

inxh. dipl. ark. Vesna Trpkovska

GJEOMETRIA DESKRIPTIVE

2

për vitin II
të profesionit të ndërtimtarisë dhe gjeodezisë
- teknik i arkitekturës -

Shkup, 2013

Botues:

MINISTRIA E ARSIMIT DHE SHKENCËS
E REPUBLIKËS SË MAQEDONISË
Rr. Mito Haxhivasilev Jasmin, p.n.
Shkup

Recensentë:

Dr. Biljana Kërsteska
profesor i rregullt në FMN, Shkup

inxh. dipl. ark. Vesna Hristovska
arsimtar në ShMQSh Zdravko Cvetkovski, Shkup

inxh. dipl. ark. Snezhana Trajkovska
arsimtar në ShMQSh Georgi Dimitrov, Shkup

Përkthyes: Erjeta XHUMKAR

Lektor: Resul BEKTESHI

Shtypi: Graficki centar dooel, Shkup

Tirazhi: 64

Со решение на Министерот за образование и наука на Република Македонија бр. 22-4261/1 од 28.07.2010 година се одобрува употребата на овој учебник

Me vendim të Ministrit të Arsimit dhe Shkencës të Republikës së Maqedonisë numër 22-4261/1 të datës 28.07.2010, lejohet përdorimi i këtij libri.

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св.Климент Охридски" , Скопје

514.18(075.3)

ТРПКОВСКА, Весна

Нацртна геометрија 2 : за II година за градежно-геодетска струка :
архитектонски техничар / Весна Трпковска. - Скопје : Министерство за
образование и наука на Република Македонија, 2010. - 96 стр. : илустр. ; 30
см

ISBN 978-608-226-030-3

COBISS.MK-ID 84243210

PËRMBAJTJA

1. Hyrje	1
2. Prerja e prizmës me rrafsh projektues dhe rrjeta.....	4
3. Prerja e piramidës me rrafsh projektues dhe rrjeta	8
4. Prerja e cilindrit me rrafsh projektues dhe rrjeta	12
5. Prerja e konit me rrafsh projektues dhe rrjeta	15
6. Prerja e trupave gjeometrikë me rrafsh të pjerrët	19
7. Prerja e prizmës së drejtë me rrafsh të pjerrët	20
8. Prerja e piramidës me rrafsh të pjerrët	21
9. Prerja e cilindrit me rrafsh të pjerrët	22
10. Prerja e konit me rrafsh të pjerrët	23
11. Përdorimi i prerjeve në ndërtimtari	24
12. Pullazet	29
13. Konstruksioni i hijeve.....	37
14. Elementet e trupave të ndriçuar	39
15. Hija e pikës.....	39
16. Hija e segmentit.....	40
17. Hija e figurës gjeometrike	42
18. Hija vetanake dhe hija e fugur e trupave gjeometrikë.....	43
19. Perspektiva	51
20. Figura perspektive e pikës	59
21. Figura perspektive e drejtëzës	60
22. Pikat e proporcionit.....	69
23. Figurat perspektive të figurave të rrafshëta	70
24. Përcjellja e lartësive në perspektivë	79
25. Figurat perspektive të lëndëve tredimensionale	80
26. Përpunimi i vizatimeve teknike	94

PARATHËNIE

Teksti mësimor që gjendet para jush ndërlidhet me materialin nga gjeometria deskriptive e vitit të parë. Është përgatitur sipas programit arsimor për vitin e dytë për nxënësit e profesionit të ndërtimtarisë dhe gjeodezisë për profilin teknik i arkitekturës.

Qëllimi i gjeometrisë deskriptive si disiplinë fundamentale shkencore në teknikë është zhvillimi i ndjenjës për hapësirë dhe komunikim grafik.

Me studimin e përmbajtjeve të parapara, nxënësi duhet t'i kuptojë dhe njohë format e ndryshme hapësinore dhe t'i zgjerojë dhe thellojë rregullat dhe principet e gjeometrisë deskriptive për paraqitjen e figurave të thjeshta dhe të ndërlikuara gjeometrike si dhe rregullat dhe principet e paraqitjes perspektive të figurave të thjeshta dhe të ndërlikuara gjeometrike.

Gjatë shfrytëzimit të tekstit mësimor, nxënësi duhet në mënyrë të pavarur dhe hap pas hapi ta vizatojë secilin vizatim nga temat e parapara si dhe nga detyrat për ushtrim. Ashtu do të mund ta kuptojë veprimin në tërësi dhe ta vërejë pozitën e secilës vijë që është tërhequr në vizatim. Kjo mundëson zhvillimin e aftësisë për kuptimin më të mirë të hapësirës, gjegjësisht marrëdhëniet hapësinore të lëndëve. Po ashtu, është e dobishme që nxënësi të përpunojë maketa (modele) të trupave të shqyrtuar gjeometrikë dhe figurave hapësinore nga kartoni ose material tjetër përkatës. Në këtë mënyrë, aftësohet për zgjidhjen e detyrave në hapësirë paralelisht me vizatimin në projeksione.

Studimi i përmbajtjeve të parapara, tek nxënësit, e zhvillon ndjenjën për hapësirë tredimensionale dhe mënyrat për prezantimin e saj grafik duke e pasuruar kulturën teknike të domosdoshme për çdo fytyrë profesionale teknike.

Me studimin rrënjësor të temave nga gjeometria deskriptive dhe perspektiva, nxënësit do të mund t'i aplikojnë dituritë e përfituara edhe në disiplina të tjera të krijimtarisë teknike, duke filluar nga ideja e autorit, projektimin dhe prezantimin e projekteve të ndryshme.

Autori

TEMA

A. GJEOMETRI DESKRIPTIVE

Tërësia tematike

1. PRERJET E TRUPAVE GJEOMETRIKË ME RRAFSH PROJEKTUES DHE RRAFSH TË PJERRËT

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë njohuri për:

- vizatimin e prerjeve të trupave gjeometrikë: prizma, piramida, cilindri dhe koni me rrafsh normale ndaj Π_1 , Π_2 dhe Π_3 ;
- konstruktionin e rrjetave të trupave gjeometrikë;
- përpunimin e modeleve të prerjeve të trupave gjeometrikë me rrafsh projektues dhe
- vizatimin e prerjeve të trupave gjeometrikë: prizma, piramida, cilindri dhe koni me rrafsh të pjerrët.

TËRËSIA TEMATIKE

1. Prerjet e trupave me rrafsh projektues

1.1. Prerja e prizmës së drejtë me rrafsh projektues

1.2. Prerja e piramidës me rrafsh projektues

1.3. Prerja e cilindrit me rrafsh projektues

1.4. Prerja e konit me rrafsh projektues

1.5. Prerja e trupave gjeometrikë me rrafsh të pjerrët

HYRJJE

Para jush gjendet material nga gjeometria deskriptive, që paraqet ndërlidhje të materialit që është studiuar në vitin e parë. Materiali është shkruar sipas programit të reformuar mësimor për vitin II, për profilin teknik i arkitekturës nga profesioni i ndërtimtarisë dhe gjeodezisë.

„Vizatimi teknik është mjet i rëndësishëm kuptimi në teknikë. Prandaj, vizatimi teknik vlerësohet si gjuhë e inxhinierëve, kurse gjeometria deskriptive si gramatikë e saj.“

Valter Vunderlih

1. PRERJET E TRUPAVE GJEOMETRIKË ME RRAFSH PROJEKTUES

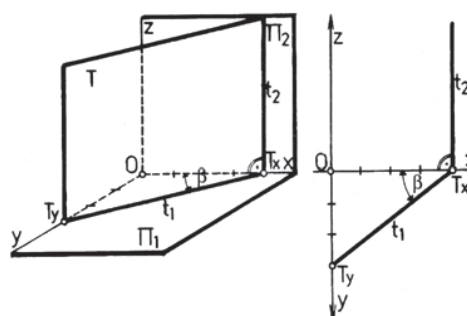
Në këtë kapitull do të studiohen prerjet e rrafshëta të trupave të drejtë brinjorë (prizma dhe piramida) dhe trupave rrotullues (koni dhe cilindri) me rrafshje projektuese ose rrafshje normale ndaj rrafshëve të projektionit: Π_1 , Π_2 dhe Π_3 .

Rrafshi projektues është rrafsh në pozitë speciale ndaj rrafshëve të projektionit Π_1 , Π_2 dhe Π_3 , përkatësisht është normal ndaj njërit prej tyre (fig.1). Në rrafshin e projektionit ndaj të cilit është normal, rrafshi projektues projektohet si drejtëzës (gjurmë e rrafshit) e cila formon kënd (α , β) me një nga boshtet. Në këtë drejtëz (gjurmë e rrafshit projektues), figura prerëse projektohet si segment që përputhet me gjurmën e rrafshit.

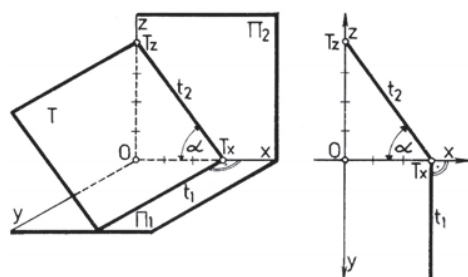
Bashkësia e pikave që i takojnë trupit të dhënë dhe rrafshit prerës, e përcakton **prerjen e rrafshët** e cila paraqitet në formë të shumëkëndëshit ose lakorit të rrafshët.

- Nëse përcaktohen pikëdepërtimet e brinjëve në rrafshin prerës tek trupat brinjorë (prizma ose piramida), atëherë gjenden pikëdepërtimet (pikat e përbashkëta) të cilat lidhen në **shumëkëndësh prerës (poligon)**.

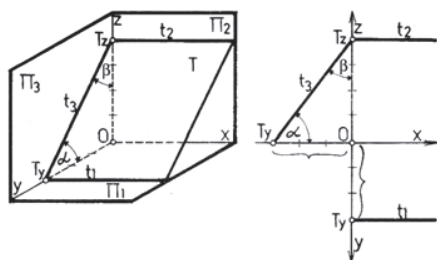
- Nëse përcaktohen pikëdepërtimet e gjeneratrisave arbitrare në rrafshin prerës tek trupat rrotullues (koni ose cilindri), atëherë gjenden pikëdepërtimet (pikat e përbashkëta) të cilat lidhen pandërprerë në **lakor prerës**.



- rrafshi i parë projektues



- rrafshi i dytë projektues



- rrafshi i tretë projektues

fig. 1

1.1. Prerja e prizmës së drejtë me rrafsh projektues dhe rrjeta

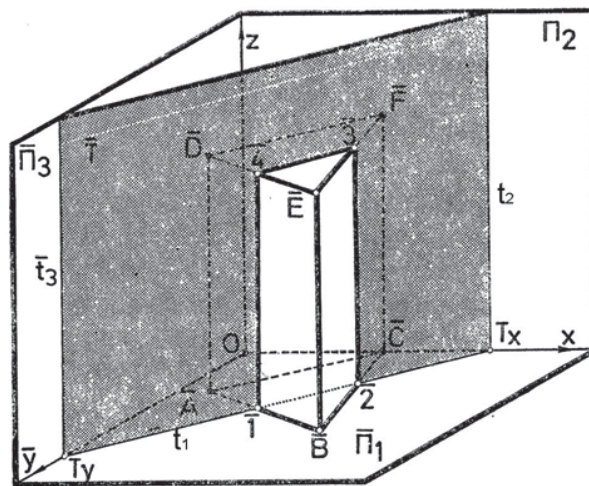
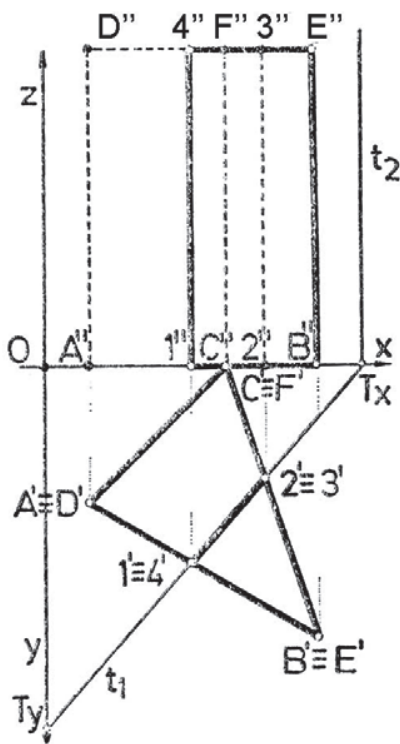
Do të shqyrtojmë prerje të prizmës me rrafsh projektues (rrafsh në pozitë speciale).

Në rrafshin e projektionit ndaj të cilit rrafshi prerës (projektues) T është normal, shumëkëndëshi prerës projektohet si segment në gjurmën e rrafshit projektues. Në projektionin e njëjtë përcaktohen pikat ku brinjët e trupit e depërtojnë rrafshin projektues (gjurmën e këtij rrafshi).

Pikat prerëse të fituara në këtë mënyrë e përcaktojnë shumëkëndëshin prerës, i cili në atë projektion është projektuar si segment. Nëse nga këto pika tërhiqen ordinala deri në prerje me brinjët përkatëse edhe në projektionet e tjera, do të përcaktohet prerja edhe në këto projektione ku prerja është projektuar si shumëkëndësh.

Pozita e rrafshit projektues (T) në marrëdhënie me trupin mund të jetë:

1°– rrafshi T të jetë paralel me brinjët e trupit - prizmës.



1°– Rrafshi T është paralel me brinjët e prizmës

Si që shihet në pamjen hapësinore, poligoni prerës është kënddrejti $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ dy brinjë të kundërta të të cilit $\bar{1}\bar{4}$ dhe $\bar{2}\bar{3}$ janë paralele me brinjët anësore të prizmës, kurse brinjët e kundërta më të vogla $\bar{1}, \bar{2}$, dhe $\bar{3}, \bar{4}$ janë segmente prerëse me bazat e prizmës.

Në paraqitjen ortogonale, kënddrejti prerës në rrafshin e parë të projektionit është segmenti $1'4' \equiv 2'3'$ i cili është pjesë e gjurmës t_1 . Në rrafshin e dytë të projektionit, projektohet si kënddrejtë i zvogëluar $1'' 2'' 3'' 4''$.

2° – rrafshi T të jetë nën kënd të caktuar me brinjët anësore të prizmës.

Ky rast do të shqyrtohet në mënyrë detajore.

Detyra 1. Në paraqitje hapësinore dhe në projektion ortogonale, të përcaktohet prerja e e prizmës trefaqësore me bazë trekëndësh ABC [A(1,1,0)B(3,8,0)C(8,5,0)], me lartësi H = 9 cm, me rrafshin projektues T(10,∞,7) (fig. 2 a, b).

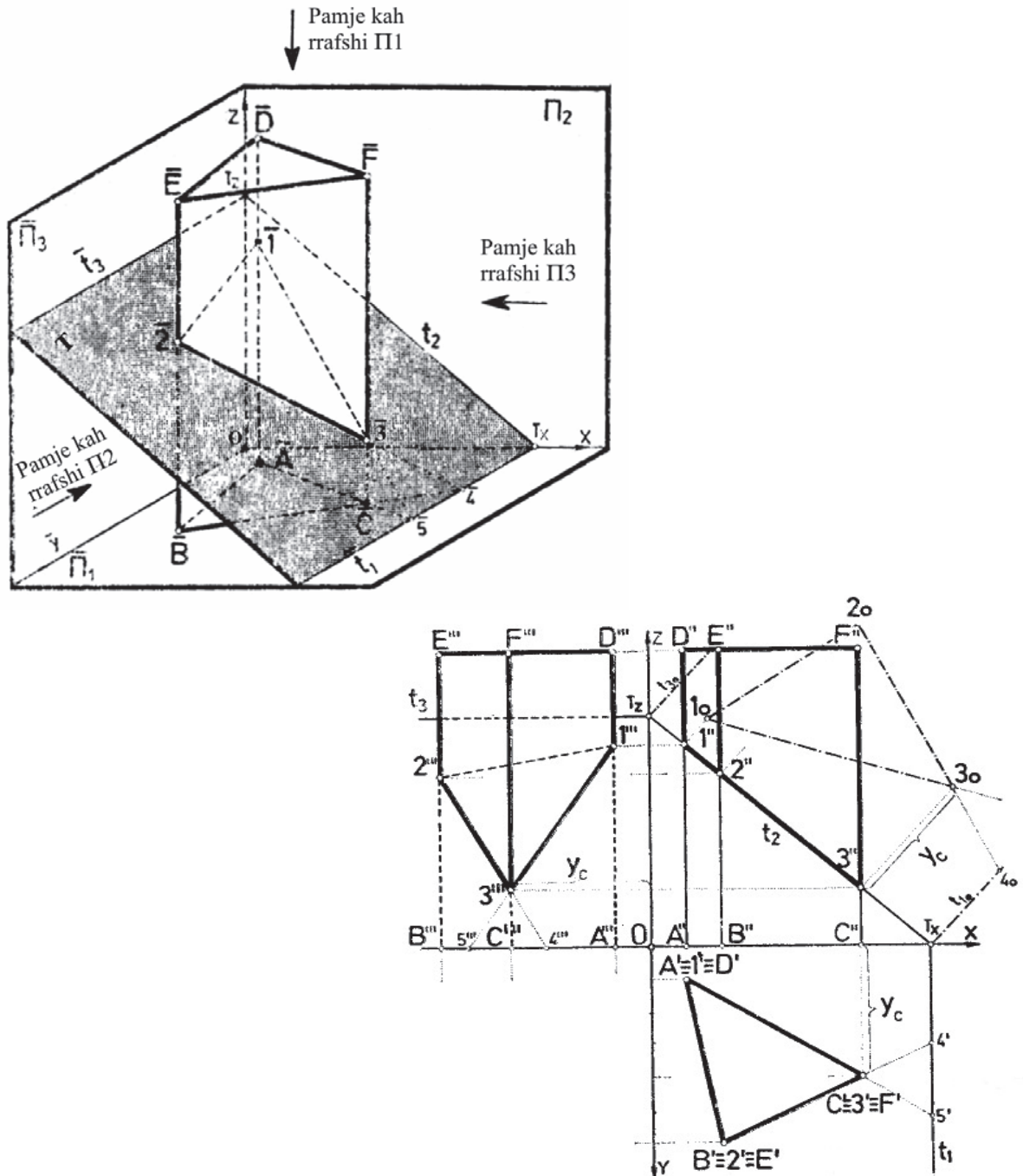


fig. 2 b

Zgjidhje: Në paraqitjen hapësinore (fig. 2 a) qartë mund të vërehet se rrafshi projektues T e pret prizmën në poligonin prerës - trekëndëshin $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$.

Në pamjen ortogonale (fig. 2 b) në projektionin frontal (projeksioni i dytë), trekëndëshi prerës është segmenti 1"2"3" i cili puthitet me gjurmën t_2 të rrafshit T. Në projektionin horizontal (projeksioni i parë) poligoni prerës puthitet me projektionet e bazave të prizmës. Projektioni i tretë (profil) i poligonit prerës do të fitohet nëse nga pikat 1"2"3" tërhiqen ordinala kah projektioni i tretë i prizmës dhe në prerjet me brinjët përkatëse do të fitohen pikat 1"2"3" të poligonit prerës.

Dukshmëria: „Ndalemi“ para trupit në rrafshin Π_1 me shikim normal ndaj boshtit x. Më afër nesh është brinja B'E' e prizmës e cila është e dukshme, që do të thotë se edhe faqet B'A'D'E' dhe B'C'F'E' janë të dukshme. Më larg është faqja A'C'F'D' që do të thotë se është e padukshme. Dukshmëria e poligonit prerës në Π_3 do të përcaktohet nëse „ndalemi“ para trupit në Π_1 , por me shikim normal ndaj boshtit y dhe supozojmë se rrafshi prerës T është i jotejdukshëm. Pika 3' shtrihet në brinjën C'F' e cila është më afër nesh. Domethënë, në Π_3 është e dukshme. Segmenti 1'2' i trekëndëshit prerës, shtrihet në faqen e padukshme të prizmës B'A'D'E', që do të thotë se në Π_3 do të jetë i padukshëm.

Detyra për ushtrim:

1. Në projektion ortogonal në tre rrafshet, të përcaktohet prerja e prizmës katërfaqësore me bazë $ABCD[A(0,3,1)B(0,1,6)C(0,7,8)D(0,10,3)]$ e cila shtrihet në rrafshin Π_3 , me lartësi $H=11\text{cm}$, me rrafshin $T(10, \infty, 10)$. Të përcaktohet dukshmëria.

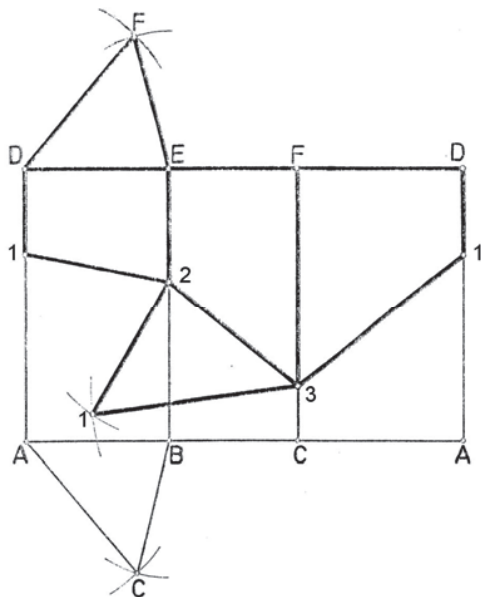
2. Në projektion ortogonal në tre rrafshet, të përcaktohet prerja e prizmës trefaqësore me bazë $\triangle ABC[A(1,4,0)B(10,6,0)C(6,1,0)]$ e cila shtrihet në rrafshin Π_1 , me lartësi $H=10\text{cm}$, me rrafshin $T(\infty, 9, 8)$. Të përcaktohet dukshmëria.

3. Në projektion ortogonal në tre rrafshet, të përcaktohet prerja e prizmës katërfaqësore me bazë $ABCD[A(3,0,1)B(1,0,6)C(7,0,8)D(10,0,3)]$ e cila shtrihet në rrafshin Π_2 , me lartësi $H=10\text{cm}$, me rrafshin $T(12, 7, \infty)$. Të përcaktohet dukshmëria.

4. Në projektion ortogonal në tre rrafshet, të përcaktohet prerja e prizmës trefaqësore me bazë $\triangle ABC[A(0,8,4)B(0,1,2)C(0,4,8)]$ e cila shtrihet në rrafshin Π_3 , me lartësi $H=11\text{cm}$, me rrafshin $T(10, \infty, 10)$. Të përcaktohet dukshmëria.

5. Në projektion ortogonal në tre rrafsh, të përcaktohet prerja e prizmës së rregullt trefaqësore me bazë $\triangle ABC[A(1,5,0)B(9,1,0)]$ e cila shtrihet në rrafshin Π_1 , me lartësi $H=11\text{cm}$, me rrafshin $T(12,\infty,9)$. Të përcaktohet dukshmëria.

6. Në projektion ortogonal në tre rrafsh, të përcaktohet prerja e prizmës së rregullt katërfaqësore me bazë $\square ABCD$ e cila shtrihet në rrafshin Π_2 me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,0,6)B(3,0,1)]$ dhe lartësi $H=10\text{cm}$, me rrafshin $T(12,7,\infty)$. Të përcaktohet dukshmëria.



