, koji projekat dozvoljava.

**c)** Napišite izjavu na osnovu prikupljenih podataka da bi potkrijepili predložene promjene i da bi predložili druga pitanja za istraživanje.

**č)** Predstavite projekat svojim drugovima u razredu.

# SIGURNI DOGAĐAJ, NEMOGUĆI DOGAĐAJ I JEDNAKO VJEROVATNI DOGAĐAJ

## Uvodna aktivnost

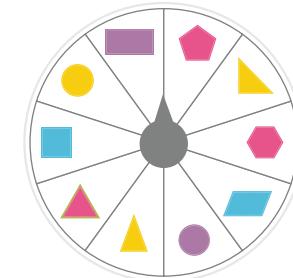
Vrteška je podijeljena na jednake dijelove a svaki dio ima jedan 2D oblik.

Ako okrenete strelicu vrteške:

- a) Kolike su šanse da strelica padne na žuti oblik?
- b) Kolike su šanse da strelica padne na krug?
- c) Koje su šanse da strelica padne na zeleni oblik?
- č) Koje su šanse da će strelica stati na 2D oblik?

Odgovorite koristeći skalu:

nemoguće  
da se desi



sigurno  
če da se desi

moguće je da se desi

Svaki rezultat nekog djelovanja ili svaki ishod eksperimenta se naziva **elementarni događaj**. Skup elementarnih događaja naziva se **događaj**.

**Primjer 1.** Odrediti sve elementarne događaje datih događaja.

- a) Bacanje kocke da se igra samo jednom.

Kocka ima 6 strana i svaka strana ima određeni broj tačaka: 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Prilikom bacanja kocke mogući su sljedeći elementarni događaji:

"1 tačka se pojavila na gornjoj strani kocke", "Na vrhu na strani kocke su se pojavile 2 tačke", "Na gornjoj strani kocke su se pojavile 3 tačke", "4 tačke su se pojavile na gornjoj strani kocke", "Na gornjoj strani se pojavilo 5 tačaka na kocki", "6 tačaka se pojavilo na gornjoj strani kocke",



- b) Bacanje novčića samo jednom.

Novčić ima dvije strane: pismo (strana sa brojem) i glavu (stranica sa slikom).

Elementarni događaji su: "Na gornjoj strani novčića pojavilo se pismo", "Na gornjoj strani novčića pojavila se glava"



c) Izvlačenje štapića u boji.

Jedan štapić se bira između 6 štapića u boji: roze, ljubičasta, narandžasta, plava, zelena i žuta.

Elementarni događaji su: "Izvučen je ružičasti štapić", "Izvučen je ljubičasti štapić", "Izvučen je narandžasti štap", "Izvučen je plavi štapić", "Izvučen je zeleni štapić", "Izvučen je žuti štapić".



**1.** Navedite sve elementarne događaje datih događaja.

a) Iz torbice sa 4 ljubičaste, 1 plavom i 1 žutom lopticom izvlači se jedna loptica samo jednom.



b) Iz torbice sa 2 žute i 2 zelene loptice izvlači se jedna loptica samo jednom.



Elementarni događaji koje možemo sa sigurnošću predvidjeti, jer su nama poznati svi razlozi njihovog nastanka, nazivamo **sigurni događaji**.

Elementarne događaje koji se nikada ne mogu dogoditi nazivamo **nemogući događaji**.

**Primjer 2.** Odredi šta su dati elementarni događaji.

a) Iz skupa karata sa brojevima od 100 do 200 izvlači se jedna karta sa brojem čiji zbir cifara je 0.

Ovo je nemoguć događaj, jer je najmanji zbir cifara ovih brojeva 1.

b) "Prilikom bacanja kocke za igru, na gornjoj strani kocke treba da se pojavi broj bodova manje od 10".

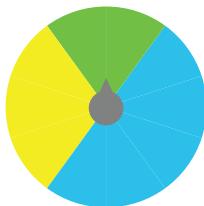
Ovo je siguran događaj jer kocka ima 6 strana i svaka strana ima odgovarajući broj tačaka od 1 do 6.

c) "Prilikom bacanja kocke za igru, na gornjoj strani kocke treba da se pojavi 7 tačaka."