Konstruksioni i rrjetës së prizmës së drejtë trefaqësore

Konstruksioni i rrjetës së prizmës

Për vizatimin e rrjetës së prizmës së prerë, duhet paraqitur faqet anësore dhe bazat e prizmës në mënyrë të degëzuar, në një rrafsh, si që është paraqitur në figurë. Gjatësitë e vërteta të brinjëve anësore janë dhënë në Π_2 dhe në Π_3 , kurse madhësitë e vërteta të brinjëve të bazës janë dhënë në Π_1 .

Së pari konstruktoret mbështjellësi i prizmës i cili përbëhet nga faqet anësore ose kënddrejtet: $ABED$, $BCFE$ dhe $CADF$. Pastaj shtohen bazat ABC dhe DEF . Kështu fitohet rrjeta e prizmës në tërësi. Nëse në brinjët anësore përcillen distancat $A'' 1''$, $B'' 2''$ dhe $C'' 3''$ ($A''' 1'''$, $B''' 2'''$ dhe $C''' 3'''$) madhësia e vërtetë e te cilave shihet në Π_2 ose Π_3 , do të fitohen pikat 1, 2 dhe 3 të trekëndëshit prerës. Me lidhjen e pikave 1, 2, 3 dhe 1 fitohet poligoni prerës i zhvilluar mbi mbështjellësin e prizmës. Nëse kërkohet rrjeta e pjesës së prerë të prizmës, atëherë duhet plotësuar me madhësinë e vërtetë të poligonit prerës.

Madhësia e vërtetë e poligonit prerës $1_0 2_0 3_0$, mund të fitohet edhe me rrëzimin e rrafshit T rreth gjurmës t_2 në Π_2 (fig. 2b).

Në figurën e dhënë me vijë të trashë është paraqitur rrjeta e pjesës së sipërme të prerë të prizmës.

Përpuno dhe mendo

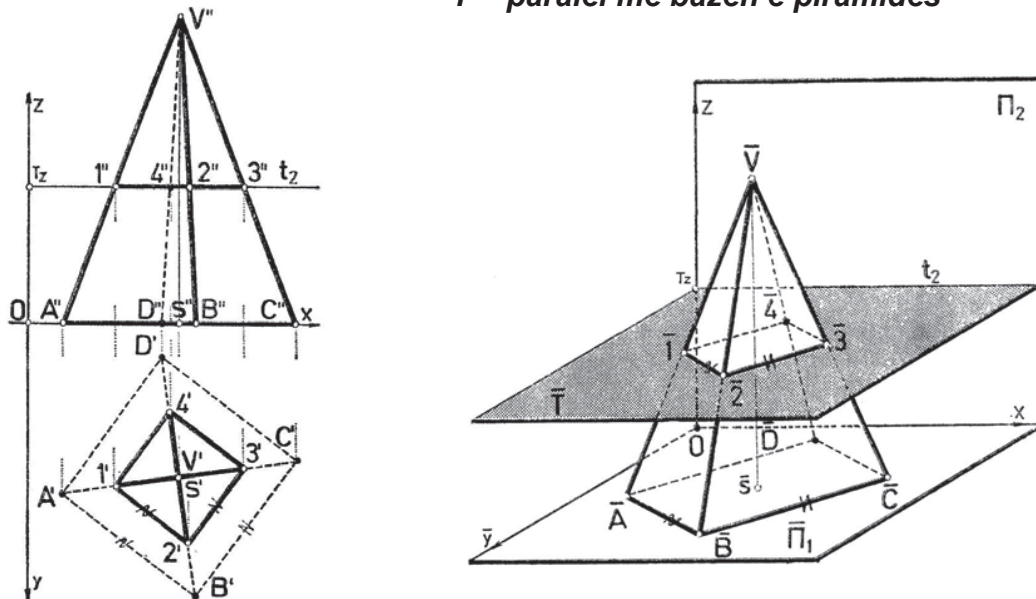
Në bazë të vizatimit të dhënë përpuno model nga kartoni për:

- prizmën në tërësi;
- prizmën e prerë;
- njehso sipërfaqen e prizmës;
- njehso sipërfaqen e prizmës së prerë;
- Ku gjen përdorim njehsimi i sipërfaqeve?
- Krahaso madhësitë e trekëndëshave 123 dhe ABC. Cili është më i madh dhe pse?

1. 2. Prerja e piramidës me rrafsh projektues dhe rrjeta

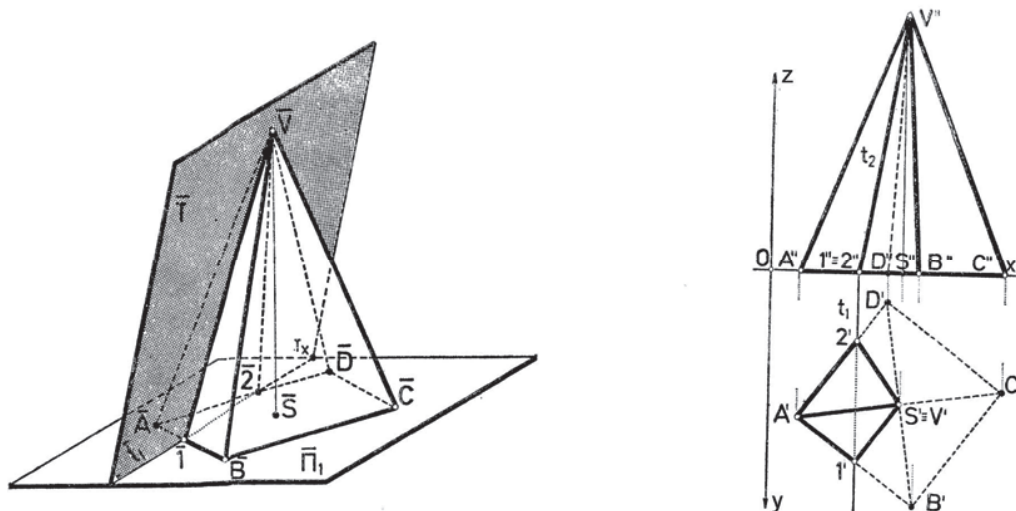
Pozita e rrafshit projektues ndaj piramidës mund të jetë e ndryshme:

1° – paralel me bazën e piramidës



Prerja e piramidës katrore me rrafsh paralel me bazën e saj

2° – kalon nëpër kulmin e piramidës dhe



Prerja e piramidës katrore me rrafsh i cili kalon nëpër kulmin e saj

3° – i pret të gjitha brinjët e piramidës.

Këtu do të shpjegohet fitimi i poligonit prerës kur rrafshi projektues i pret të gjitha brinjët e piramidës.

Shiko vizatimet dhe mendo si do të jetë poligoni prerës në dy rastet e tjera!

Detyra 1. Në paraqitje hapësinore dhe në projektion ortogonal, të përcaktohet prerja e prizmës katërfaqësore me bazë të rregullt katërkëndore me brinjë $a = \overline{AB} [A(1,6,0)B(3,1,0)]$ me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin projektues $T(\infty,10,7)$ (fig. 3 a,b).

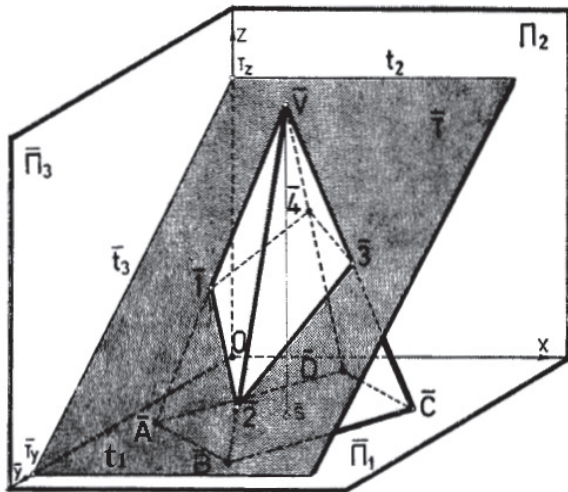


fig. 3 a

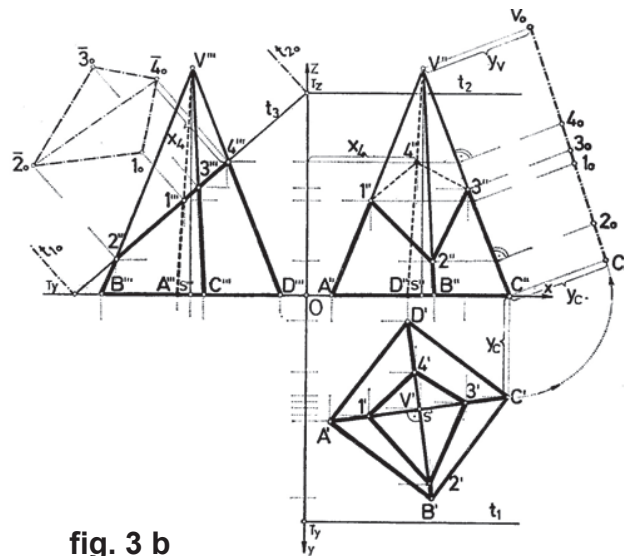


fig. 3 b

Zgjidhje: Nga pamja hapësinore (fig. 3a) qartë vërehet se rrafshi projektues T e pret piramidën në poligonin prerës – katërkëndëshin 1, 2, 3, 4.

Në pamjen ortogonale (fig. 3b) Në projektionin profil (projeksioni i tretë), katërkëndëshi prerës është segmenti $1'''2'''3'''4'''$ i cili puthitet me gjurmën t_3 të rrafshit T. Pikat e katërkëndëshit prerës $1'''2'''3'''4'''$ fitohen në prerjen e gjurmës t_3 dhe brinjëve të piramidës. Poligoni prerës në projektion të parë dhe të dytë do të fitohet nëse nga pikat $1'''2'''3'''4'''$ tërhiqen ordinala dhe në prerje me brinjën përkatëse të piramidës do të fitohen pikat që i takojnë poligonit prerës në projektion të parë dhe të dytë.

Dukshmëria: Së pari përcaktohet dukshmëria e piramidës. Për këtë qëllim, duhet përfytyruar se qëndrojmë para trupit në rrafshin ku ai shtrihet, në këtë rast ky është rrafshi Π_1 . Së pari përcaktohet dukshmëria në rrafshin Π_2 , ashtu që shikimi duhet të jetë normal ndaj boshtit x.

Më larg është brinja $D'V'$ që do të thotë se në Π_2 ajo do të jetë e padukshme. Për përcaktimin e dukshmërisë së trupit në rrafshin Π_3 do të përfytyrojmë se qëndrojmë në rrafshin Π_1 me shikim normal ndaj boshtit y. Më larg është brinja $A'V'$, që do të thotë se në Π_3 ajo është e padukshme.

Dukshmëria e poligonit prerës përcaktohet ashtu që do të përfytyrojmë se qëndrojmë para trupit në atë rrafsh ku poligoni prerës puthitet me gjurmën e rrafshit projektues dhe në këtë rast ai është rrafshi Π_3 .

Për përcaktimin e dukshmërisë së poligonit prerës dhe piramidës në Π_2 , shikimi duhet të jetë normal ndaj boshtit z. Më afër është pika 2''' e poligonit prerës, që do të thotë se në Π_2 do të jetë e dukshme si që do të jenë edhe segmentet që dalin nga ajo 2'''1''' dhe 2'''3''' . Më larg është pika 4''' e poligonit prerës, që do të thotë se është e padukshme si që janë edhe segmentet që dalin nga ajo, 4'''1''' dhe 4'''3''' . Pika 4'' e poligonit prerës si dhe segmentet 4''1'' dhe 4''3'' janë të padukshëm në Π_2 edhe për shkak se pika 4'' shtrihet në brinjë të padukshme të piramidës. Nëse supozojmë se rrafshi projektues T është i jotejdukshëm, atëherë në Π_2 do të shihet vetëm pjesa e piramidës nga kulmi deri te poligoni prerës. Për përcaktimin e dukshmërisë së poligonit prerës dhe piramidës në Π_1 , shikimi duhet të jetë normal ndaj boshtit y. Poligoni prerës duket në tërësi si dhe pjesa e piramidës nga kulmi deri te poligoni prerës.

Detyra për ushtrim:

1. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt katërfaqësore me bazë $\square ABCD$ që shtrihet në rrafshin Π_2 me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,0,6)B(3,0,1)]$ dhe lartësi $H=10\text{cm}$ me rrafshin $T(12,7,\infty)$.

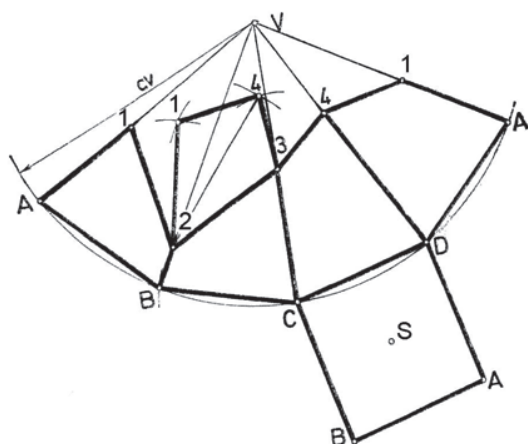
2. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt trefaqësore me bazë $\triangle ABC$ që shtrihet në rrafshin Π_3 me brinjë $a = \overline{AB}[A(0,1,6)B(0,6,1)]$ dhe lartësi $H=10\text{cm}$ me rrafshin $T(8,\infty,10)$.

3. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt katërfaqësore me bazë $\square ABCD$ që shtrihet në rrafshin Π_1 me brinjë $a = \overline{AB}[A(3,1,0)B(1,6,0)]$ dhe lartësi $H=12\text{cm}$ me rrafshin $T(12,\infty,8)$.

4. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt trefaqësore me bazë $\triangle ABC$ që shtrihet në rrafshin Π_3 me brinjë $a = \overline{AB}[A(0,1,3)B(0,8,1)]$ dhe lartësi $H=12\text{cm}$ me rrafshin $T(8,10,\infty)$.

5. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt trefaqësore me bazë $\triangle ABC$ që shtrihet në rrafshin Π_2 me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,0,7)B(9,0,9)]$ dhe lartësi $H=10\text{cm}$ me rrafshin $T(\infty,7,10)$.

6. Të përcaktohet prerja e piramidës së rregullt katërfaqësore me bazë $\square ABCD$ që shtrihet në rrafshin Π_1 me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,6,0)B(3,1,0)]$ dhe lartësi $H=10\text{cm}$ me rrafshin $T(\infty,10,8)$.



Konstruksioni i rretës së piramidës katrore

Konstruksioni i rretës së piramidës

Rrjeta e piramidës është e përbërë nga mbështjellësi të cilin e formojnë katër trekëndësha barakrahës të barabartë, krahet e të cilëve janë brinjët anësore të piramidës, kurse baza është brinja e bazës së piramidës. Gjatësia e vërtetë e brinjës anësore fitohet nëpërmjet të trapezit frontalo-projektues¹. Në të përcillen pikat e depërtimit 2_0 , 1_0 , 3_0 dhe 4_0 , që paraqesin kulmet e katërkëndëshit prerës. Madhësia e vërtetë e bazës së piramidës është e projektuar në Π_1 .

Për vizatimin e rretës, së pari zgjidhet në mënyrë arbitrare pika V nga e cila vizatohet hark me rreze sa madhësia e vërtetë e brinjës CV. Shënohet pika A dhe nga kjo pikë, nëpër gjatësinë e harkut të vizatuar, përcillen gjatësitë e brinjëve të bazës së piramidës. Pikat e fituara lidhen me kulmin ose pikën V. Trekëndëshat e fituar e përbëjnë rretën e mbështjellësit të piramidës, të prerë nëpër brinjën anësore AV dhe të zhvilluar në një rrafsh. Në njërën nga brinjët e bazës, CD, përcillet baza ABCD, me çka fitohet rrjeta e tërësishme e piramidës. Në brinjët anësore të rretës së mbështjellësit përcillen gjatësitë e vërteta $\overline{A1} = \overline{C_0 1_0}$, $\overline{B2} = \overline{C_0 2_0}$, $\overline{C3} = \overline{C_0 3_0}$ dhe $\overline{D4} = \overline{C_0 4_0}$. Me lidhjen e pikave 12341 fitohen brinjët e katërkëndëshit prerës. Nëse duhet të përpunohet rrjeta e pjesës së prerë të piramidës, përveç madhësisë së vërtetë të bazës ABCD, duhet të përcaktohet edhe madhësia e vërtetë e katërkëndëshit prerës 1234. Për këtë qëllim, rrafshi T rrëzohet rreth gjurmës t_3 në rrafshin Π_3 dhe fitohet madhësia e vërtetë 1_0 , 2_0 , 3_0 dhe 4_0 . Në brinjën 23 në rretë, së pari konstruktohet trekëndëshi 234 dhe pastaj mbi brinjën 42 (diagonalja e katërkëndëshit) konstruktohet edhe trekëndëshi tjetër 421. Me vija të trasha vizatohet pjesa e mbështjellësit, baza dhe poligoni prerës i pjesës së poshtme të piramidës.

Përpuno dhe mendo

Në bazë të vizatimit të dhënë përpuno model nga kartoni për:

- piramidën në tërësi;
- pjesën e poshtme të piramidës së prerë;
- si është poligoni prerës në rastet 1° dhe 2° ? Përpuno maketat e këtyre piramidave!

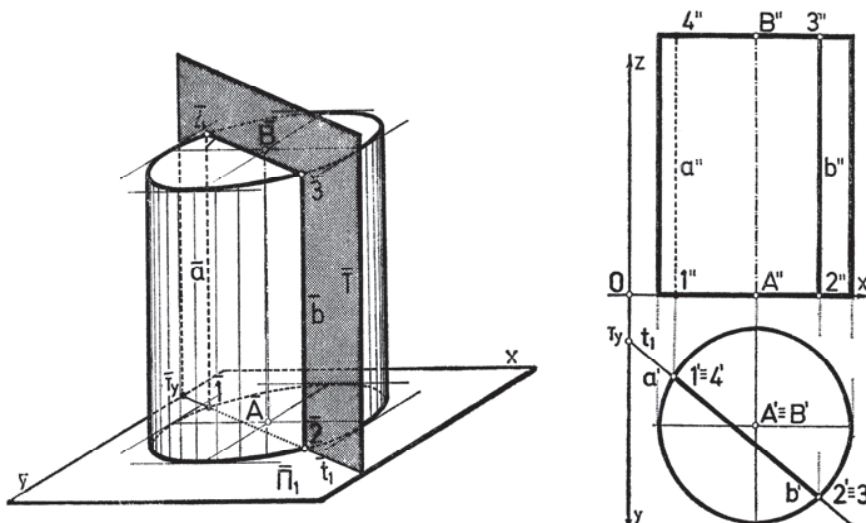
¹ Shih "Madhësia e vërtetë e segmentit" në tekstin mësimor nga Gjeometria deskriptive për vitin I

1.3. Prerja e cilindrit me rrafsh projektues dhe rrjeta

Veprimi i përcaktimit të prerjes së rrafshët të cilindrit me rrafsh projektues është i ngjashëm me veprimin tek prizma.

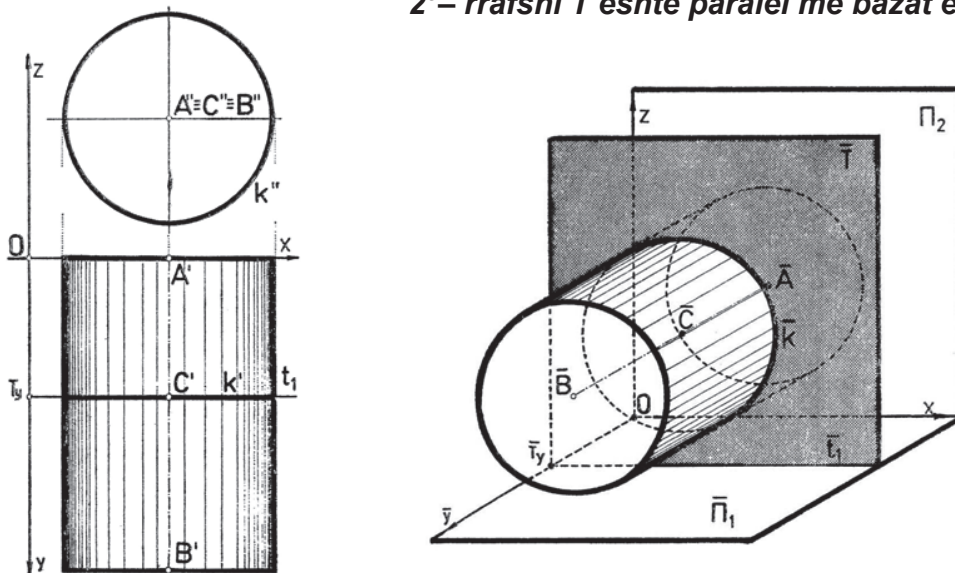
Pozita e rrafshit projektues (T) ndaj cilindrit mund të jetë:

1° – rrafshi T është paralel me gjeneratrisat² e cilindrit



Prerja e cilindrit me rrafsh paralel me boshtin e tij (gjeneratrisat)

2° – rrafshi T është paralel me bazat e cilindrit



Prerja e cilindrit me rrafsh paralel ndaj bazave të tij

Mendo si do të jetë figura gjeometrike prerëse në të dy rastet!

² Gjeneratriza janë segmente të paramenduara në mbështjellësin e cilindrit që lidhin dy bazat e tij. Mund të vendosen dhe parashihen numër arbitrar i gjeneratrisave

3° – rrafshi T i pret të gjitha gjeneratrisat e cilindrit.

Këtu do të shqyrtohet në mënyrë detajore vetëm rasti i tretë.

Detyra 1. Në paraqitje hapësinore dhe në projektion ortogonal, të përcaktohet prerja e cilindrit i cili shtrihet në rrafshin Π_2 me qendër të bazës $C(4,0,4)$, rrezja $p=3\text{cm}$, lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin projektues $T(\infty,10,7)$ (fig. 4 a, b).

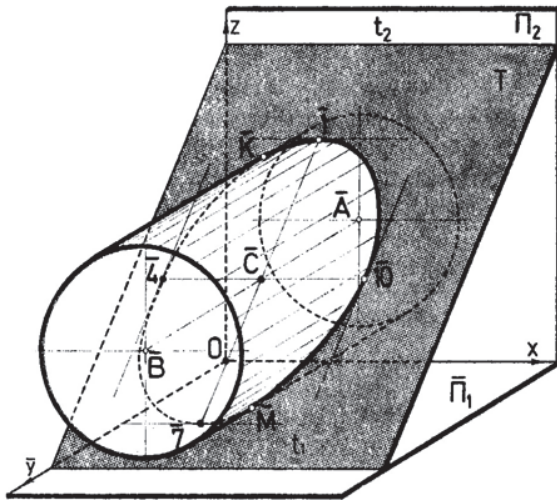


fig. 4 a

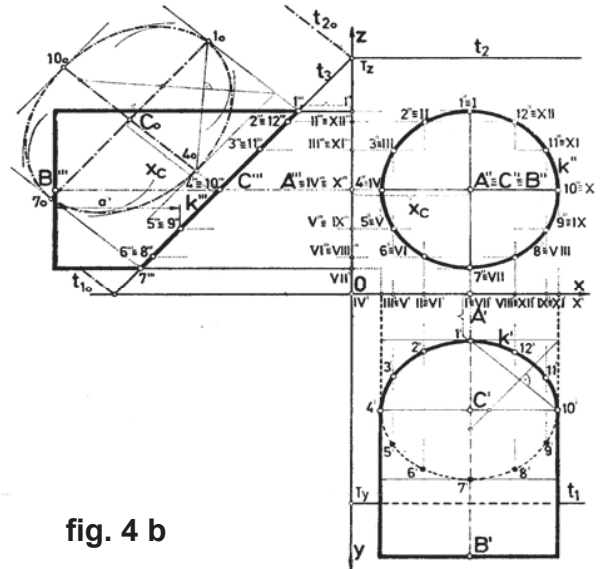


fig. 4 b

Zgjidhje: Në paraqitjen hapësinore qartë shihet se rrafshi projektues T e pret cilindrin vetëm nëpër mbështjellës, në formë të lakorit të mbyllur - elipsës (fig. 4a).

Në pamjen ortogonale (fig. 4b) në projektionin profil (Π_3), elipsa prerëse është segmenti $1''7''$ i cili puthitet me gjurmën t_3 të rrafshit T. Në projektionin frontal (Π_2) elipsa prerëse projektohet si vijë rrethore e cila puthitet me projektionin e dytë të cilindrit.

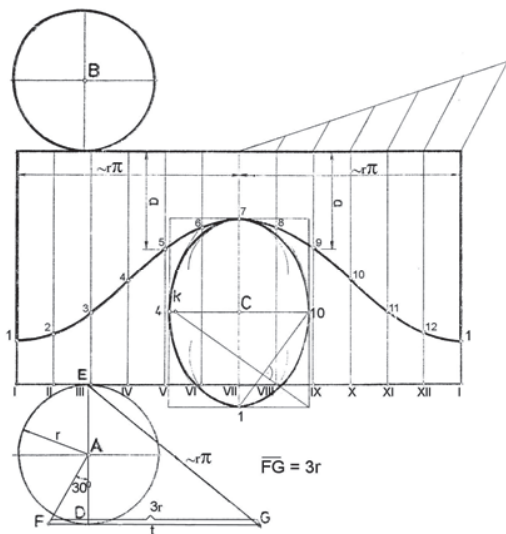
Në Π_2 janë definuar dy diametrat e vijës rrethore, $IV''X''$ dhe $I''VII''$. Këta puthiten me diametrat e elipsës. Përveç këtyre pikave, në mënyrë arbitrare zgjidhen edhe pikat II'' , III'' , V'' , VI'' , $VIII''$, IX'' , XI'' dhe XII'' , të cilat do të ndihmojnë për vizatimin më të saktë të elipsës. Do të përfytyrojmë se nga këto pika dalin gjeneratrisa të cilat në rrafshin Π_3 priten nga rrafshi prerës T në pikat $1'''$, $2'''$, $3'''$, $4'''$, $5'''$, $6'''$, $7'''$, $8'''$, $9'''$, $10'''$, $11'''$ dhe $12'''$. Nga të gjitha pikat tërhiqen ordinala kah Π_1 ku do të fitohet projektioni i parë i elipsës prerëse. Prerja në Π_2 puthitet me projektionin e cilindrit. Në pikat $4'$ dhe $10'$ kryhet ndryshimi i dukshmërisë së elipsës prerëse në Π_1 .

Dukshmëria: Për përcaktimin e dukshmërisë së elipsës prerëse dhe të cilindrit në Π_1 , „ndalemi“ mbi trupin në rrafshin Π_3 me shikim normal ndaj boshtit x. Më afër nesh është pika 1''' e elipsës, që do të thotë se është e dukshme në Π_1 . Pikat 4''' dhe 10''' i takojnë elipsës, shtrihen në lartësinë trupore të cilindrit dhe paraqesin kufirin e dukshmërisë të elipsës në Π_1 . Pika 7''' është më larg nesh, që do të thotë se është e padukshme në Π_1 .

Detyra për ushtrim:

1. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(4,4,0) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_1 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T($\infty, 10, 7$).
2. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(4,4,0) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_1 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T(10, $\infty, 7$).
3. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(4,0,4) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_2 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T($\infty, 9, 9$).
4. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(4,0,4) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_2 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T(9, 6, ∞).
5. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(0,4,4) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_3 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T(9, $\infty, 9$).
6. Të përcaktohet prerja e cilindrit me qendër të bazës S(0,4,4) dhe rreze $r=3\text{cm}$ e cila shtrihet në Π_3 , me lartësi $H=9\text{cm}$, me rrafshin T(9, 9, ∞).

Konstruksioni i rretës së cilindrit



Konstruksioni i rretës së cilindrit me lakore prerëse

Rrjeta e cilindrit përbëhet nga *mbështjellësi* i cili paraqet kënddrejt me gjatësi të barabartë me perimetrin e bazës (perimetri i vijës rrethore) së cilindrit dhe gjerësi të barabartë me lartësinë e cilindrit dhe *dy baza* ose dy vijat rrethore të cilat paraqiten me madhësi të vërtetë në Π_2 . Gjatësia e kënddrejtimit fitohet me rektifikimin e vijës rrethore (drejtimi i vijës rrethore në segment) me ndihmën e konstruktimit të përafërt të Adam Kohanski³. Në këtë mënyrë konstruktoret kënddrejti që paraqet mbështjellësin e cilindrit dhe është pjesë e rretës.

³ Në vijën rrethore me qendër A dhe rreze r tërhiqet diametri DE dhe nëpër pikën D vizatohet tangjenta t, si që shihet në figurë. Pastaj konstruktoret këndi qendror prej 30° me kulm në qendrën A, krahu i të cilit e pret tangjentën në pikën F. Nga kjo pikë, në gjysmëdrejtëzën t në drejtim të pikës D, tre herë përcillet gjatësia e rrezes dhe fitohet segmenti me gjatësi $\overline{FG} = 3r$. Pika G lidhet me pikën E dhe fitohet segmenti EG i cili me shumë përafërsi është i barabartë me gjysmën e perimetrit të vijës rrethore. $\overline{EG} \approx r\pi$.

Për konstruksionin e rrjetës së pjesës së prerë të cilindrit e cila kufizohet me bazën me qendër B dhe elipsën prerëse k , vendosen dybëdhjetë gjeneratrisat e përfytyruara me pikat bazë I, II, III, IV...XII të cilat kanë pika të përbashkëta me elipsën prerëse k : 1, 2, 3,...12. Madhësitë e vërteta të pjesëve të gjeneratrisave të përfytyruara maten në Π_1 dhe përcillen në dybëdhjetë gjeneratrisat e mbështjellësit të përafërt të zhvilluar të cilindrit. Me lidhjen e pikave 1, 2, 3,...12 përcaktohet forma e zhvilluar e elipsës. Pastaj vizatohet elipsa prerëse me qendër në pikën C. Me vija të trasha shënohet pjesa e sipërme e mbështjellësit me elipsën prerëse të zhvilluar, baza me qendër B dhe elipsa k . Në këtë mënyrë formohet rrjeta e kërkuar e cilindrit.

Përpuno dhe mendo

Në bazë të vizatimit të dhënë përpuno model nga kartoni për:

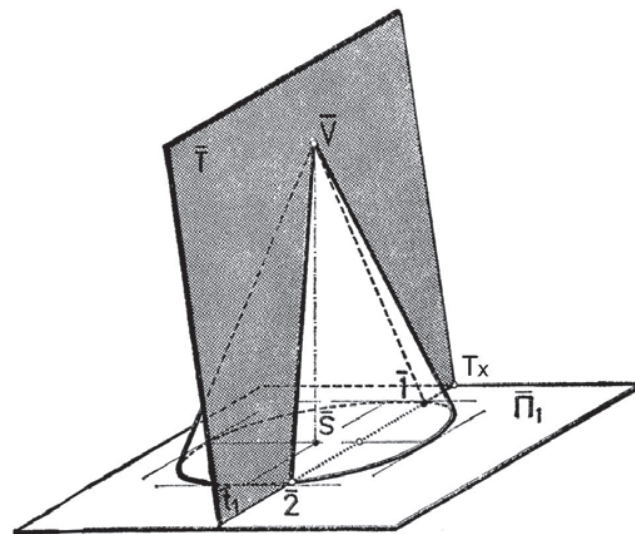
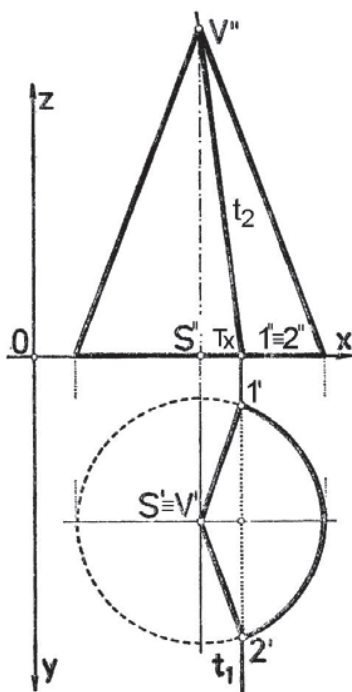
- cilindrin në tërësi;
- pjesën e poshtme të cilindrit të prerë;
- Përgjigju cila është figura gjeometrike në prerje tek rastet 1° dhe 2°?

1. 4. Prerja e konit me rrafsh projektues dhe rrjeta

Veprimi i përcaktimit të prerjes së rrafshët të konit me rrafsh projektues është i ngjashëm me veprimin tek piramida. Pse?!

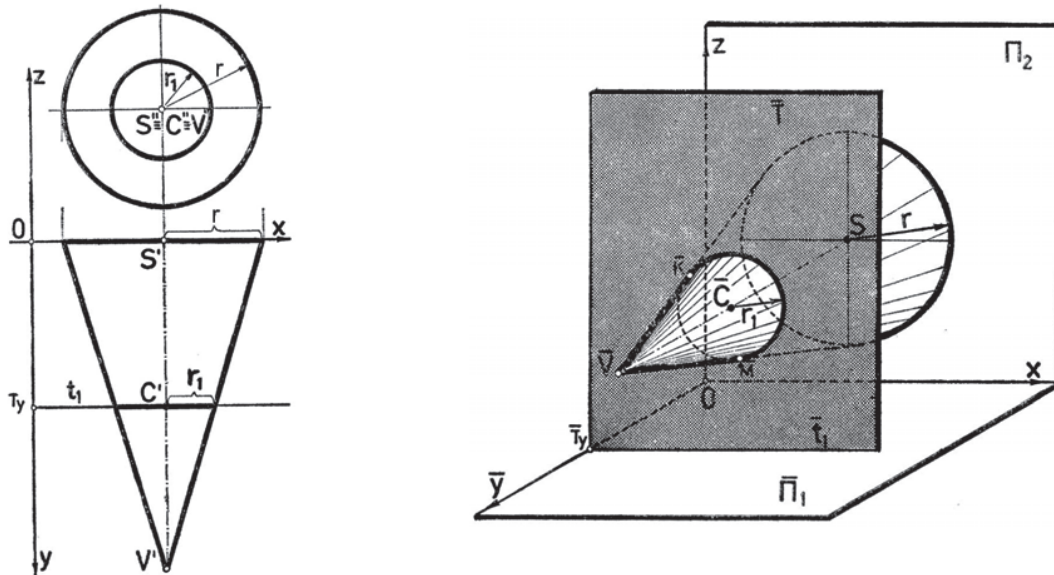
Pozita e rrafshit projektues (T) ndaj konit mund të jetë:

1° – rrafshi T kalon nëpër kulmin e konit



Prerja e konit me rrafsh i cili kalon nëpër kulmin e tij

2° – rrafshi T është paralel me bazën e konit



Prerja e konit me rrafsh paralel ndaj bazës së tij

3° – rrafshi T i pret të gjitha gjeneratrisat⁴ e konit.

Këtu do të shqyrtohet në mënyrë detajore vetëm rasti i tretë.

Mendo cila do të jetë forma e lakorit prerës tek dy rastet e tjera!

Detyra 1. Në paraqitje hapësinore dhe në projektion ortogonal, të përcaktohet prerja e konit i cili shtrihet në rrafshin Π_3 me qendër të bazës $S(0,4,4)$, rreze $r=3\text{cm}$, me lartësi $H=9\text{cm}$ me rrafshin projektues $T(10, \infty, 7)$ (fig. 5a, b).

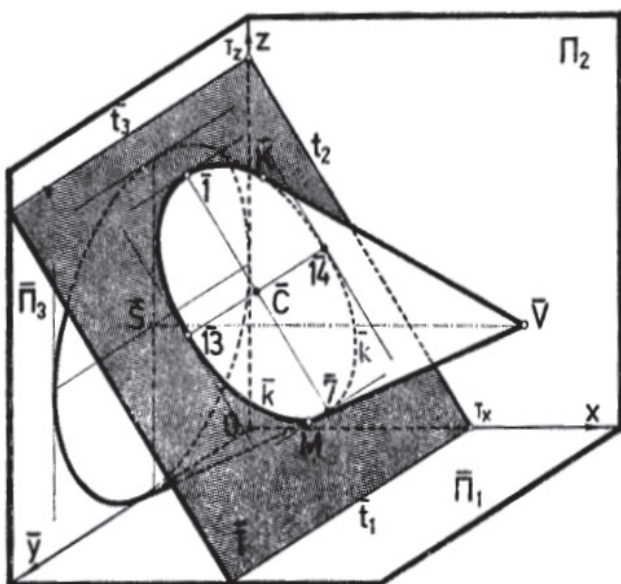


fig. 5 a

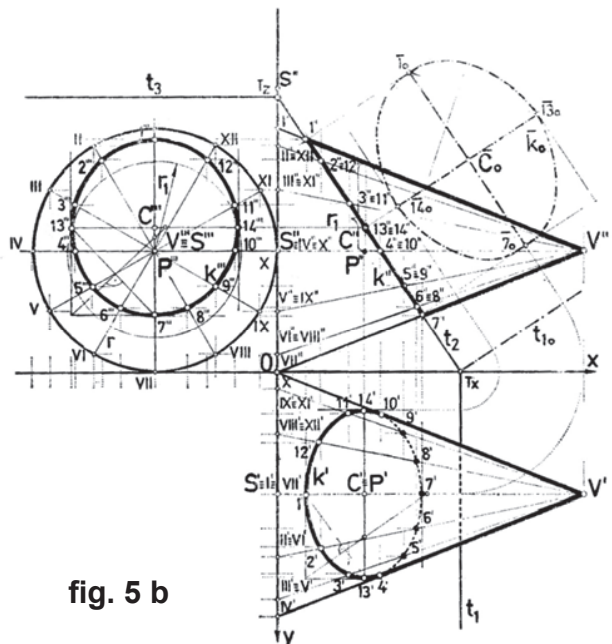


fig. 5 b

⁴ Gjeneratrisa janë segmente të paramenduara që shtrihen në mbështjellësin e konit dhe lidhin bazën me kulmin. Gjatë zgjidhjes së detyrave mund të definohen numër arbitrar i gjeneratrisave.

Zgjidhje: Nga paraqitja hapësinore qartë vërehet se rrafshi projektues T e pret konin vetëm nëpër mbështjellës në formë të lakorit të mbyllur – elipsës (fig. 5 a).

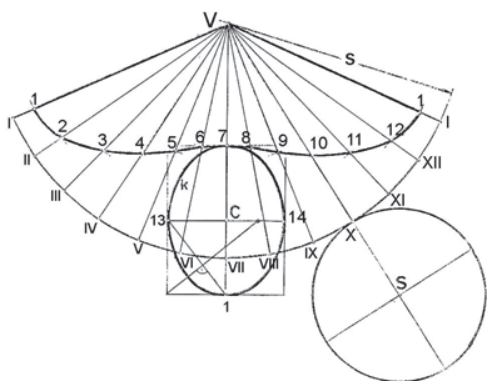
Në pamjen ortogonale (fig. 5 b) në projektionin frontal (projeksioni i dytë), elipsa prerëse është segmenti $1''7''$ i cili puthitet me gjurmën t_2 të rrafshit T. Në projektionin profil (Π_3) dhe projektionin horizontal (Π_1), lakori prerës i mbyllur projektohet si elipsë. Në Π_3 janë definuar dy diametrat e vijës rrethore, A''B'' dhe C''D''. Ata puthiten me diametrat e elipsës. Përveç këtyre pikave, në mënyrë arbitrare zgjidhen edhe katër pika: E'', F'', G'' dhe H'' të cilat do të ndihmojnë për vizatimin më të saktë të elipsës. Përfytyrojmë se nga të gjitha këto pika dalin gjeneratrissa të cilat i pret rrafshi prerës T në pikat 1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 6'', 7'' dhe 8''. Nga këto pika tërhiqen ordinala në Π_1 dhe Π_3 ku do të fitohen projektionet e elipsës prerëse. Pikat 3' dhe 4' janë në konturën horizontale të konit dhe në to kryhet ndryshimi i dukshmërisë së elipsës prerëse.

Dukshmëria: Për përcaktimin e dukshmërisë së elipsës prerëse në Π_1 , „ndalemi” mbi trupin në rrafshin Π_2 me shikim normal ndaj boshtit x. Më afër nesh është pika 1''' e elipsës, që do të thotë se është e dukshme. Pikat 3''' dhe 4''' i takojnë elipsës, por meqë shtrihen në boshtin e konit, e përcaktojnë kufirin e dukshmërisë së elipsës në Π_1 . Pika 2''' është më larg nesh, që do të thotë se është e padukshme. Nga kjo rrjedh se koni në Π_1 është i dukshëm nga kulmi deri te pikat 3', 1' dhe 4' të cilat i takojnë prerjes (elipsës).

Detyra për ushtrim:

1. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(4,4,0)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_1 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(\infty,10,7)$.
2. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(4,4,0)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_1 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(10, \infty, 7)$.
3. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(4,0,4)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_2 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(\infty,6,9)$.
4. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(4,0,4)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_2 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(9,6, \infty)$.
5. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(0,4,4)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_3 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(6, \infty, 9)$.
6. Të përcaktohet prerja e konit me qendër të bazës $S(0,4,4)$ dhe rreze $r=3\text{cm}$ i cili shtrihet në Π_3 , me $H=9\text{cm}$, me rrafshin $T(6,9, \infty)$.

Konstruksioni i rretës së konit

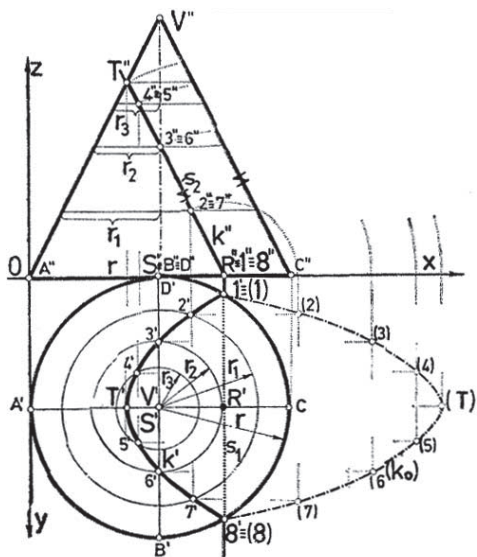


Konstruksioni i rretës së konit

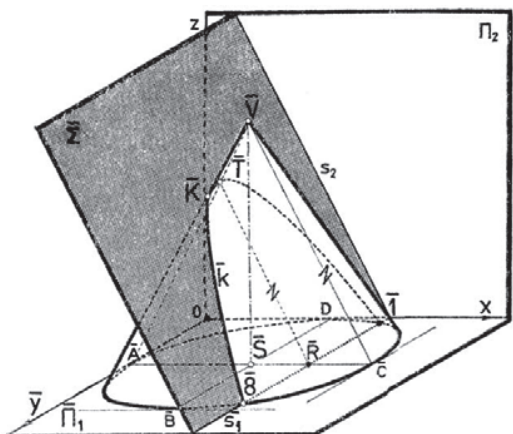
Rrjetën e konit e përbëjnë *mbështjellësi* i cili paraqet prerje rrethore (sektor) rrezja e së cilës është e barabartë me gjeneratrisën e konit (s), kurse gjatësia e harkut është gjatësia e vijës rrethore të bazës ($2r\pi$) dhe baza e konit, vija rrethore me qendër S.

Mënyra më e thjeshtë e vizatimit të rrjetës së konit është nëse koni zëvendësohet me piramidë të rregullt dymbëdhjetëfaqësore të brendashkruar në konin e dhënë. Baza e konit, vija rrethore, me ndihmën e kompasit ndahet në dymbëdhjetë pjesë të barabarta me pikat: I, II, III, ... XII. Nëse këto pika lidhen me kulmin e konit V, fitohen dymbëdhjetë gjeneratrisa (brinjë anësore). Tek rrjeta e mbështjellësit të piramidës së përfytyruar e konstruktuar në këtë mënyrë ndaj konit, paraqitet gabim i vogël për shkak se në harkun rrethor me rreze $s=IV$ (gjeneratrisa e konit), përcillen tetiva nga baza e vijës rrethore me rreze r .

Pas vizatimit të harkut rrethor I, II, III, ... XII, I, i cili sipas gjatësisë është përafërsisht i barabartë me $2r\pi$, pikat e skajshme lidhen me kulmin V dhe fitohet mbështjellësi i përafërt i zhvilluar i konit. Në dymbëdhjetë gjeneratrisat përcillen pikat e përbashkëta të elipsës prerëse. Gjatësitë e vërteta të këtyre pjesëve të gjeneratrisave maten në rrafshin Π_1 ose Π_2 . Pikat prerëse të fituara në këtë mënyrë lidhen me lakor në elipsë prerëse të zhvilluar. Pastaj, shtohet baza e konit (vija rrethore s) dhe madhësia e vërtetë e elipsës. Me vija të trasha vizatohet pjesa e sipërme e konit me elipsën prerëse.



4° – rrafshi T është paralel me një nga gjeneratrisat e konit.



Prerja e konit me rrafsh paralel me një nga gjeneratrisat e tij

Përpuno dhe mendo

Në bazë të vizatimit të dhënë të rrjetës së konit, përpuno model nga kartoni për:

- konin në tërësi;
- pjesën e konit nën dhe mbi rrafshin prerës T, kurse pastaj bashkoi të dy pjesët;
- Cila është figura gjeometrike e prerjes në rastet 1° dhe 2°?
- Çfarë paraqet prerja tek rasti 4°?

1.5. Prerja e trupave gjeometrikë me rrafsh të pjerrët

Në përmbajtjet paraprake u njoftuat me prerjet e trupave me rrafsh në pozita speciale, më shpesh normale ndaj rrafshëve të projekcionit ose paralele me to. Nga shembujt e dhënë dhe nga praktika, rrafshet prerëse më shpesh paraqiten në pozita speciale ndaj rrafshëve të projekcionit. Por, në praktikë paraqitet edhe nevoja e përcaktimit të prerjes së trupit me rrafsh të përgjithshëm ose rrafsh të pjerrët.

Kur trupi pritet me rrafsh të pjerrët, asnjë nga projeksonet e prerjes nuk është i njohur si pjesë e njërës nga gjurmët e rrafshit prerës, por duhet të përcaktohet me veprim paraprakisht të definuar.