Ovo je nemoguć događaj, jer ne postoji strana kockice koja ima 7 tačaka.

## 2. Odredi šta su elementarni događaji

- a) Prilikom bacanja kocke za igru, na gornjoj strani kocke da se pojavi manje od 7 bodova.
- b) Samo tokom jedne rotacije vrteške, strelica će se zaustaviti na crvenom polju.
- c) Iz kese sa 5 ljubičastim lopticama izvlači se jedna ljubičasta optica samo jednom.



Događaji ili rezultati koji se mogu ili ne moraju desiti nazivaju se **slučajni događaji**.

**Primjer 3.** Prilikom bacanja kocke za igru, slučajni elementarni događaj, npr. je da dobijete broj 5. To je nasumično, jer možete dobiti broj: 1, 2, 3, 4, 5 ili 6. Događaj je takođe slučajan događaj: na gornjoj strani kocke je paran broj tačaka.

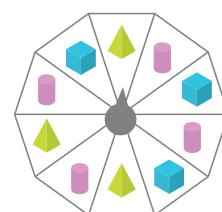
- 3. Da li su svi elementarni događaji na bacanje kockica za igru su jednaki vjerovatni događaji?  
Objasnite svoj odgovor.
- 4. Zapiši jedan događaj sa jednakim šansama da se desi i da se ne desi.  
Kako to znaš?

Često je potrebno razmotriti stepen mogućnosti nastanka događaja. Takav stepen mogućnosti da se pojavi događaj naziva se vjerovatnoća događaja.



## ZADACI ZA VJEŽBANJE

- 1. Elizabeta ima vrtešku u obliku običnog desetougla. Kakov događaj je da strelica stane na:
  - a) piramidi
  - b) kocki
  - c) lopti
  - č) bilo kojem 3D obliku sa vrteške?

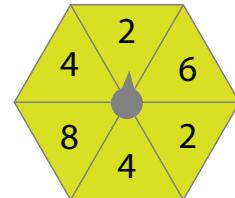


2. Aleksandra je bacila kocku. Odredite šta je događaj "Broj tačaka na gornjoj strani kockice da bude":

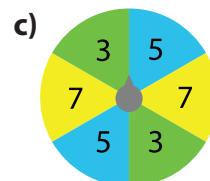
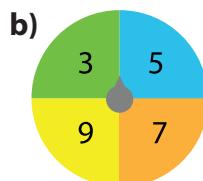
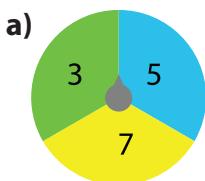
- a) 6      b) 10      c) neparan broj      č) koji sadrži 3

3. Vasil je jednom okrenuo vrtešku na crtežu.

- a) Kakav je događaj "Strijela pokazuje na paran broj"?  
 b) Kakav je događaj "Strijela pokazuje na neparan broj"?  
 c) Kakvi su događaji podjednako vjerovatni?  
 č) Kakav je događaj "Strijelica pokazuje na broj veći od 8"?

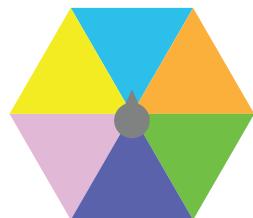


4. Strijela na vrteškama se okreće. Na kojoj od vrteški su podjednako vjerovatni događaji? Objasnite svoj odgovor.



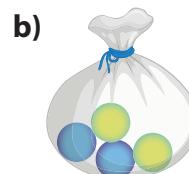
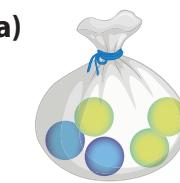
5. Data je vrteška u obliku pravilnog šestougla. Napravite svoju vrtešku koja izgleda ovako: Na svakom kvadratu vrteške označi jedno od slova A, B ili C, tako da:

- Događaji "Strijela se zaustavila na slovu A" i "Strijela se zaustavila na slovu B" budu jednakovjerojatni.
- Događaj "Strijela se zaustavila na slovu B" je slučajan događaj.