Prerja fitohet nëpërmjet të definimit të pikave të depërtimit të brinjëve tek trupat brinjorë ose të gjeneratrisave tek trupat rrotullues me rrafshin prerës. Për këtë qëllim, shfrytëzohen rrafshet projektuese ndihmëse që vendosen nëpër brinjët ose gjeneratrisat. Këto e prejnë rrafshin prerës në drejtëza prerëse.

Drejtëzat prerëse i prejnë brinjët (gjeneratrisat) në pika të depërtimit, të cilat pasi të lidhen e japin figurën prerëse në një projekcion. Projeksonet e tjera fitohen me tërheqjen e ordinalave nëpër këto pika, me ndihmën e përkatësisë së tyre në rrafshin prerës dhe në trupin e dhënë.

Nëse shqyrtohen prizma dhe cilindri i drejtë të cilët me njërën nga bazat shtrihen në një nga rrafshet e projekcionit, veprimi i fitimit të prerjes është i njëjtë. Figura prerëse, e cila çdo herë fitohet në prerjen me rrafshin e pjerrët në një nga projeksonet, përputhet me një nga konturat imagjinare të trupit të dhënë. Projekcioni tjetër i figurës prerëse do të përcaktohet me shfrytëzimin e drejtëzave kryesore (horizontalet ose frontalet) të rrafshit prerës.

Prerja e piramidës ose konit me rrafsh të pjerrët fitohet me ndihmën e vendosjes së rrafshit projektues anësor Π_4 . Ky rrafsh vendoset ashtu që të jetë normal ndaj rrafshit të pjerrët dhe normal ndaj njërës nga rrafshet e projekcionit. Me këtë mundësohet që rrafshi i pjerrët të silltet në pozitë të rrafshit projektues. Kështu, në projekcionin anësor, figura prerëse projektohet si segment si pjesë e gjurmës anësore të rrafshit prerës.

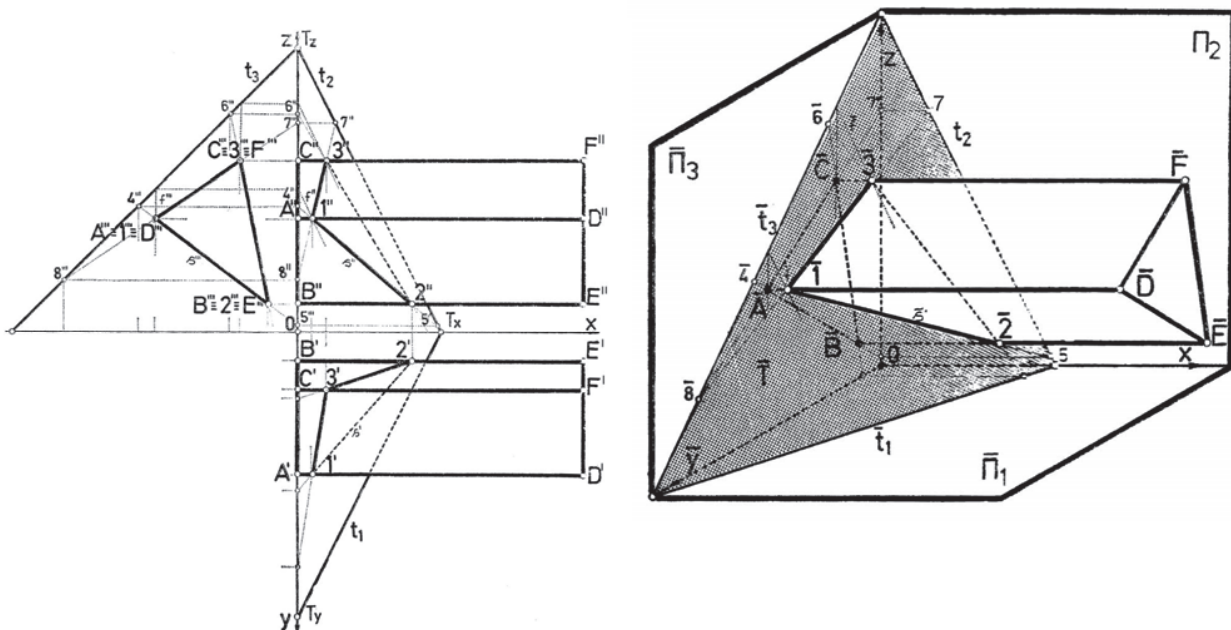
1.5.1. Prerja e prizmës së drejtë me rrafsh të pjerrët

Detyrë: Është dhënë prizmë e drejtë trefaqësore e cila shtrihet në rrafshin Π_3 dhe rrafshi i pjerrët $T(t_1, t_2, t_3)$ i cili i pret të gjitha brinjët anësore të prizmës, si që shihet në figurë. Duhet përcaktuar poligoni prerës.

Zgjidhje: Në rrafshin Π_3 fitohet trekëndëshi prerës 123, projekcioni i të cilit përputhet me projekcionin e prizmës trefaqësore në rrafshin Π_3 , ku kulmet janë: $1''' \equiv A''' \equiv D'''$, $2''' \equiv B''' \equiv E'''$ dhe $3''' \equiv C''' \equiv F'''$. Këto pika janë pika të depërtimit të brinjëve të prizmës në rrafshin T. Prandaj, me ndihmën e drejtëzave frontale gjenden projekSIONET e tyre frontale 1'', 2'' dhe 3''. Nga këto pika tërhiqen ordinala deri në prerje me projekSIONET horizontale të brinjëve anësore përkatëse dhe fitohen pikat: 1', 2' dhe 3'.

Dukshmëria: rrafshi prerës T përkufizohet të jetë i tejdukshëm.

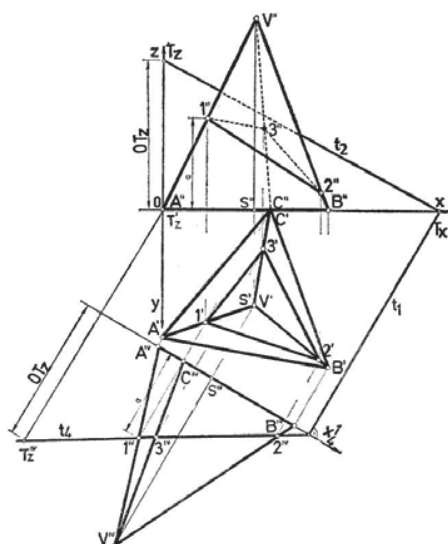
Shpjego dukshmërinë e brinjëve të trekëndëshit prerës në rrafshet Π_1 dhe Π_2 !



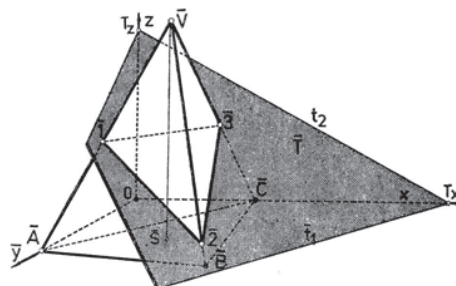
Prerja e prizmës së drejtë trefaqësore me rrafsh të pjerrët

1.5.2. Prerja e piramidës me rrafsh të pjerrët

Detyrë: Është dhënë piramida e rregullt trefaqësore me bazë në Π_1 dhe rrafshi $T(t_1, t_2)$, si që shihet në figurë. Të përcaktohet trekëndëshi prerës.



Prerja e piramidës së rregullt trefaqësore me rrafsh të pjerrëtshëm (të pjerrët)



Zgjidhje: Rrafshi i pjerrët T duhet të sillet në pozitë projektuese. Për këtë qëllim, vendoset rrafshi projektues anësor $\Pi_4 \perp T$, i cili është normal ndaj njërit nga rrafshet e projektionit⁵, Π_1 . Vendoset $\Pi_4 \perp \Pi_1$, meqë baza e piramidës gjendet në Π_1 . Boshti i ri x_4^1 vendoset normal ndaj t_1 . Për përcaktimin e gjurmës së rrafshit anësor T , t_4 , nevojiten dy pikë: njëra është pika prerëse e t_1 me x_4^1 , kurse tjetra është arbitrare dhe gjendet në gjurmën t_2 , në këtë rast është pika T_z . Segmenti i fituar OT_z në Π_2 përcillet në normalen e boshtit x_4^1 dhe fitohet pika T_z^{IV} me ndihmën e së cilës vizatohet gjurma t_4 . Pozita e gjurmëve t_4 dhe t_1 ndaj boshtit të ri x_4^1 , e përcakton rrafshin T si rrafsh projektues. Pastaj vizatohet projektioni anësor i piramidës. Në prerjen e gjurmës t_4 me brinjët e piramidës fitohen pikat e depërtimit të brinjëve në rrafshin T : 1^{IV} , 2^{IV} dhe 3^{IV} . Nga këto pika tërhiqen ordinala kah boshti x_4^1 dhe në prerje me brinjët përkatëse në Π_1 , përcaktohet projektioni horizontal i prerjes.

Me lidhjen e pikave të fituara në këtë mënyrë, përcaktohet projektioni i parë i trekëndëshit prerës: $1'2'3'$. Nga këto pika ngrihen ordinala kah boshti x dhe në prerje me brinjët përkatëse në Π_2 fitohen pikat $1''2''3''$, kulme të trekëndëshit prerës në projektionin frontal.

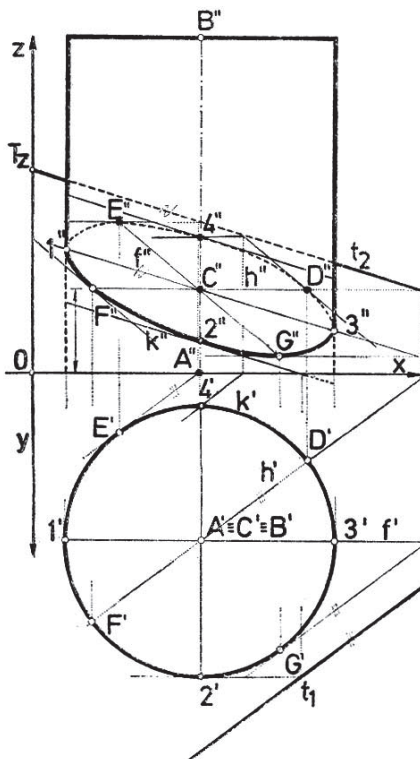
Dukshmëria: Rrafshi T përkufizohet të jetë i tejdukshëm.

Shpjego dukshmërinë e piramidës dhe brinjët e trekëndëshit prerës në projektionin horizontal dhe frontal!

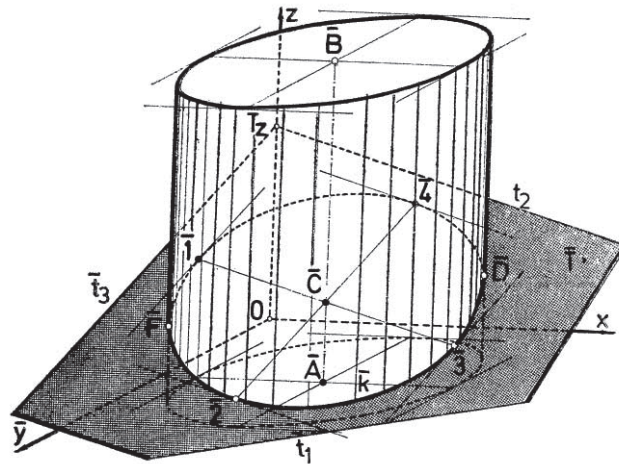
⁵ Shih temën Transformacioni – projektioni anësor, në vitin I

1.5.2. Prerja e cilindrit më rrafsh të pjerrët

Detyrë: Në vizatimet e dhëna është paraqitur cilindër i cili me bazën e poshtme të dhënë shtrihet në rrafshin Π_1 dhe rrafshi $T(t_1, t_2)$ i cili i pret të gjitha gjeneratrisat e cilindrit. Të konstruktohen projektionet e lakorit prerës.



Prerja e cilindrit me rrafsh të përgjithshëm (të pjerrët)



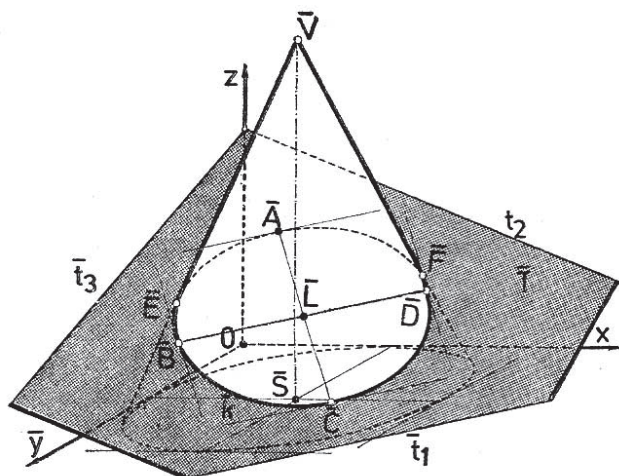
Zgjidhje: Detyra zgjidhet në mënyrë të ngjashme si edhe prizma (shih fq.18). Lakori prerës është elipsa k , projektioni horizontal i së cilës përputhet me projektionin e parë të cilindrit. Nga kjo rrjedh se qendra C e elipsës përputhet me qendrat e bazave të cilindrit: $A' \equiv C' \equiv B'$. Në k' zgjidhet diametri $1'3'$ \parallel boshti x , ashtu që ky diametër do të jetë lidhëse e pikave të konturës $1''$ dhe $3''$ të elipsës në Π_2 , kurse diametri tjetër $2'4'$ \perp boshti x . Pastaj fitohen pikat $1''$, $2''$, $3''$ dhe $4''$ si pika që shtrihen në rrafshin T , nëpërmjet të drejtëzave frontale ose drejtëzave të tjera të rrafshit të dhënë. Pastaj konstruktohet elipsa k sipas njëres nga mënyrat e njohura.

Dukshmëria: Përcaktoni dukshmërinë e cilindrit nëse rrafshi prerës T është i jotejdukshëm.

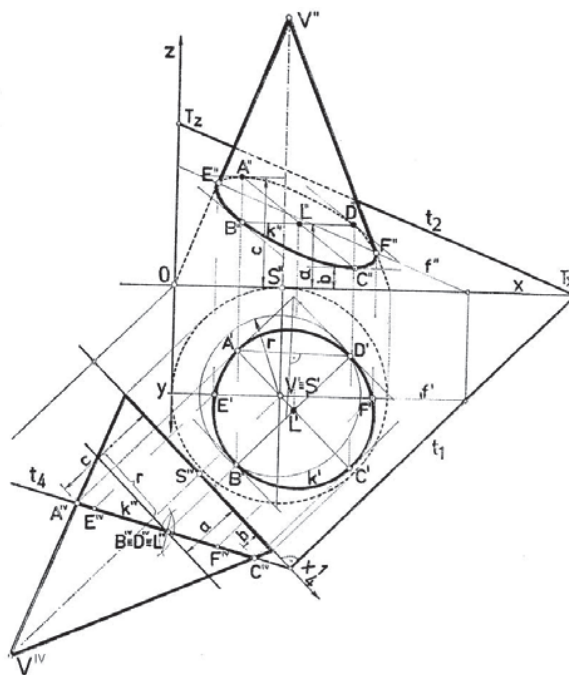
Vizato projektionin profil të cilindrit dhe elipsës prerëse dhe përcakto dukshmërinë! Mendo dhe shpjego pse pjesa $3''4''1''$ e elipsës është e padukshme!

1.5.2. Prerja e konit me rrafsh të pjerrët

Detyrë: Është dhënë koni me bosht $SV \perp \Pi_1$ baza e të cilit shtrihet në Π_1 dhe rrafshi $T(t_1, t_2)$. Rrafshi qëndron në pozitë të pjerrët ndaj boshtit të konit dhe i pret të gjitha gjeneratrisat, që shihet në vizatimet e dhëna. Të përcaktohet lakori prerës në projeksione.



Prerja e konit me rrafsh të përgjithshëm (të pjerrët)



Zgjidhje: Vizatohet projektioni anësor i konit në rrafshin $\Pi_4 \perp T$. Në gjurmën t_4 elipsa prerëse k është projektuar në segmentin $A^{IV}C^{IV}=k^{IV}$. Në të përcaktohet çift diametrash normalë ndaj njëri tjetrit $A^{IV}C^{IV}$ dhe $B^{IV}D^{IV}$ me qendër L^{IV} . Me ndihmën e ordinalave deri te projektionet e gjeneratrisave përkatëse, përcaktohen projektionet horizontale të tyre A', B', C', D', E' dhe F' , dhe pastaj edhe projektionet frontale A'', B'', C'', D'', E'' dhe F'' . Në Π_1 , $A'C'$ dhe $B'D'$ paraqesin boshtet e elipsës k' , kurse në Π_2 paraqiten si diametra të konjuguar të elipsës k'' . Në rrafshin Π_2 përcaktohen pikat e konturës E' dhe F'' me ndihmën e të cilave përcaktohet dukshmëria e lakorit prerës.

Përcakto dukshmërinë e konit dhe elipsës prerëse nëse rrafshi T është i jotejdukshëm!

PËRDORIMI I PRERJEVE NË NDËRTIMTARI

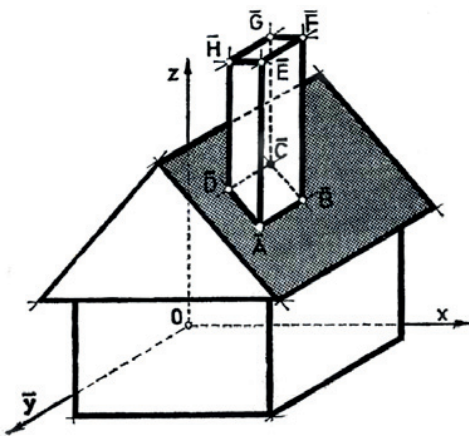


fig. 6

Gjatë vizatimit të planeve, në teknikë kryesisht përdoren prerjet e rrafshta. Rrafshet prerëse janë horizontale dhe vertikale. Këto shfrytëzohen në vendet ku objekti ka më shumë hapje. Ashtu, baza e një objekti paraqet prerje horizontale nëpër objekt në lartësi të caktuar. Në këtë prerje (baza e objektit) vizatohen në pamje edhe pjesët e objektit që gjenden nën rrafshin prerës. Përveç bazave, vizatohen edhe prerje të objektit që paraqesin pamje të objektit të prerë me rrafshje vertikale të vendosura në vende të caktuara. Me prerjet vertikale si dhe me detajet që vizatohen, objekti i paramenduar shpjegohet më hollësisht, shkallët, dritaret etj. (fig. 6, 7, 8).

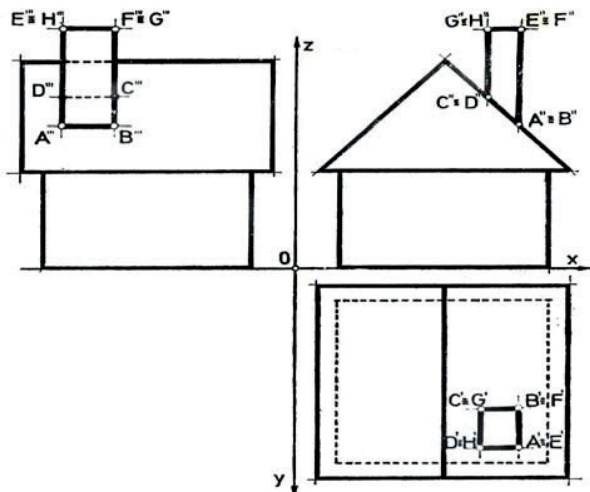


fig. 7

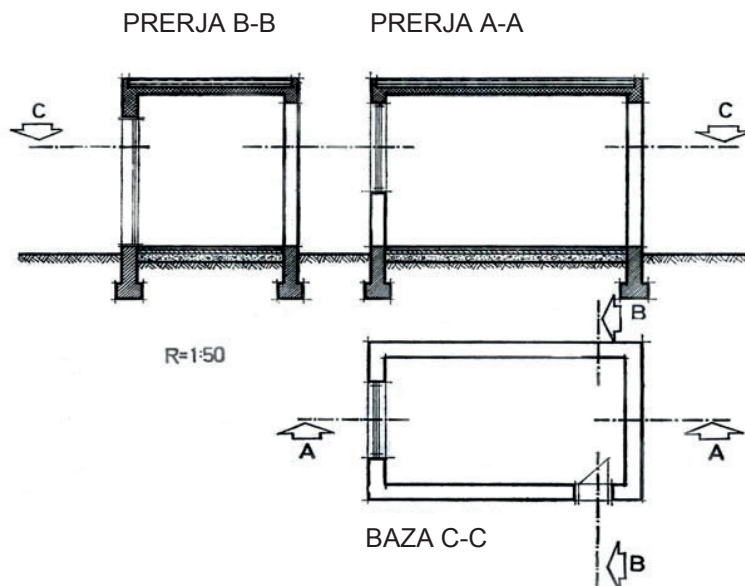
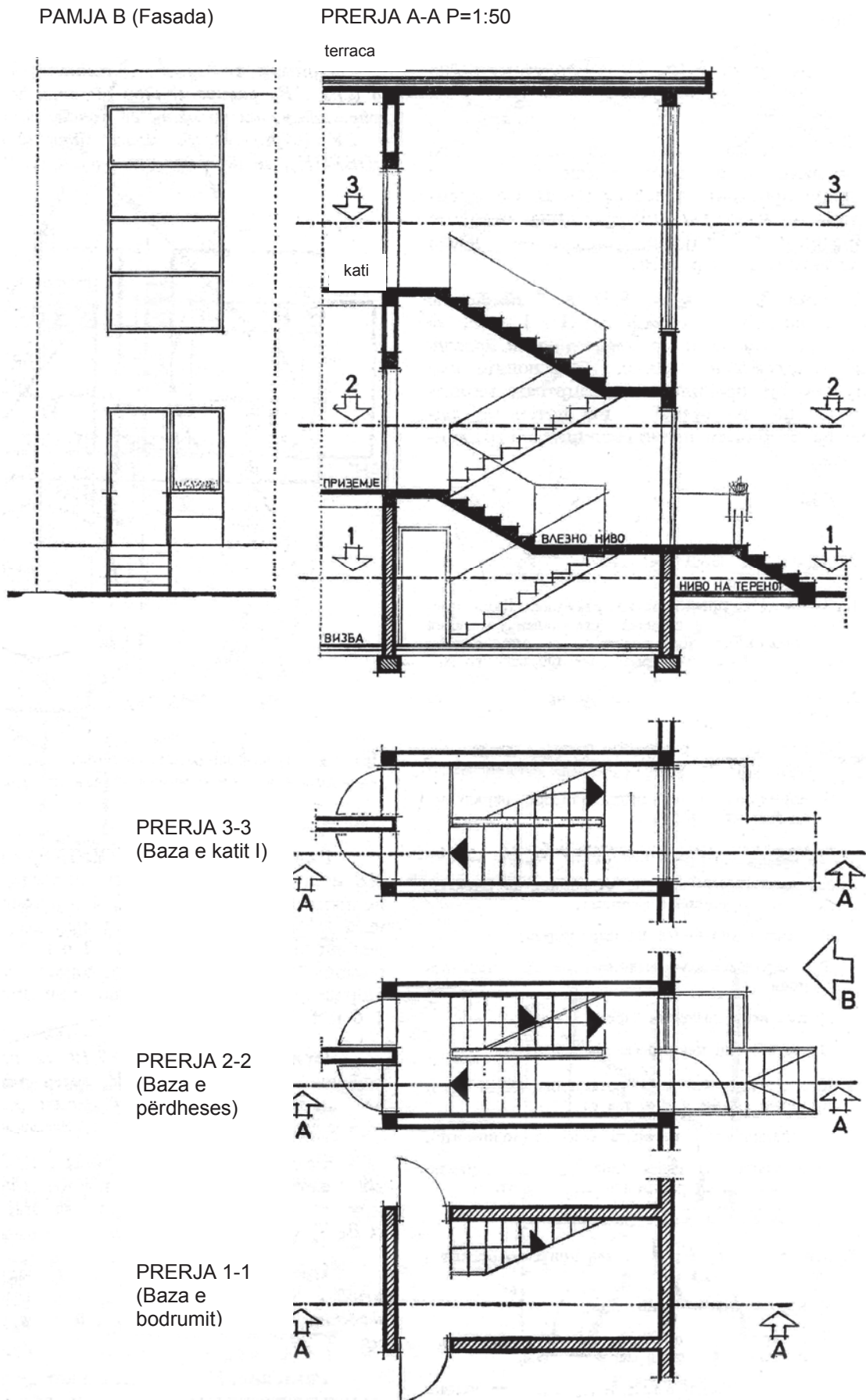


fig. 8



Prerjet dhe bazat e shkallëve në objekt banesor - fig.9

TË MBAJMË MEND

- ✓ Rrafsh projektues është rrafshi i cili është normal ndaj rrafsheve Π_1 , Π_2 dhe Π_3 .
- ✓ Gjatë prerjes së trupave brinjorë me rrafsh projektues, figura prerëse është shumëkëndësh prerës (poligon).
- ✓ Gjatë prerjes së trupave rrotullues me rrafsh projektues, figura prerëse është lakor prerës.
- ✓ Gjatë prerjes së trupave më rrafsh projektues, njëri projektion i prerjes është i përcaktuar (i njohur) si pjesë e gjurmëve të rrafshit.
- ✓ Pozita e rrafshit projektues ndaj prizmës mund të jetë:
 - paralele me brinjët anësore të prizmës dhe
 - nën kënd ndaj brinjëve anësore të prizmës.
- ✓ Nëse rrafshi projektues është paralel me brinjët anësore të prizmës, prerja është kundrejt, njëra brinjë e të cilit është e barabartë me lartësinë e prizmës.
- ✓ Pozita e rrafshit projektues ndaj piramidës mund të jetë:
 - paralele me bazën e piramidës;
 - të kalojë nëpër kulmin e piramidës;
 - t'i prejë të gjitha brinjët anësore të piramidës.
- ✓ Pozita e rrafshit projektues ndaj cilindrit mund të jetë:
 - paralele me gjeneratrisat e cilindrit;
 - paralele me bazat e cilindrit;
 - t'i prejë nën kënd të gjitha gjeneratrisat e cilindrit.
- ✓ Gjeneratrisat janë segmente imagjinare që shtrihen në mbështjellësin e trupave rrotullues dhe i lidhin pikat e bazave (tek cilindri) ose pikat e bazës me kulmin (tek koni).
- ✓ Pozita e rrafshit projektues ndaj konit mund të jetë:
 - paralele me bazën e konit;
 - të kalojë nëpër kulmin e konit;
 - t'i prejë nën kënd të gjitha gjeneratrisat e konit.
- ✓ Prerjet në ndërtimtari gjejnë përdorim gjatë vizatimit të bazave dhe prerjeve të objekteve.
- ✓ Gjatë prerjes së trupave me rrafsh të pjerrët, asnjë nga projektionet e prerjes nuk është i përcaktuar (i njohur) si pjesë e gjurmëve të rrafshit.
- ✓ Përcaktimi i prerjes së trupave me rrafsh të pjerrët kryhet me përdorimin e rrafsheve projektuese ndihmëse të vendosura nëpër brinjët anësore (gjeneratrisat) e trupave.

Pyetje për kontrollim të diturisë:

1. Cili rrafsh është rrafsh projektues?
2. Cila është forma e figurës prerëse gjatë prerjes së trupave brinjorë me rrafsh projektues?
3. Cila është forma e figurës prerëse gjatë prerjes së trupave rrotullues me rrafsh projektues?
4. Si është lloji i prerjes së prizmës me rrafsh paralel ndaj brinjëve anësore?
5. Si është lloji i prerjes së prizmës me rrafsh i cili është nën kënd ndaj brinjëve anësore?
6. Si është poligoni prerës i piramidës me rrafsh paralel me bazën e saj?
7. Si është poligoni prerës i piramidës me rrafsh i cili kalon nëpër kulmin e saj?
8. Si është poligoni prerës i piramidës me rrafsh i cili i pret të gjitha brinjët anësore të saj?
9. Si është prerja e cilindrit me rrafsh paralel me gjeneratrisat e tij?
10. Si është prerja e cilindrit me rrafsh paralel me bazat e tij?
11. Si është prerja e cilindrit me rrafsh i cili i pret nën kënd të gjitha gjeneratrisat e tij?
12. Si është prerja e konit me rrafsh i cili kalon nëpër kulmin e tij?
13. Si është prerja e konit me rrafsh i cili i pret nën kënd të gjitha gjeneratrisat e tij?
14. Si është prerja e konit me rrafsh paralel me bazën e tij?
15. Si përcaktohet prerja e trupave me rrafsh të pjerrët?

Tërësia tematike

2. PULLAZET

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë njohuri për:

- **elementet themelore të pullazeve;**
- **zgjdhjen e prerjeve të rrafsheve pullazore te pullazet njëfaqësore, dyfaqësore, katërfaqësore dhe pullazet e përbërë**
- **përpunimin e modeleve të pullazeve.**

TËRËSIA TEMATIKE

2. Pullazet

- 2. 1. Elementet dhe llojet e pullazeve**
- 2. 2. Zgjidhja e pullazeve katërfaqësore**
- 2. 3. Zgjidhja e pullazeve të përbërë**

2. PULLAZET

Formimin përfundimtar të jashtëm të objektit e japin të gjitha llojet e sipërfaqeve pullazore të cilat e përbëjnë pullazin e objektit.

Pullazi paraqet konstruksion përfundimtar të objektit i cili shërben për ta mbrojtur nga ndikimet e jashtme.

Pullazi përbëhet nga më shumë rrafshe pullazore që janë të vendosura nën kënd të caktuar (pjerre) me qëllim të përcjelljes së shpejtë të ujërave atmosferike.

Pjerrja e rrafsheve pullazore varet nga:

- materiali i shfrytëzuar për mbulimin e pullazit;
- lloji dhe sasia e të rreshurave dhe
- erërat në vendin përkatës.

2.1. ELEMENTET DHE LLOJET E PULLAZEVE

Konstruksioni pullazor zhvillohet mbi bazën e dhënë të pullazit, duke përvetësuar lartësi të barabartë të mureve të objektit dhe rrafshe pullazore me pjerrje të njëjta. Para se të studiohen principet themelore për zgjidhjen e pullazeve, duhet të njihen elementet e pullazit. Në fig.10 është dhënë pullaz ku janë shënuar të gjitha pjesët themelore në tre projeksione dhe në pamje hapësinore.

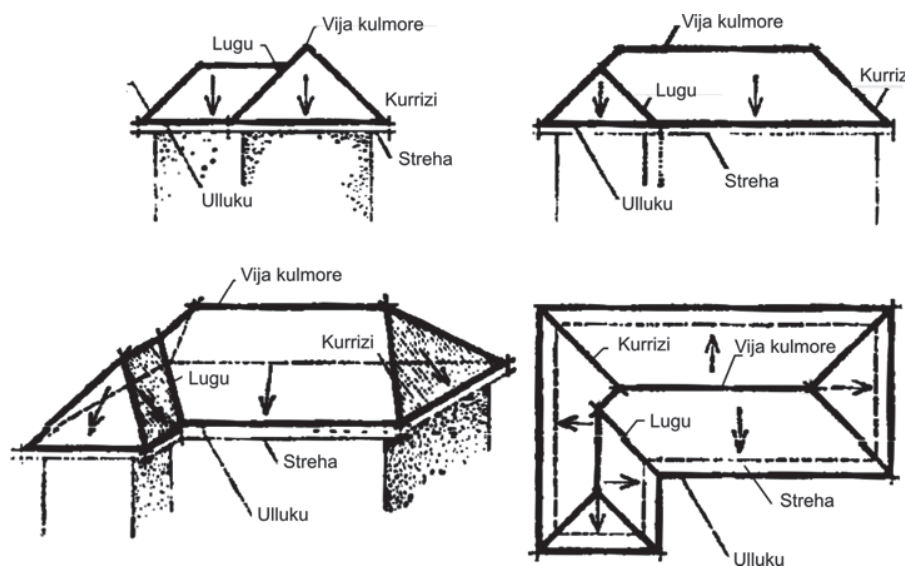


fig. 10

Elementet themelore të pullazit janë:

- **Vija kulmore** është brinja më e lartë horizontale që paraqet prerje të dy rrafsheve pullazore dhe është paralele me ullukët ose me përfundimin e pullazit.

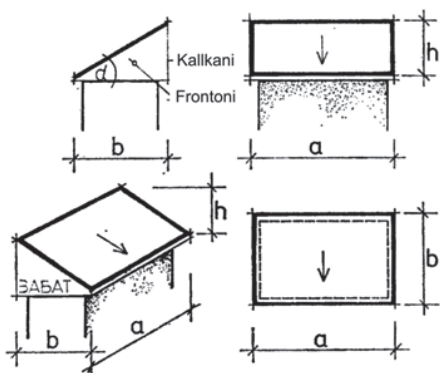


fig. 11

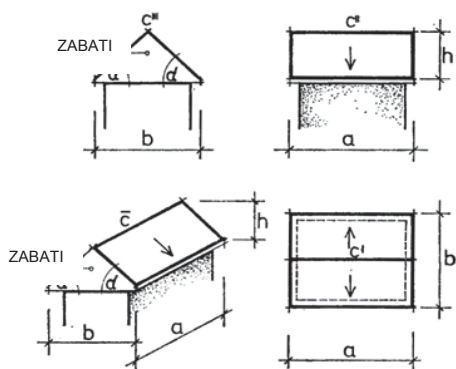


fig. 12

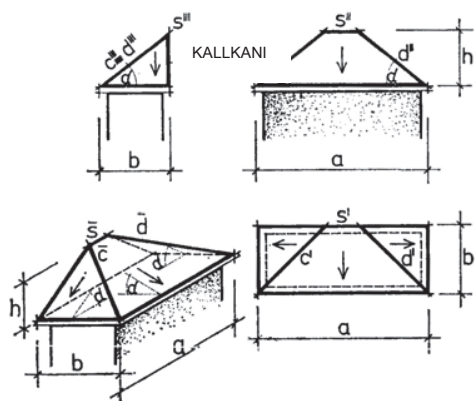


fig. 13

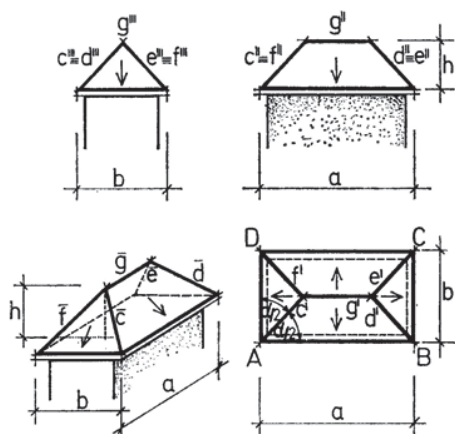


fig. 14

▪ **Ulluku** është brinja më e ulët horizontale e rrafshit pullazor. Quhet edhe **gjerbore**.

▪ **Streha** është sipërfaqja e poshtme që del jashtë bazës pullazore.

▪ **Kurrizi** është brinjë që paraqet prerje të dy rrafsheve pullazore, gjerboret e të cilave formojnë kënd më të vogël se 180° ; kurrizi e ndaj ujin në dy kahje.

▪ **Lugu** është brinjë që paraqet prerje të dy rrafsheve pullazore, gjerboret e të cilave formojnë kënd më të madh se 180° ; në lug mblidhet uji nga dy rrafshe pullazore fqinje.

▪ **Kallkani** dhe **frontoni** janë përfundime vertikale të mureve pullazore.

Sipas numrit të rrafsheve pullazore ose pjerrjeve, pullazet ndahen në:

▪ **Pullaze njëfaqësore** – përbëhen prej një rrafshi pullazor, kallkanit dhe frontonit (fig.11).

▪ **Pullaze dyfaqësore** – përbëhen prej dy rrafsheve pullazore dhe dy frontoneve (fig.12).

▪ **Pullaze trefaqësore** – përbëhen prej tre rrafsheve pullazore dhe kallkanit (fig.13).

▪ **Pullaze katërfaqësore** – përbëhen prej katër rrafsheve pullazore (fig.14).

▪ **Pullazet e përbërë** – përbëhen prej më shumë rrafsheve pullazore.

α – këndi i pjerrjes së rrafshit pullazor

a – gjatësia; b – gjerësia; h – lartësia e pullazit

Rrafshi pullazor ose pjerrja është sipërfaqe e pjerrët e pullazit nëpër të cilën rrjedh uji. Nga kjo rrjedh edhe emërimi i llojeve të pullazeve sipas numrit të rrafsheve pullazore ose drejtimeve nga mund të rrjedhë uji. Në vizatimet e bazave të pullazeve, pjerrjet shënohen me shigjeta në kahje të rrjedhjes së ujit nga rrafshi pullazor.

2. 2. ZGJIDHJA E PULLAZEVE KATËRFAQËSORE

Konstruksioni i zgjidhjes së rrafsheve pullazore duhet të mundësojë zbatim të thjeshtë të pullazit.

Pullazi është i përcaktuar me bazën e vet, të cilën e kufizojnë gjerboret (ullukët) si gjurmë horizontale të rrafsheve të kërkuara pullazore. Zgjidhja e pullazeve, nënkupton, përcaktimin e prerjeve të rrafsheve pullazore në bazë, gjegjësisht përcaktimin e pozitave të vijës kulmore ose vijave kulmore (tek pullazet e përbërë), lugjet dhe kurrizet.

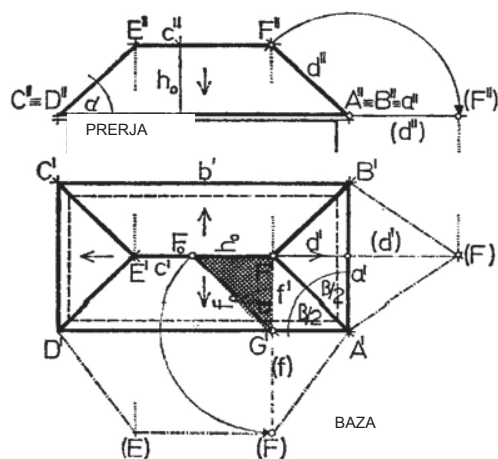


fig. 15

Detyra 1. Është dhënë baza këndrejte ABCD dhe këndi i pjerrjes $\alpha=45^\circ$ i rrafshve pullazore (fig.15). Të përcaktohen prerjet e rrafshve pullazore në bazë dhe madhësitë e vërteta të rrafshve pullazore.

Zgjidhje: Meqë rrafshet pullazore kanë pjerrje të njëjtë, kurrizet që duhet të parashihen në pikat A, B, C dhe D janë nën kënd prej 45° . Kurrizet e fituara janë të barabarta mes veti dhe paraqesin prerje të rrafshve pullazore fqinje. Nëse i lidhim pikat E dhe F do ta fitojmë vijën kulmore të pullazit që paraqet prerje të dy rrafshve pullazore jofqinje dhe është paralele me gjerboret AD dhe CB.

Madhësitë e vërteta të rrafshve pullazore përcaktohen me rrëzimin e rrafshve në projektionin horizontal. Këtu paraqiten dy forma të rrafshve pullazore: trekëndësh barakrahës dhe trapez barakrahës.

Madhësia e vërtetë e rrafshit pullazor ADEF do të fitohet ashtu që së pari tërhiqet normale nga pika F kah gjerborja AD dhe fitohet pika G (fig.16). Nga pika G tërhiqet segment nën kënd prej 45° dhe fitohet pika F_0 . Me kompas, segmenti GF_0 përcillet në normalen e pikës G dhe fitohet pika (F). Madhësia e vërtetë e sipërfaqes pullazore është trapezi A(F)(E)D.

Madhësia e vërtetë e sipërfaqes pullazore ABF fitohet ashtu që tërhiqet normale nga pika F në brinjën AB. Nga pika e fituar, në këtë normale përcillet distanca e kurrizit AF dhe fitohet pika (F). Kjo pikë lidhet me pikat A dhe B dhe ky është trekëndëshi barakrahës, madhësia e vërtetë e sipërfaqes pullazore ABF.

Në ndërtimtari, përcaktimi i madhësive të vërteta të rrafshve pullazore përdoret për njehsimin e saktë të numrit të elementeve pullazore (qeramidhet, salloniti etj.) dhe numrit të madhësisë së trarëve, gjegjësisht dërrasave.

2.3. ZGJIDHJA E PULLAZEVE TË PËRBËRË

Nën pullaze të përbërë nënkuptojmë pullaze që zhvillohen mbi bazë që paraqet poligon më të përbërë (shumëkëndësh). Tek këta pullaze baza mund të ndahet në figura themelore, të cilat pastaj zgjidhen si forma të thjeshta gjeometrike. Tek këta pullaze, përveç kurrizeve, paraqiten edhe lugje.

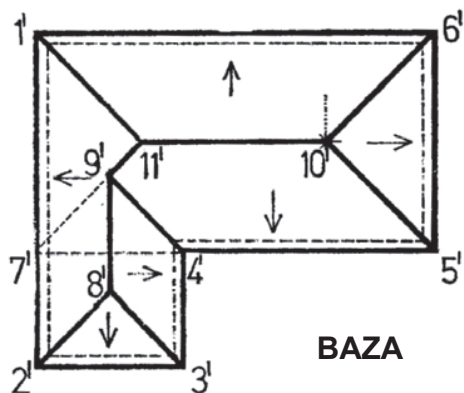


fig. 16

Detyra 1. Është dhënë poligon i përbërë (fig.16) si bazë e pullazit. Të konstruohet zgjidhja në bazë.

Konstruksioni (zgjidhja e pullazit) përbëhet prej përcaktimit të prerjeve të rrafshëve pullazore, gjegjësisht simetralat e këndeve $1'2'3'4'5'6'$. Nëse këndi mes dy gjerboreve fqinje është 90° , atëherë simetrala e këndit është kurriz, kurse nëse këndi është 270° atëherë simetrala është lug. Në vizatimin në fig.16 është dhënë zgjidhja e këtij pullazi.

Në vazhdim, janë dhënë detyra për ushtrim të rrafshëve pullazore (fig.17). Vija e trashur në bazën e pullazit shënon rrafshin pullazor për të cilin duhet përcaktuar madhësia e vërtetë.