6. Na slikama su date dvije torbice sa zelenim i plavim loptama. Data su dva elementarna događaja:

"Izvučena je jedna plava lopta" i "Izvučena je jedna zelena lopta". Iz kojih torbica treba izvući loptice da oba događaja budu podjednako vjerovatna. Objasni svoj odgovor.



\*7. Na slikama se vide dvije vreće loptica. Data su dva elementarna događaja: "Izvučena je jedna lopta iz vreće 1" i "Izvučena je jedna lopta iz vreće 2". Koje boje treba da bude izvučena lopta iz jedne i druge vreće da bi oba događaja bila podjednako vjerovatna. Objasni svoj odgovor.



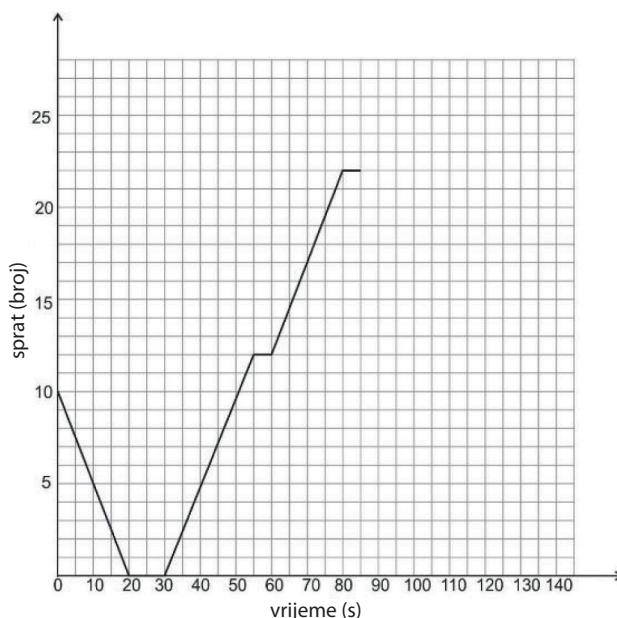
## ZADACI SAMOOCJENJVANJA

Riješi zadatke. Zatim se samoocijeni prema dатoj ček listi.

1. Ana baca kockicu 25 puta  
Dobila je sljedeće brojeve:  
Koliko je moda?

4	1	1	1	4	4	2	1	4	6
4	4	4	3	2	2	3	6	1	2
3	5	3	2	3					

2. Na grafikonu na crtežu je dato Vanetovo kretanje liftom. Popeo se na deseti sprat. Na koja dva sprata je stao prije nego je došao na dvadeset i drugi sprat?



3. U prodavnici su bila pakovanja kesa čipsa sa različitim ukusima.  
Dato je u tabeli koliko ima svakog od ukusa čipsa.

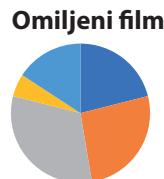
- a) Koliko kesa ima u svakom paketu?  
b) Koliko kesica sa ukusom sira ima u svakom pakovanju?

ukus	koliki dio ima od svakog ukusa?
pica	$\frac{7}{18}$
kačkavalj	$\frac{1}{3}$
sir	$\frac{2}{9}$
piletina	$\frac{1}{18}$

4. U tabeli su prikazani podaci o omiljenom filmu Ahmedovih prijatelja.

komedija	akcija	romansa	drama	nauka
4	5	6	1	3

Podaci iz tabele su predstavljeni kružnim dijagramom. Koje boje kruga dijagrama odgovara broju Ahmedovih prijatelja kojima se dopao akcioni film?



5. Sigurni događaj je događaj:

- a) izvlačenje crvene lopte iz kutije sa 5 bijelih i 8 crvenih loptica,
- b) pada sedmica pri bacanju kocke za igru,
- c) izvlačenje bijele lopte iz kutije sa 20 bijelih loptica,
- č) pada dvojka pri bacanju kockice za igru.

6. Data tabela sadrži podatke o prodatom cvijeće tokom jedne nedjelje u cvjećari. Koliki procenat prodatog cvijeća čini krin?

- a) 160 %      b) 50%      c) 32%      č) 0,5%

Cvijeće	Broj prodatog cvijeća
ruža	105
krin	160
karanfili	32
orhideje	18
kale	5
ukupno	320

7. Lina je igrala četiri teniski meča. Na tri meča je osvojila po 8 gema, a na jednom meču nije osvojila nijedan gem. Koliko prosječno gemova je osvojila iz četiri teniska meča?