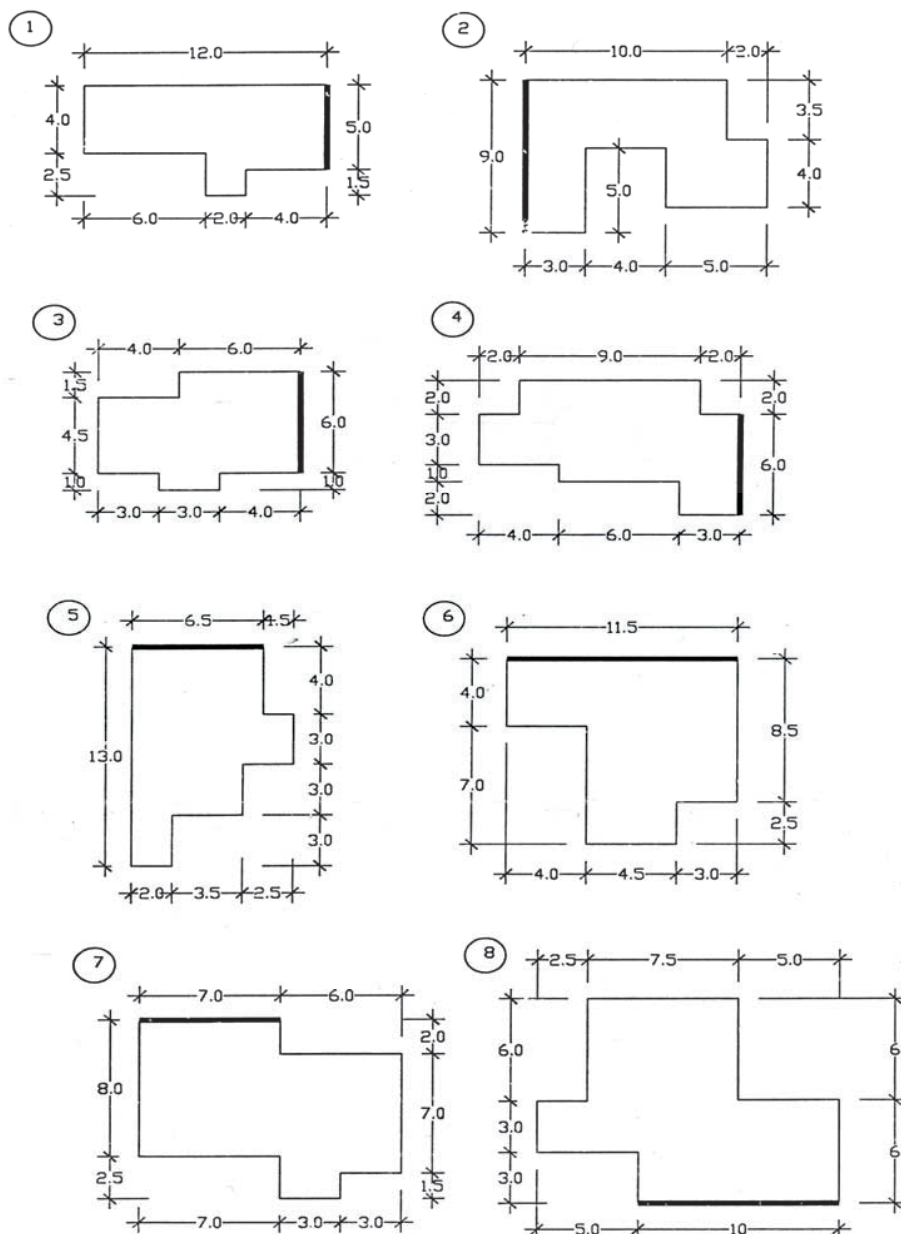


fig.17

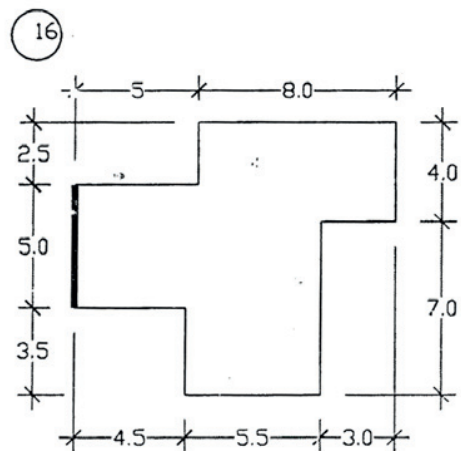
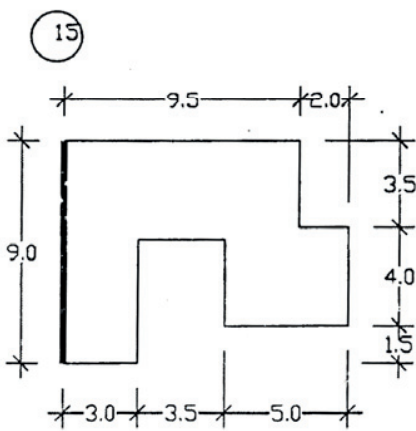
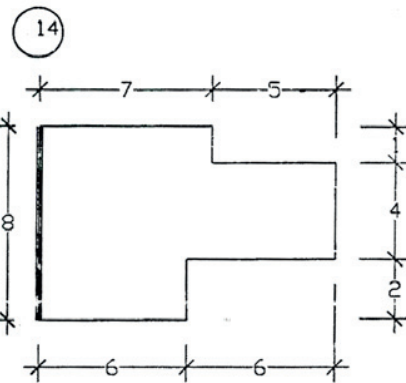
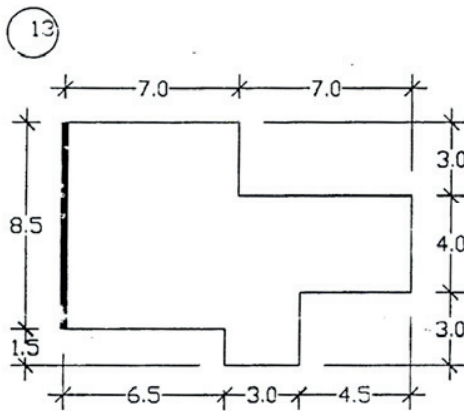
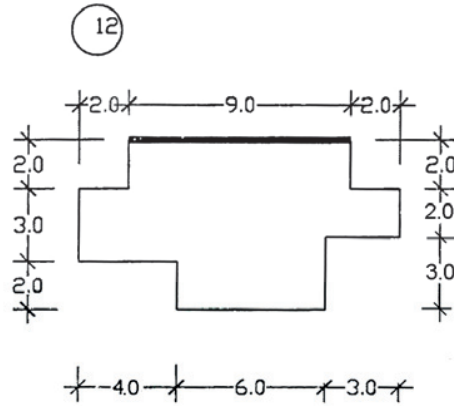
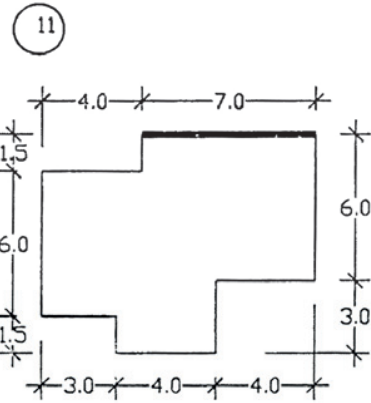
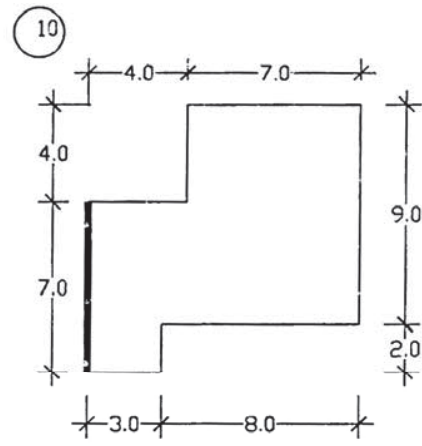
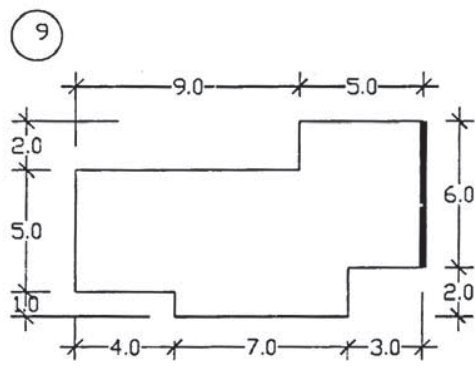


fig.17

 **TË MBAJMË MEND**

- ✓ Pullazi është konstrukcion përfundimtar i objektit që shërben për mbrojtje nga ndikime të jashtme.
- ✓ Pullazi përbëhet prej sipërfaqeve pullazore të cilat janë të vendosura nën kënd të caktuar ndaj bazës së pullazit.
- ✓ Sipërfaqet pullazore kanë pjerrje të caktuar për rrjedhjen e ujit nga pullazi.
- ✓ Pjerrja e sipërfaqeve pullazore varet nga:
 - materiali për mbulimin e pullazit;
 - lloji dhe sasia e të rreshurave;
 - erërat.
- ✓ Vija kulmore është brinja më e lartë horizontale që paraqet prerje të dy rrafshëve pullazore.
- ✓ Vija kulmore është brinjë paralele me ullukun.
- ✓ Ulluku (gjerborja) është brinja më e ulët e pullazit.
- ✓ Streha është sipërfaqja e poshtme e dalë jashtë nga baza pullazore.
- ✓ Kurrizi është brinjë që paraqet prerjen e dy rrafshëve pullazore fqinje gjerboret e të cilave formojnë kënd më të vogël se 180° .
- ✓ kurrizi e ndan (drejton) ujin në dy kahje.
- ✓ Lugu është brinjë që paraqet prerjen e dy rrafshëve pullazore fqinje gjerboret e të cilave formojnë kënd më të madh se 180° .
- ✓ Kallkani dhe frontoni janë përfundime vertikale të mureve pullazore.
- ✓ Sipas numrit të sipërfaqeve pullazore ose pjerrjeve, pullazet ndahen në:
 - pullaze njëfaqësore;
 - pullaze dyfaqësore;
 - pullaze trefaqësore;
 - pullaze katërfaqësore;
 - pullaze të përbërë.

Pyetje për kontrollim të diturisë:

1. Ç'farë është pullazi?
2. Numëro elementet e pullazit.
3. Cili pullaz është dyfaqësor?
4. Ç'është lugu?
5. Nga se varet pjerrja e sipërfaqeve pullazore?
6. Cilët pullaze janë të përbërë?
7. Ç'është vija kulmore?
8. Ç'janë kallkani dhe frontoni?
9. Si janë të vendosura sipërfaqet pullazore dhe pse?
10. Ç'është kurrizi?
11. Ç'është sipërfaqe pullazore?

Tërësia tematike
3. KONSTRUKSIONI I HIJEVE

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë dituri për:

- Ilojet e dritave dhe nocioni i hijes;
- elementet e trupave të ndriçuar;
- përcaktimi i hijes së: pikës, segmentit, figurës gjeometrike dhe trupave gjeometrikë;
- përdorimi praktik i hijeve.

TËRËSIA TEMATIKE

3. Konstruksioni i hijeve

- 3. 1. *Hyrje, llojet e dritave*
- 3. 2. *Elementet e trupave të ndriçuar*
- 3. 3. *Hija e pikës*
- 3. 4. *Hija e segmentit*
- 3. 5. *Hija e segmentit në pozitë speciale*
- 3. 6. *Hija e figurës gjeometrike*
- 3. 7. *Hija vetanake dhe hija e fugur e trupave gjeometrikë*

3. KONSTRUKSIONI I HIJEVE

3.1. Hyrje, llojet e dritave

Projeksionet ortogonale të objektit, i cili është në pozitë të veçantë ndaj rrafshëve të projekSIONIT, kanë mungesë meqë në mënyrë të pamjaftueshme e paraqesin objektin e vizatuar. Për fitimin e qartësisë më të madhe, do të përfytyrojmë se objekti është i ndriçuar. Përveç projeksioneve, në objektin do t'i konstruktojmë edhe pjesët e tij të ndriçuara dhe të pandriçuara, pastaj edhe hijet që i fug në rrafshet e projekSIONIT ose në objektet fqinje. Në këtë mënyrë krijohet pamje hapësinore e tërësishme për formën e objektit të paraqitur.

Në projektimin arkitektonik, rrezet e kushtëzuara të dritës në projekt krijojnë sipërfaqe të ndriçuara dhe të hijezuara, me çka arrihet plasticitet i objektit. Në vizatim (fig.18), është dhënë shembull nga praktika arkitektonike, e një pjese të fasadës kur ajo është dhe nuk është e hijezuar. Dallimi është i dukshëm. Në pjesën ku janë përdorur hijet, në mënyrë të thjeshtë është arritur theksimi i nevojshëm, janë potencuar thellimet, gjegjësisht pjesët e dala të objektit.



fig. 18

Në geometrinë deskriptive, si burim i rrezeve të dritës merret **pika e dritës**. Varësisht nga vendosja e pikës së dritës ndaj objektit, dallohen dy lloje të dritave:

1. **Drita qendrore** – kur burimi i dritës gjendet në afërsi të objektit (qiri, poçi elektrik), gjegjësisht burim pikor i dritës që gjendet në fundësi.
2. **Drita paralele** – kur burimi i dritës gjendet në distancë të madhe nga objekti (dielli, hëna), gjegjësisht në pafundësi. Për këtë shkak, rrezet e dritës mes veti janë paralele.

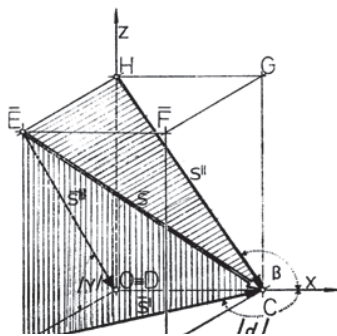


fig. 19

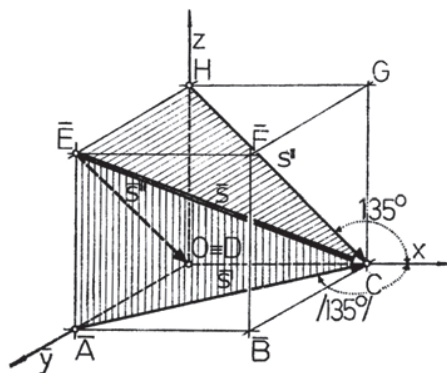
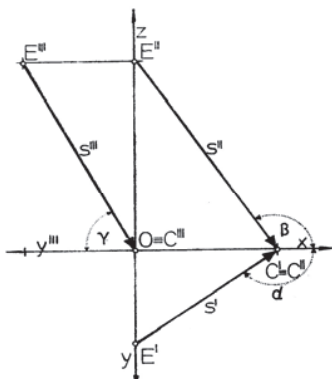


fig. 20

Në teknikë, gati pa përjashtim shfrytëzohet **drita paralele** dhe më tutje do të shqyrtohet vetëm ky lloj i dritës.

Në vizatimin (fig.19) në mënyrë të qartë është paraqitur rrezja e dritës s e cila është paralele me diagonalën trupore të kuadrit. Projektionet s' dhe s'' të rrezes së dritës s paraqiten si diagonala anësore të kuadrit të cilat me boshtin x formojnë kënd $\alpha=30^\circ$, gjegjësisht 150° , me rrafshin Π_1 , dhe kënd $\beta=45^\circ$ në rrafshin Π_2 , gjegjësisht 135° . Kur këndet $\alpha=\beta=45^\circ$ (135°), ky lloj i dritës quhet **dritë diagonale** ose **dritë teknike** (fig.20).

Në vizatimin (fig.21) është paraqitur kon rrotullues me bazën në Π_1 . Duhet të përcaktohen hijet e trupit në Π_1 dhe Π_2 . Për këtë qëllim, së pari përfytyrojmë se rrafshi Π_2 nuk ekziston dhe do ta gjejmë hijen e kulmit V të konit në Π_1 . Hija e kulmit (V_I) është hije gjeometrike dhe paraqet depërtim të rrezes së dritës s nëpër Π_1 .

Nga pika (V_I) do të tërheqim tangjenta kah baza e konit me çka do ta përcaktojmë hijen e fugur të konit në rrafshin Π_1 . Pikat ku tangjentat e prekin vijën rrethore janë 2_I dhe 1_I , kurse prerjet e tangjentave me boshtin x janë pikat N_x dhe M_x .

Do të përfytyrojmë se rrafshi Π_2 ekziston dhe në të duhet ta definojmë hijen e konit. Qendrën e vijës rrethore S do ta lidhim me (V_I). Nga pika prerëse me boshtin x do të tërheqim normale deri në prerjen me rrezën s . Fitohet hija e kulmit V_{II} në rrafshin Π_2 të cilën e lidhim me pikat N_x dhe M_x . Në këtë mënyrë definohet hija e konit në rrafshet Π_1 dhe Π_2 . Pjesa e hijes në rrafshin Π_1 pas rrafshit Π_2 shërben si ndihmë për definimin e hijes në rrafshin Π_2 .

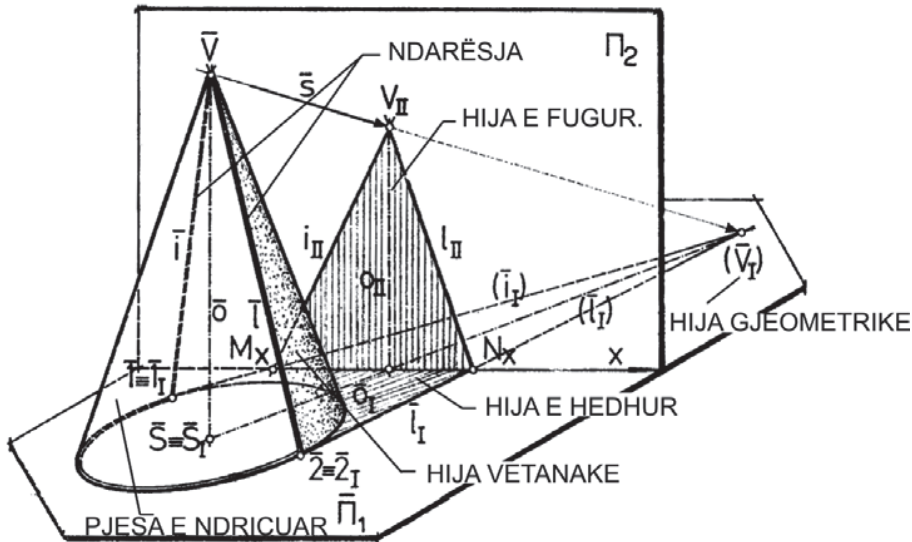


fig. 21

3.2. Elementet e trupave të ndriçuar

Me definimin e hijes së konit mund të shihen edhe elementet themelore të trupave të ndriçuar, që janë:

- **pjesa e ndriçuar e trupit** – sipërfaqja e trupit mbi të cilën janë ndalur rrezet e dritës dhe është e kthyer kah burimi i dritës;
- **pjesa e pandriçuar, e errët e trupit** – pjesa e trupit ku nuk mund të depërtojë drita, e ashtuquajtur **hija vetanake**. Kjo pjesë shënohet me pikëzim.
- **ndarësja** – kufiri që ndan pjesën e ndriçuar nga pjesa e pandriçuar e trupit. Në vizatimin (fig.21) me konin këto janë segmentet $\overline{2_1V}$ dhe $\overline{1_1V}$. Shënohet me vijë të dyfishtë të plotë ose me vijë të dyfishtë të ndërprerë.
- **hija e vërtetë (reale)** – ose kjo është hija e fugur e konit të dhënë në rrafshet Π_1 dhe Π_2 . Shënohet më vijëzim.
- **hija gjeometrike** – është hije e fugur e cila në të vërtetë nuk ekziston dhe gjendet në Π_1 pas rrafshit Π_2 , gjegjësisht pas boshtit x. Në shembullin e dhënë, (V_I) është hije gjeometrike e cila mundëson konstrukcionin e hijes së vërtetë të konit.

Hija e vërtetë e pikës është pika e depërtimit të rrezes së dritës nëpër një nga rrafshet e projekcionit që gjendet më afër pikës së dhënë.

Në vizatimin (fig.21), V_{II} është më afër V se sa (V_I). Hijen në Π_1 e shënojmë me indeksin origjinal dhe njëshi romak (I), kurse në Π_2 me dyshin romak (II). Hija e vërtetë shënohet me V_I , kurse hija gjeometrike shënohet në kllapa të vogla (V_I).

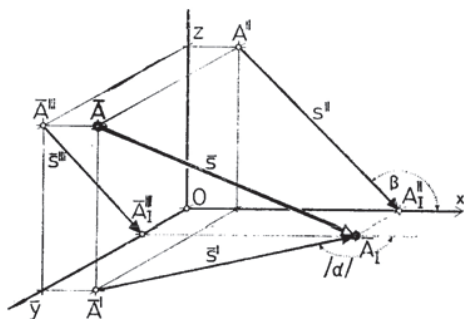


fig. 22

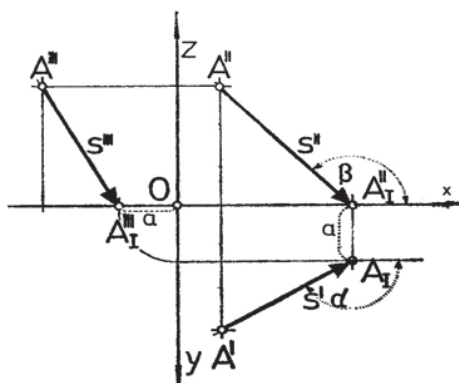


fig. 23

3.3. Hija e pikës

Hija e pikës mbi çfarëdo sipërfaqe është depërtimi i rrezes së dritës që kalon nëpër pikën e dhënë në atë sipërfaqe.

Hija e pikës mbi Π_1 ose mbi Π_2

Detyra 1. Në pamje hapësinore dhe në projekcion ortogonal të përcaktohet hija e pikës $A(1,4,3)$, nëse rrezja e dritës s i formon këndet $\alpha=30^\circ$, kurse $\beta=45^\circ$.

Në vizatimin (fig.22) është dhënë pamja hapësinore, kurse në vizatimin (fig.23) është dhënë paraqitja ortogonale e zgjidhjes së detyrës.

Zgjidhje: Nëpër projeksionet e pikës A , A' dhe A'' tërhiqen rrezet e dritës nën këndet e dhëna: nëpër A' rrezja s' e cila është nën kënd prej 30° , kurse nëpër A'' rrezja s'' e cila është nën kënd prej 45° . Kërkojmë se cila rreze e dritës (s' ose s'') e para do ta prejë boshtin x , duke parë prej majtas në të djathtë. Në këtë rast kjo është rrezja s'' . Nga pika e prerjes tërheqim ordinalë normale ndaj boshtit x deri në prerje me rrezën s' . Kjo pikë është pika e depërtimit të rrezes nëpër rrafshin Π_1 ose hija e vërtetë e pikës A , A_I .

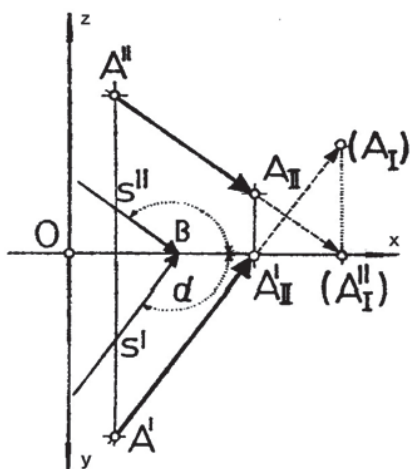


fig. 24

Detyra 2. Në projeksion ortogonale të përcaktohet hija e pikës $A(1;5;4)$, nëse rrezja e dritës s i formon këndet $\alpha=60^\circ$, kurse $\beta=45^\circ$.

Në vizatimin (fig.24) është dhënë paraqitja ortogonale e zgjidhjes së detyrës.

Zgjidhje: Nëpër projeksionet e pikës A , A' dhe A'' tërhiqen rrezet e dritës nën këndet e dhëna. Nëpër A' rrezja s' është nën kënd prej 60° , kurse nëpër A'' rrezja s'' është nën kënd prej 45° . Kërkojmë se cila rreze (s' ose s'') e para do ta prejë boshtin x . Në këtë rast kjo është rrezja s' . Nga kjo pikë, tërheqim ordinalë normale ndaj boshtit x deri në prerje me rrezën s'' . Kjo pikë është pika e depërtimit të rrezes nëpër rrafshin Π_2 ose hija e vërtetë e pikës A , A_I . Në këtë vizatim është dhënë edhe konstruksioni i hijes gjeometrike të pikës A , (A_I) .

Hija e pikës është pikë.

3.4. Hija e segmentit

Hija e segmentit është segment ose pikë.

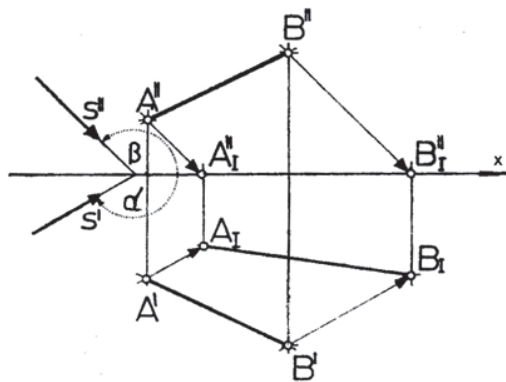


fig. 25

Veprimi përbëhet prej përcaktimit të hijeve të dy pikave të skajshme të segmentit në mënyrë të njëjtë si që përcaktohet hija e pikës.

Detyra 1. Të përcaktohet hija e segmentit $AB[A(0,5;2;1)B(4,5;3;2)]$ nëse $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.

Zgjidhje: Së pari përcaktohen hijet e pikave të skajshme të segmentit, A_I dhe B_I (fig.25). Lidhësja e këtyre pikave e përcakton hijen e segmentit AB në rrafshin Π_1 .

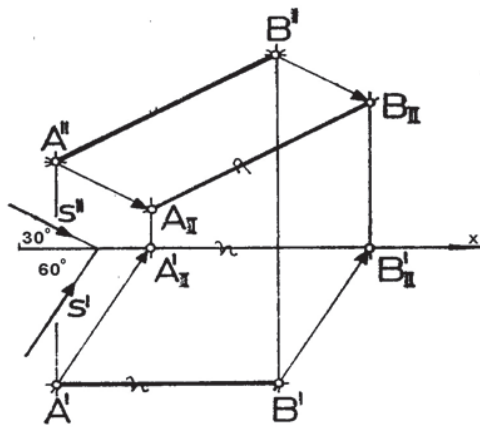


fig. 26

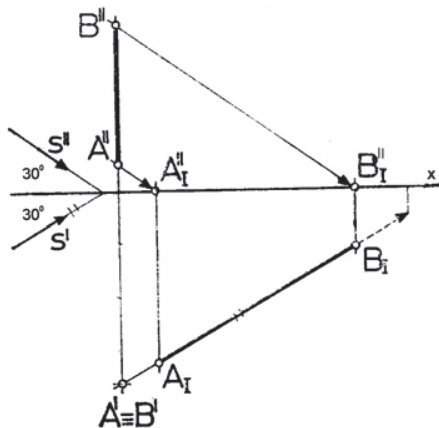


fig. 27

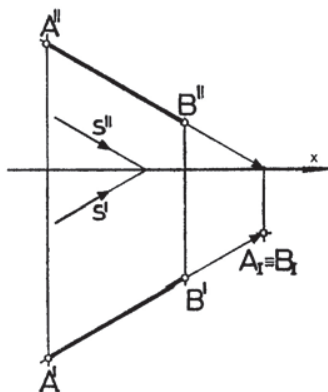


fig. 28

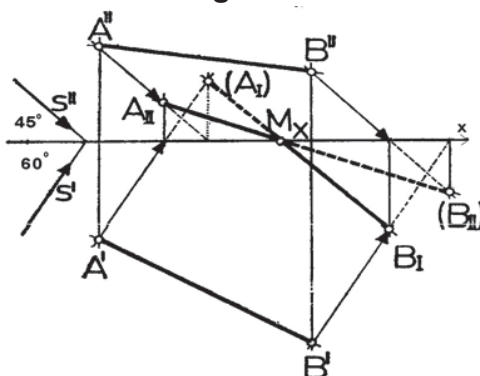


fig. 29

3.5. Hija e segmentit në pozitë speciale

1° - segmenti është paralel me rrafshin e projekcionit $AB \parallel \Pi_2$. (fig.26)

Zgjidhje: Zgjidhja është e njëjtë si në detyrat paraprake, por kemi $A_{II}B_{II} \parallel A''B''$.