- a) 6 gema      b) 8 gema      c) 7 gema      č) 12 gema

8. Rang primjerka 2, 3, 4, 5, 6 je:

- a) 6      b) 2      c) 0      č) 4

9. U jednoj prostoriji ima 9 lica prosječne starosti od 25 godina, a u drugoj ima 11 lica prosječne starosti od 45 godina. Oni su se sastali zajedno u istoj prostoriji. Kolika je prosječna starost tako formirane nove grupe?

**10.** U tabeli je prikazana potrošnja ulja po porodicama.

Litara ulja	2	4	6	7	8
Broj porodica	4	3	7	10	6

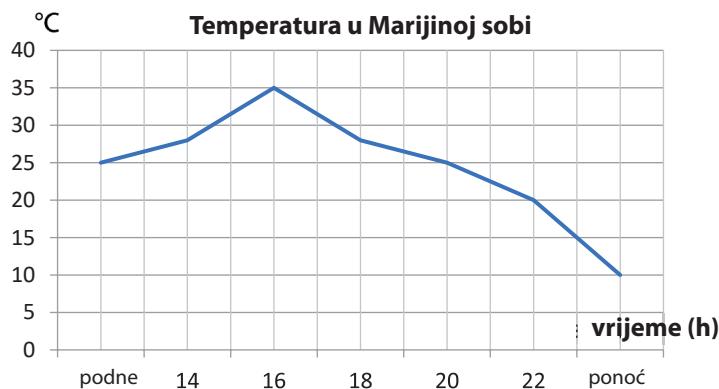
- a)** Kolika je medijana primjerka?
- b)** Kolika je aritmetička sredina?
- c)** Koje okruženje vam daje tačnije informacije o podacima? Objasni.

**11.** Izmjerena je masa 25 novorođenčadi, izražena u kilogramima, rođenih tokom nedelju dana u jednoj bolnici.

2,3	3,4	4,2	2,3	3,5	3,1	4,2	2,9	3,2	2,4
3,4	3,9	4,0	3,8	2,3	2,7	2,9	2,3	3,8	3,0
2,4	2,3	4,0	3,3	3,6					

- a)** Podatke predstavi u tabeli.
- b)** Podatke prijedstavi dijagramom.
- c)** Koja je razlika između novorođenčadi sa najvećom masom i novorođenčadi sa najmanjom masom?
- č)** Zapišite ostala pitanja.

**12.** Marija je bilježila temperaturu u svojoj sobi svaka dva sata u periodu od 12 sati od podneva do ponoći. Rezultati su prikazani linijskim dijagramom.



- a)** Kolika je bila temperatura u Marijinoj sobi u 21 čas?
- b)** U koje vrijeme je temperatura bila najniža?
- c)** U 20 časova se uključila klima i temperatura je pala za  $5^{\circ}\text{C}$ . Kolika je bila temperatura u Marijinoj sobi?

### Ček - lista za samoocjenjivanje prema standardima ocjenjivanja

Mogu da:	😊	😐	😦
čitam podatke iz tabela i dijagrama (kružni, stubasti, linijski).			
predstavim podatke sa tabelama učestalosti.			
izaberem dijagram (stubasti, linijski) da predstavljam podataka i njihovo objašnjenje.			
određujem mod, rang, medijanu i aritmetičku sredinu.			
tumačim podatke i izvodim zaključke.			
donosim zaključke prijema modi, rangu, medijani i aritmetičkoj sredini o podacima.			
grupišem događaje koji će se uvijek dešavati ili se nikada neće dogoditi i događaje koji imaju istu vjerovatnoću da se dogode.			

### Zadatak za 5+

60 učenika radilo je test iz matematike. U tabeli je dato po koliko bodova su dobili. Koliko učenika je postiglo više ili jednako 4 boda, ali manje ili jednako 7 boda? Razmisli i o drugim pitanjima.

Bodovi	Frekvencija
0	1
1	3
2	6
3	9
4	8
5	11
6	8
7	7
8	4
9	1
10	2