Përfundim: Hija e segmentit që është paralel me rrafshin ku fug hije është segment paralel dhe i barabartë me segmentin e dhënë (originalin).

2° - segmenti është normal ndaj rrafshit të projekcionit $AB \perp \Pi_1$. (fig.27)

Zgjidhje: I përcaktojmë hijet e pikave $A - A_I$ dhe $B - B_I$.

Përfundim: Hija e segmentit AB është paralele me rrezën s' .

3° - segmenti është paralel me rrezën e dritës (fig.28)

Zgjidhje: Hija e segmentit në rrafshin e projekcionit është pikë ($A_I \equiv B_I$).

Përfundim: Hija e segmentit që është paralel me rrezën e dritës është pikë.

4° - segmenti është në pozitë të përgjithshme (fig.29)

Detyrë: Të përcaktohet hija e segmentit $AB[A(1;1,5;1,5)B(4;3,5;1)]$ nëse $\alpha=60^\circ$, $\beta=45^\circ$.

Zgjidhje: Gjatë konstrukcionit të hijes shfrytëzohet hija gjeometrike meqë hija e segmentit është në Π_1 dhe në Π_2 .

Hija e pikës A është në rrafshin Π_2 , kurse hija e pikës B është në rrafshin Π_1 . Në këtë rast, hijet e pikave A dhe B nuk mund thjesht të lidhen, meqë gjenden në rrafshet e ndryshme. Prandaj duhet të përcaktohet hija gjeometrike e pikës A (A_I) ose e pikës B (B_{II}). Pastaj, lidhen hijet e pikave që i takojnë rrafshit të njëjtë të projekcionit dhe fitohet pika M_x . Në këtë pikë, hija kalon nga njëri rrafsh i projekcionit në tjetrin.

Përfundim: Kur segmenti është në pozitë të përgjithshme, hija është segment që mund të gjendet në një nga rrafshet e projekcionit ose në të dy rrafshet e projekcionit.

3.6. Hija e figurës gjeometrike

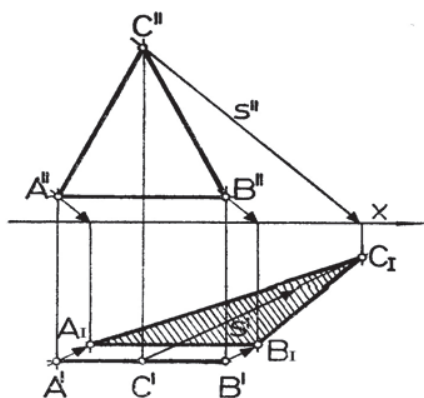


fig. 30

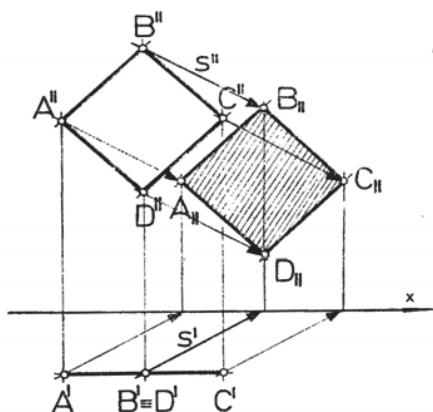


fig. 31

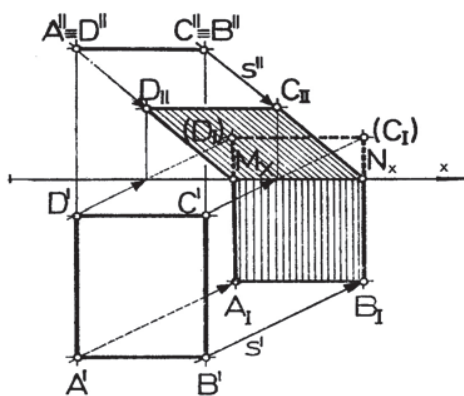


fig. 32

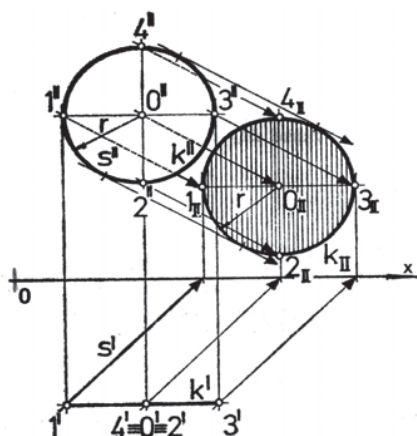


fig. 33

Poligoni më i thjeshtë i përcaktuar me tre pikë është trekëndëshi. Nëse lëshohen rreze të dritës nëpër kulmet e tij, shumë lehtë do të përcaktohen hijet e tyre dhe të lidhura do ta përcaktojnë hijen e poligonit të dhënë.

Detyra 1. Të përcaktohet hija e trekëndëshit barakrahës $ABC \parallel \Pi_2$ nëse $A(1;2,5;0,5)$ $B(4;2,5;0,5)$ $b=3,5\text{cm}$, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$ (fig.30).

Zgjidhje: Përcaktohen hijet e tre kulmeve A, B dhe C që gjenden në Π_1 : A_I , B_I dhe C_I . Me lidhjen e tyre fitohet hija e trekëndëshit.

Detyra 2. Të përcaktohet hija e katrorit paralel me Π_2 me brinjë $a = \overline{AB} = [A(1;1;1)B(2,5;1;1,5)]$, $\alpha=\beta=30^\circ$ (fig.31).

Zgjidhje: Përcaktohen hijet e katër kulmeve. Hijet e kulmeve A, B, C dhe D gjenden në rrafshin Π_2 . Prandaj duhet vetëm të lidhen pikat A_{II} , B_{II} , C_{II} dhe D_{II} që paraqesin hije të pikave të katrorit dhe e japin hijen e tij.

Detyra 3. Të përcaktohet hija e këndrejtit $ABCD \parallel \Pi_1$, nëse $A(1;3,5;2,5)$ $B(3;3,5;2,5)$ $C(1;1;2,5)$, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$ (fig.32).

Zgjidhje: Konstruktohet hija e fugur në Π_1 : A_I , B_I , (C_I) dhe (D_I) me çka e përcaktojmë hijen e vërtetë $A_I B_I N_x M_x$. Pastaj përcaktohen hijet në Π_2 : C_{II} dhe D_{II} të cilat lidhen me pikat $N_x M_x$.

Përfundim: Nëse $ABCD \parallel \Pi_1$ atëherë $A_I B_I C_I D_I \parallel A' B' C' D'$ ose kur figura gjeometrike është paralele me një nga rrafshet e projeksionit, hija e saj është paralele dhe e barabartë me projeksionin përkatës të figurës.

Detyra 4. Të përcaktohet hija e rrethit i cili është paralel me Π_2 , me qendër $O(3,3,5)$ dhe $r=1,5\text{cm}$ nëse $\alpha=45^\circ$, $\beta=30^\circ$ (fig.33).

Zgjidhje: Duke pasur parasysh përfundimin nga detyra 3, hija e fugur e rrethit k_{II} në rrafshin Π_2 është rreth paralel dhe i barabartë me rrethin e dhënë. Dmth., mjafton të gjendet hija e qendrës O në Π_2 : O_{II} , dhe të vizatohet hija e rrethit me rrezen e dhënë, k_{II} .

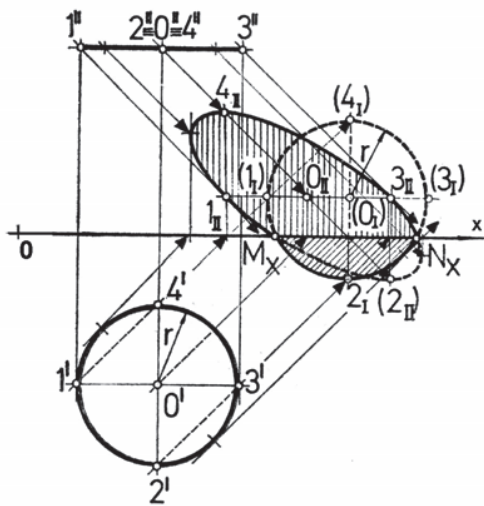


fig. 34

Detyra 5. Të përcaktohet hija e rrethit i cili është paralel me Π_1 , me qendër $O(3,3,4)$ dhe $r=1,5\text{cm}$ nëse $\alpha=\beta=45^\circ$ (fig.34).

Zgjidhje: Së pari përcaktohet hija gjeometrike e O në Π_1 : (O_I) dhe vizatohet rreth me rrezën e dhënë. Pjesa më e vogël e rrethit $M_x 2_I N_x$ është hije e fugur, kurse pjesa më e madhe $M_x (3_I) (4_I) N_x$ është hije gjeometrike. Përcaktohet O_{II} dhe hijet e diametrave normalë 1, 3 dhe 2, 4: $1_{II} 3_{II} 4_{II}$ dhe (2_{II}) . Këta janë diametrat e elipsës që është hija e fugur e rrethit në Π_2 .

Detyra për ushtrim:

1. Të përcaktohet hija e këndrejtit $ABCD \parallel \Pi_2$ nëse $A(1;1,5;1) B(3;1,5;1)$, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
2. Të përcaktohet hija e këndrejtit $ABCD \parallel \Pi_1$ nëse $A(1;1;2)B(3,5;1;2)C(1;4;2)$, $\alpha=\beta=45^\circ$.
3. Të përcaktohet hija e këndrejtit $ABCD \parallel \Pi_2$ nëse $A(1;1;1)B(3,5;1;1)C(1;1;4)$, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
4. Të përcaktohet hija e trekëndëshit barakrahës $\Delta ABC \parallel \Pi_2$ me brinjë $a = \overline{AB} = [A(1;1,5;1)B(4;1,5;1)]$, $b=3,5\text{cm}$ nëse $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.

3.7. Hija vetanake dhe hija e fugur e trupave gjeometrikë

Do ta shqyrtojmë mënyrën e përcaktimit të hijeve nëse rrezet e dritës lëshohen nëpër trupat e njohur gjeometrikë.

Trupat gjeometrikë shtrihen në rrafshin Π_1 dhe kanë hije të fugura në Π_1 dhe Π_2 . Veprimin e përcaktimit të hijeve do ta ndjekim nëpërmjet të zgjidhjes së detyrave të veçanta për çdo trup.

Detyra 1. Është dhënë prizma trefaqësore që shtrihet në Π_1 , me bazë $\Delta ABC [A(2;1,5;0)B(6;1;0)C(4;4;0)]$, $H=6\text{cm}$ dhe rrezja e dritës nën kënd $\alpha=\beta=30^\circ$. Të përcaktohet hija e fugur, pjesa e ndriçuar, hija vetanake dhe ndarësja e prizmës (fig.35).

Zgjidhje: Hijet e kulmeve të bazës së poshtme 1, 2 dhe 3 janë të përcaktuara në mënyrë direkte në Π_1 : $1 \equiv 1_I$, $2 \equiv 2_I$ и $3 \equiv 3_I$. Brinjët vertikale 14, 25 dhe 36 janë normale ndaj Π_1 dhe hijet e tyre konstruktohen lehtë: nëpër Π_1 janë paralele me s' deri te boshti x ku përthyhen dhe lëvizin nëpër Π_2 paralelisht me brinjët anësore. Pikat 4_{II} , 5_{II} dhe 6_{II} fitohen si prerje e hijeve paraprake me s'' . Hijet e brinjëve vertikale 14 dhe 25 dhe të brinjëve horizontale 46 dhe 56 e japin konturën e hijes së fugur e cila është e vijëzuar. Ndarëset që e ndajnë trupin në pjesë të ndriçuar dhe të pandriçuar janë brinjët vertikale 14 dhe 25. D.mt.h., faqja 2356 është në hije vetanake, shihet në Π_2 dhe është e pikëzuar. Faqja 1346 është, po ashtu, në hije vetanake, por nuk shihet në Π_2 .

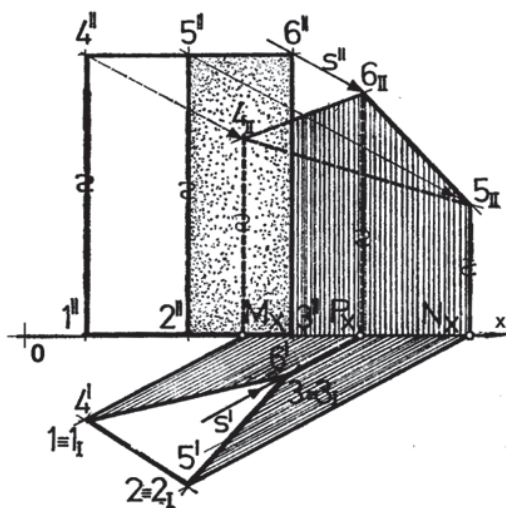


fig. 35

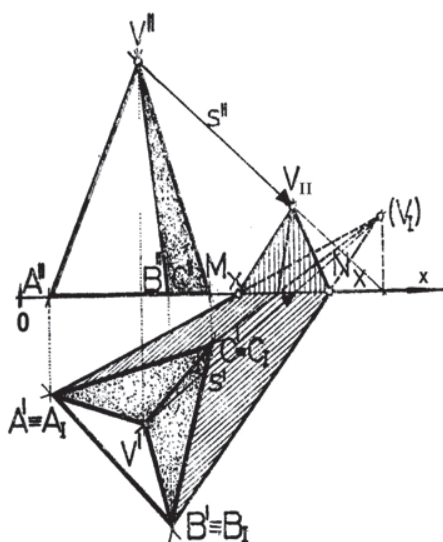


fig. 36

Detyra 2. Është dhënë piramida e rregullt trefaqësore që shtrihet në Π_1 , me brinjën e bazës $a=AB=[A(1;3;0)B(6,5;1,5;0)]$, $H=10\text{cm}$ dhe rrezën e dritës nën kënd $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$. Të përcaktohen hija e fugur, pjesa e ndriçuar, hija vetanake dhe ndarësja e piramidës (fig.36).

Zgjidhje: Meqë tre pikat e bazës shtrihen në Π_1 , ato puthiten me hijet e tyre: $A \equiv A_1$, $B \equiv B_1$ dhe $C \equiv C_1$. Prandaj, duhet të përcaktohet vetëm hija e kulmit të piramidës e cila shtrihet në rrafshin Π_2 . Hija e bazës është në Π_1 , kurse hija e kulmit është në Π_2 , kështu që nuk mund të lidhen, por duhet të përcaktohet hija e kulmit në Π_1 , gjegjësisht hija gjeometrike (V_1). Hija gjeometrike e kulmit lidhet me hijet e pikave të bazës të cilat janë në rrafsh të njëjtë - Π_1 . Kështu fitohen pikat M_x dhe N_x që shtrihen në boshtin x dhe lidhen me hijen e kulmit V_{II} në Π_2 . Brinjët AV dhe BV janë ndarëset dhe këto e definojnë pjesën e ndriçuar dhe të pandriçuar të piramidës.

Detyra 3. Është dhënë cilindri, boshti i të cilit $AB \perp \Pi_1$, me qendër të bazës $A(4,3,0)$, $r=1,5\text{cm}$ dhe $H=6\text{cm}$ dhe rrezja e dritës nën kënd $\alpha=45^\circ$, $\beta=30^\circ$. Të përcaktohen hija e fugur, pjesa e ndriçuar, hija vetanake dhe ndarësja e cilindrit (fig. 37a,b).

Zgjidhje: Vendosen rreze të përfytyruara kah cilindri dhe vërehet se një pjesë e tij deri te ndarëset 10 12 dhe 9 11 është e ndriçuar, kurse pjesa tjetër është në hije vetanake. Prandaj, përcaktohet hija e fugur e ndarësive dhe bazës së sipërme. (Pse nuk përcaktohet hija e bazës së poshtme?!) E gjithë kjo kryhet me gjetjen e hijes së bazës së sipërme me qendër $A - A_{II}$, si dhe hijet e gjeneratrisave 10 12= l dhe 9 11= i .

Shpjegoni si është përcaktuar hija vetanake e cilindrit!

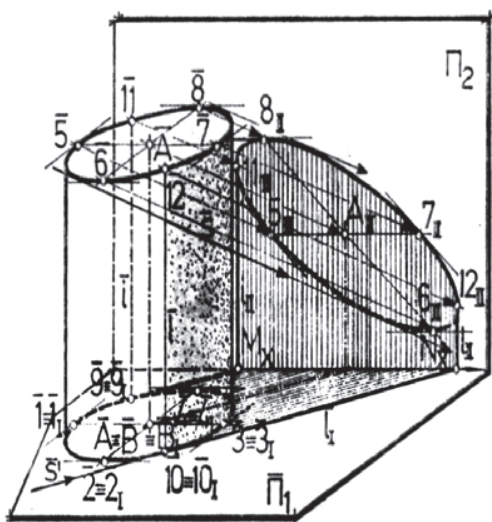


fig. 37 a

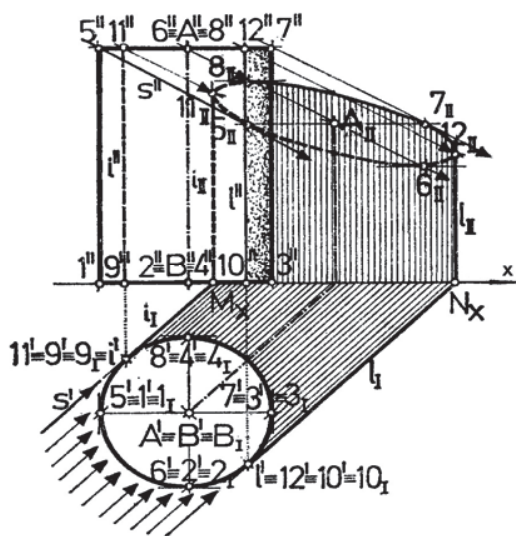


fig. 37 b

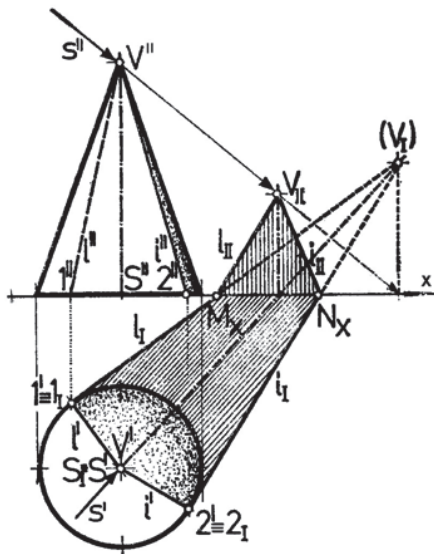


fig. 38

Detyra 4. Është dhënë koni me bazë në Π_1 , me qendër të bazës $S(4, 4, 0)$, $r=1,5\text{cm}$ dhe $H=6\text{cm}$ dhe rrezja e dritës në kënd $\alpha=60^\circ$, $\beta=45^\circ$. Të përcaktohen hija e fugur, pjesa e ndriçuar, hija vetanake dhe ndarësja e konit (fig.38).

Zgjidhje: Hija e bazës së konit uthitet me projeksionin e saj të parë. Nëpër kulmin V (V' dhe V'') e tërheqim rrezet e dritës dhe i kërkojmë hijet e tij në rrafshin $\Pi_1 - (V_I)$ dhe në rrafshin $\Pi_2 - V_{II}$. Nga hija gjeometrike (V_I) konstruktojmë tangjenta kah rrethi (baza e konit): i_1 dhe l_1 , që paraqesin hije të figurave të gjeneratrisave i dhe l në Π_1 . Hija e fugur e konit në Π_1 është pjesa deri te boshti x , e kufizuar me i_1 dhe l_1 . Pastaj, hija përthyeret në segmentin $M_X N_X$ dhe hip nëpër Π_2 deri te hija e kulmit V_{II} , e kufizuar me projeksionin e dytë të hijeve të gjeneratrisave i_{II} dhe l_{II} të cilat i takojnë ndarësës. Pjesa e mbështjellësit në Π_1 që është e kufizuar me gjeneratrisat $i'V'$ dhe $l'V'$ gjendet në hije vetanake dhe shënohet me pikëzim, si dhe pjesa e dukshme e mbështjellësit në Π_2 .

Detyra për ushtrim:

1. Të përcaktohet hija e trekëndëshit barakrahës $\triangle ABC$ në Π_2 , $AB = [A(2,3,2)B(8,3,2)]$ me brinjë $\square b = 7\text{cm}$ nëse $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
2. Të përcaktohet hija e kënddrejtit $ABCD$ në Π_1 $[A(2,7,5)B(6,7,5)C(2,2,5)]$, nëse $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
3. Të përcaktohet hija e kënddrejtit $ABCD$ në Π_2 , $[A(2,3,2)B(6,3,2)C(2,3,8)]$, nëse $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
4. Të përcaktohet hija e prizmës së rregullt trefaqësore me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$ e cila shtrihet në Π_1 , $H=7\text{cm}$ dhe $\alpha = \beta = 30^\circ$.
5. Të përcaktohet hija e prizmës së rregullt katërfaqësore e cila shtrihet në Π_1 , me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$, $H=7\text{cm}$ dhe $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
6. Të përcaktohet hija e piramidës së rregullt katërfaqësore me brinjë $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$ e cila shtrihet në Π_1 , $H=7\text{cm}$ dhe $\alpha = \beta = 30^\circ$.
7. Të përcaktohet hija e cilindrit i cili shtrihet në Π_1 , nëse qendra e bazës është $Y(4, 4, 0)$, $r = 1,5\text{cm}$, $H = 7\text{cm}$ dhe $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
8. Të përcaktohet hija e konit i cili shtrihet në Π_1 , nëse qendra e bazës është $S(4, 4, 0)$, $r = 1,5$, $H = 7\text{cm}$ dhe $\alpha=\beta=45^\circ$.



TË MBAJMË MEND

- ✓ Burimi i rrezeve të dritës është pika e dritës.
- ✓ Varësisht nga vendosja e pikës së dritës ndaj trupit dallojmë:
 - dritë qendrore dhe
 - dritë paralele.
- ✓ Drita qendrore – kur burimi i dritës është në afërsi të trupit dhe mund të jetë: poç, qiri.
- ✓ Drita paralele – nëse burimi i dritës është në pafundësi, në distancë të madhe nga objekti (dielli, hëna).
- ✓ Rrezet e dritës tek drita paralele janë paralele mes veti.
- ✓ Nëse këndi që e formojnë rrezet me rrafshin $\Pi_1 (\alpha)$ është 45^0 dhe këndi që e formojnë me rrafshin $\Pi_2 (\beta)$ është 45^0 , ky lloj i dritës quhet dritë teknike.
- ✓ Pjesa e ndriçuar e trupit është sipërfaqja mbi të cilën janë ndalur rrezet e dritës dhe është e kthyer kah burimi i dritës.
- ✓ Pjesa e pandriçuar e trupit është pjesa e errët ose ajo pjesë e trupit ku nuk depërton drita, hija vetanake.
- ✓ Ndarësja është vijë që e ndan pjesën e ndriçuar nga pjesa e pandriçuar e trupit.
- ✓ Hija e vërtetë është hija e fugur në pjesën e dukshme të rrafsheve Π_1 dhe Π_2 .
- ✓ Hija gjeometrike është hija e fugur në pjesën e padukshme të rrafsheve Π_1 dhe Π_2 .
- ✓ Hija e pikës është depërtimi i rrezes së dritës nëpër një nga rrafshet e projeksonit.
- ✓ Hija e segmentit është segment ose pikë.
- ✓ Nëse segmenti është paralel me rrezen e dritës, hija e tij është pikë.

Pyetje për kontrollim të diturisë:

1. Ç'farë mund të jetë burim i rrezeve të dritës?
2. Ç'është drita qendrore? Ku gjendet burimi i dritës?
3. Ç'është drita paralele? Cili është dhe ku gjendet burimi i dritës?
4. Si janë të vendosura rrezet e dritës tek drita paralele?
5. Si fitohet drita teknike?
6. Ç'është hija e pikës?
7. Ç'farë mund të jetë hija e segmentit?
8. Kur hija e segmentit është pikë?
9. Kur hija e segmentit është segment i barabartë me segmentin e dhënë?
10. Ç'është hija e fugur? Ku gjendet?
11. Ç'është hija vetanake? Ku gjendet?
12. Ç'është ndarësja?
13. Si shënohet hija e pikës nëse shtrihet në rrafshin Π_1 , dhe si në Π_2 ?



TEMA:
B. PERSPEKTIVA

Tërësia tematike
1. ELEMENTET E
PERSPEKTIVËS

**Në këtë tërësi tematike, nxënësi
mund të përfitojë dituri për:**

- **Ilojet dhe kuptimi i perspektivës dhe**
- **elementet e perspektivës: pika e syrit, lënda, rrezet e shikimit, pafundësitë, rrafshi kuadër, rrafshi bazë dhe rrafshi i horizontit**

TËRËSIA TEMATIKE

1. Elementet e perspektivës

1. 1. Elementet themelore të perspektivës

2. 2. Llojet e perspektivës



PERSPEKTIVA

PARATHËNIE

Materiali që gjendet para jush shërben për studimin më të lehtë dhe përfitimin e njohurive elementare nga lëmia e vizatimit perspektiv.

Nga lëmia e teorisë së vizatimit perspektiv janë përpunuar vetëm përmbajtjet e domosdoshme të nevojshme për vizatimin e figurave perspektive të formave tredimensionale dhe përdorimi në shembuj nga praktika.

Teksti është i plotësuar me më shumë figura perspektive të enteriereve, objekteve hapësinore dhe komplekseve nga lëmia e ndërtimitarisë së lartë.



1.1. Elementet themelore të perspektivës



Perspektiva si shkencë është pjesë e gjeometrisë deskriptive e cila studion paraqitjen e lëndëve në mënyrë të përafërt si që i shohim në hapësirë.

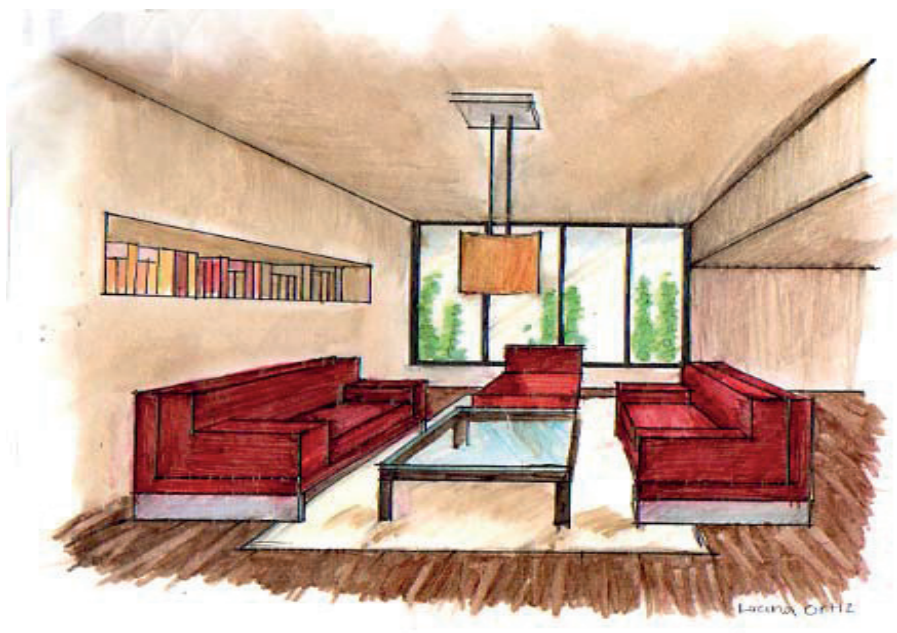
Vizatimi i figurave perspektive, për herë të parë, haset në pikturat e romakëve të lashtë, kurse tek ne në pikturat afreske në manastiret në shekullin XIV. Që atëherë është vërejtur se brinjët paralele në vizatime nuk janë paralele, këndet mes brinjëve prej 90° shihen të deformuara ose segmentet që janë të barabarta zvogëlohen për aq sa janë më larg shikuesit.



Studimi shkencor i perspektivës fillon në periudhën e renesansës (shekulli XIV). Piktorë të njohur të renesansës, si Leonardo Da Vinçi, vendosin rregulla për vizatimin e figurave perspektive. Më vonë në shekullin XV dhe XVI, vizatimi perspektiv lidhet me përpunimin e projekteve teknike.

Fotografitë e fituara me aparat fotografik, po ashtu, paraqesin figura perspektive.

Figurat perspektive quhen edhe **projeksione qendrore**. Këto përpunohen me qëllim të paraqitjes së pamjes së përgjithshme të një lënde ose objekti ndërtimor dhe atë: forma e tij, pozita në hapësirë dhe përshtatja estetike në ambientin natyror. Në figurat perspektive, lëndët ose objektet janë paraqitur ashtu si që i sheh syri ynë.



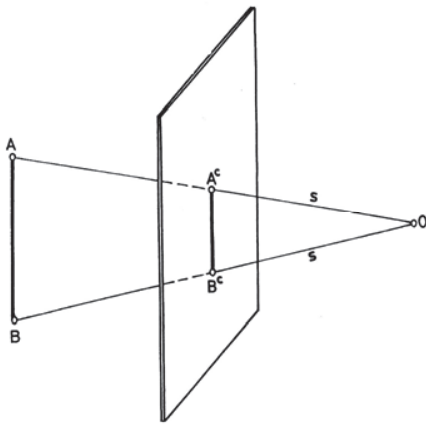


fig. 39

Mënyra më e thjeshtë për fitimin e figurës perspektive të një lënde është nëse mes lëndës dhe syrit tonë vendoset pllakë e qelqit - rrafsh i tejdukshëm vertikal. Të përfytyrojmë se nga syri ynë (O) kah secila pikë e lëndës del nga një rreze e dritës. Rrezja kalon nëpër pllakë dhe në të lë gjurmë. Kjo gjurmë është **figura** ose **shembëlltyra** ose **projeksioni qendror** i pikës nga e cila është tërhequr rrezja. Në figurën 39 është përcaktuar projeksioni qendror i segmentit $AB = A^C B^C$.

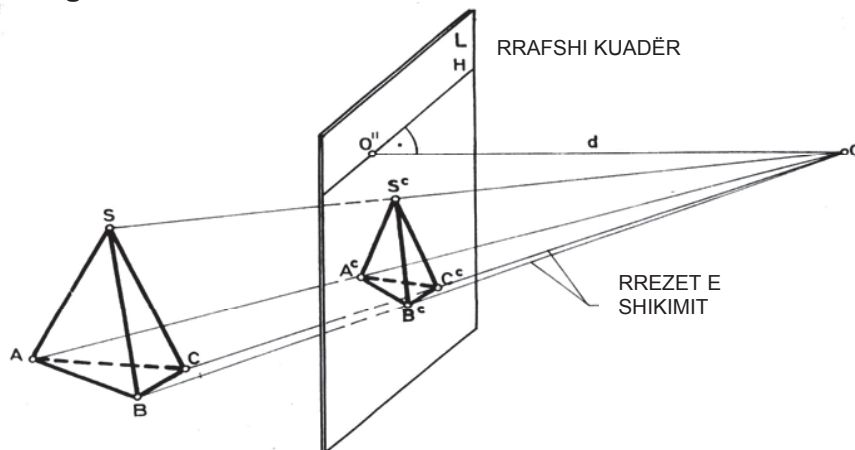


fig. 40

Në fig. 40 vërehet se secilës pikë të piramidës trefaqësore i përgjigjet nga një pikë nga pllaka e qelqit. Po ashtu, secilës brinjë të trupit i përgjigjet nga një brinjë nga pllaka e qelqit.

Nga vizatimi në fig. 40 mund të shihen elementet themelore të perspektivës:

- **projeksioni qendror** ose **figura perspektive** - vizatimi i piramidës në pllakën e qelqit;
- **rrafshi kuadër** - rrafshi vertikal në të cilin gjendet figura perspektive dhe shënohet me L;
- **rrezet e shikimit** - rreze që kalojnë nga syri kah lënda dhe shënohen me s;
- **figura perspektive** - pikat A^C, B^C, C^C dhe S^C ;
- **pika e syrit** - pika O ose syri ynë, ku mblidhen rrezet e shikimit dhe është qendra e projeksionit.
- **pika kryesore e syrit** - O'' - projeksioni i dytë ortogonal i pikës së syrit në rrafshin kuadër;
- **distanca** ose **rrezja kryesore** - largesa normale mes O dhe O'' dhe shënohet me d. $OO''=d$.

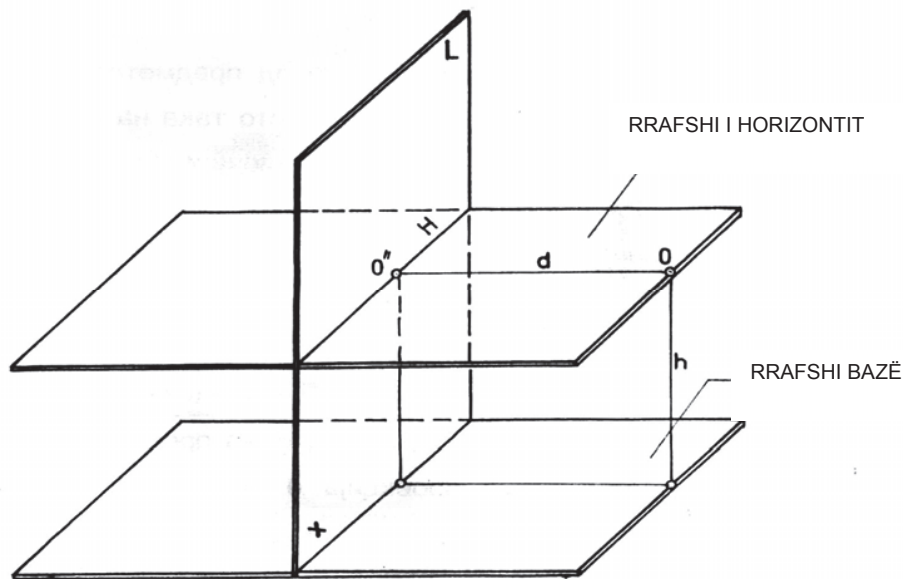


fig. 41

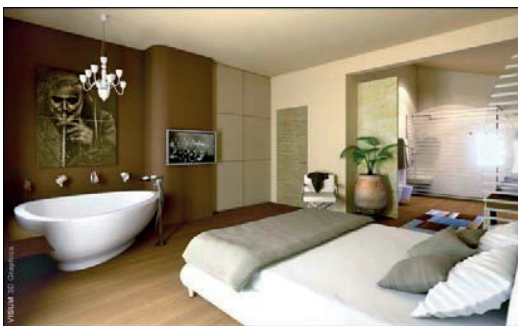


fig. 42

- **baza** ose **rrafshi bazë** (fig.41) – rrafshi më i ulët horizontal i cili është normal ndaj rrafshit kuadër. Këto dy rrafshje priten në drejtëzë e cila shënohet si boshti x ;
- **rrafshi i horizontit** – rrafsh i cili është paralel me rrafshin bazë dhe kalon nëpër pikën e syrit;
- **horizonti** është drejtëza prerëse mes rrafshit të horizontit dhe rrafshit kuadër dhe shënohet me H ;
- **lartësia e horizontit** – largesa vertikale prej rrafshit bazë deri te rrafshi i horizontit dhe shënohet me h .

1.2. Llojet e perspektivës

1. Varësisht nga pozita e rrafshit kuadër ndaj lëndës për të cilën vizatohet figura perspektive, dallohen:



fig. 43

- * **perspektiva këndore** – kur vetëm njëri element i lëndës (më shpesh lartësia) i takon ose është paralel me rrafshin kuadër (fig.42).
- * **perspektiva frontale** – kur dy elemente të lëndës (gjatësia dhe lartësia ose gjerësia dhe lartësia) i takojnë ose janë paralele me rrafshin kuadër (fig.43).

2. Varësisht nga lartësia e horizontit, perspektiva mund të jetë:

- * ***perspektiva e bretkosës*** – lartësia e horizontit është shumë e vogël dhe është afër rrafshit bazë (fig. 44);
- * ***perspektiva normale*** – lartësia e horizontit është prej 150 deri 200 cm (fig. 45);
- * ***perspektiva e zogut*** – lartësia e horizontit është shumë mbi lartësinë e objektit (fig. 46).



fig. 44



fig. 45



fig. 46

3. Varësisht nga vendi i shikimit, perspektiva mund të jetë:

- * ***perspektiva e jashtme ose eksterier*** – shikim i objektit nga jashtë me përshtatje në ambientin natyror (fig. 47);
- * ***perspektiva e brendshme ose enterier*** – shikim brenda objektit, në ambientet e objektit (fig. 48).

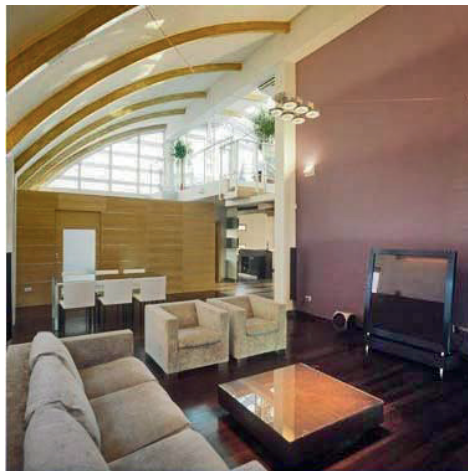


fig.48



fig. 47

 TË MBAJMË MEND

- ✓ Perspektiva është pjesë e gjeometrisë deskriptive e cila studion paraqitjen e objekteve përafërsisht ashtu si që i sheh syri i njeriut.
- ✓ Figurat perspektive të objekteve quhen projeksione qendrore.
- ✓ Rrafshi kuadër është rrafshi vertikal ku gjenden figurat perspektive.
- ✓ Rrezet e shikimit janë rrezet që kalojnë nga syri kah lënda.
- ✓ Figura perspektive është shembëlltyra e lëndës në rrafshin kuadër.
- ✓ Pika e syrit është qendra e projeksionit.
- ✓ Pika kryesore e syrit është projeksioni ortogonal i pikës së syrit në rrafshin kuadër.
- ✓ Distanca ose rrezja kryesore është largesa normale nga pika e syrit deri te rrafshi kuadër
- ✓ Baza ose rrafshi bazë – rrafshi më i ulët horizontal.
- ✓ Rrafshi i horizontit është rrafsh paralel me rrafshin bazë dhe kalon nëpër pikën e syrit.
- ✓ Horizonti është drejtëzë prerëse mes rrafshit të horizontit dhe rrafshit kuadër.
- ✓ Lartësia e horizontit është largesa vertikale prej rrafshit bazë deri të rrafshi i horizontit.
- ✓ Perspektiva këndore është perspektiva ku vetëm njëri element i trupit (më shpesh lartësia) i takon rrafshit kuadër.
- ✓ Perspektiva frontale është perspektiva ku dy elemente të trupit (gjatësia dhe lartësia ose gjerësia dhe lartësia) i takojnë ose janë paralele me rrafshin kuadër.
- ✓ Perspektiva e bretkosës fitohet kur horizonti është i vendosur shumë afër rrafshit bazë.
- ✓ Perspektiva normale fitohet kur lartësia e horizontit është prej 150 deri 200 cm.
- ✓ Perspektiva e zogut fitohet kur horizonti është i vendosur shumë mbi objektin.
- ✓ Perspektiva e jashtme fitohet me shikim të objektit nga jashtë.
- ✓ Perspektiva e brendshme fitohet me shikim të brendësisë së objektit.

Tërësia tematike
2. PIKA, DREJTËZA,
PAFUNDËSITË DHE
DREJTËZA NË POZITË
SPECIALE

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë dituri për:

- **figurën e parë dhe të dytë të pikës;**
- **figurën e parë dhe të dytë të drejtëzës me depërtim dhe pafundësitë;**
- **rregullat për përcaktimin e figurës perspektive të drejtëzave në pozitë speciale ndaj rrafshit kuadër dhe rrafshit bazë.**

TËRËSIA TEMATIKE

2. Pika, drejtëza, pafundësitë dhe drejtëza në pozitë speciale

2. 1. *Figura perspektive e pikës*

2. 2. *Figura perspektive e drejtëzës*

2. 3. *Figura perspektive e drejtëzave në pozitë speciale*

2. 1. Figura perspektive e pikës

Figura perspektive e pikës është depërtimi i rrezes së shikimit të tërhequr nga pika e syrit kah pika nëpër rrafshin kuadër.

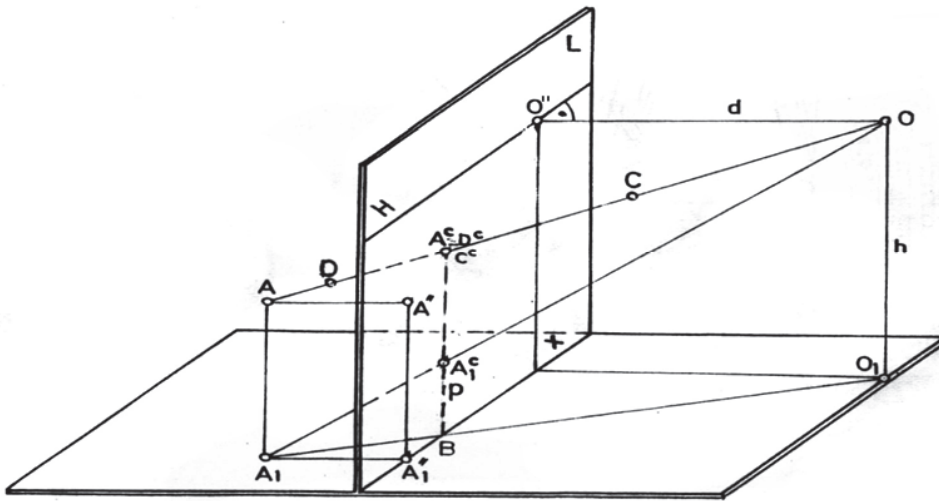


fig. 49

Në figurën 49 është dhënë pika A pas rrafshit kuadër. Figura e saj perspektive është pika A^C që është depërtimi i rrezes AO nëpër L. Nga vizatimi hapësinor shihet se jo vetëm pika A, por edhe të gjitha pikat e tjera që i takojnë rrezes së shikimit AO (këto janë pikat C dhe D) kanë figurë perspektive në pikën A^C ose A^C është figura perspektive e të gjitha pikave që i takojnë rrezes AO. Dmth., një pikë në hapësirë, nuk është plotësisht e përcaktuar vetëm me figurën e vet perspektive.

Projeksioni ortogonal i pikës A në rrafshin bazë është pika A_1 që quhet **figura e parë** e pikës. Projeksioni ortogonal i pikës së syrit në rrafshin bazë është pika O_1 , **figura e parë e syrit**. Distanca OO_1 është **lartësia e horizontit** ($h=OO_1$). Projeksioni ortogonal i pikës A në rrafshin kuadër është pika A'' dhe quhet **figura e dytë**. Figura e dytë e pikës së syrit (O'') në rrafshin kuadër gjendet në horizontin (H).

Depërtimi i rrezes AO nëpër rrafshin kuadër është gjetur me ndihmën e rrafshit i cili kalon nëpër rrezën AO dhe figurës së saj të parë A_1O_1 , rrafshi AA_1O_1O . Ky rrafsh është normal ndaj rrafshit bazë dhe pritet me L në drejtëzën prerëse p e cila është normale ndaj boshtit x me fillim në pikën B. Në prerje të kësaj drejtëze prerëse dhe rrezes AO gjendet A^C .

Në prerje të kësaj drejtëze dhe rrezes A_1O (të tërhequr nga figura e parë e pikës A), gjendet A_1^C – figura perspektive e figurës së parë të pikës A. Pikat A^C dhe A_1^C plotësisht e përcaktojnë pozitën hapësinore të pikës A.

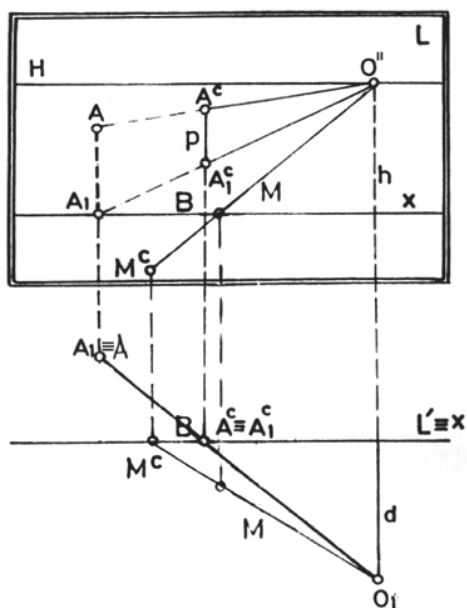


fig. 50

Në figurën 50 është dhënë projeksioni ortogonal i rrafshit kuadër dhe rrafshit bazë me figurën perspektive të pikës A. Këtu rrafshi kuadër është paraqitur në një kornizë e cila e përfshin atë që shihet në të.

Nëse pika i takon rrafshit kuadër, figura e saj perspektive përputhet me vetë pikën.

Pika e cila i takon rrafshit bazë dhe gjendet pas rrafshit kuadër, figurën perspektive e ka mbi boshtin x (A_1).

Pika e cila i takon rrafshit bazë dhe gjendet para rrafshit kuadër, figurën perspektive e ka nën boshtin x (pika M).

2. 2. Figura perspektive e drejtëzës

Figura perspektive e drejtëzës e cila është në pozitë arbitrare gjendet nëse përcaktohen figurat perspektive të dy pikave që i takojnë. Njëra pikë është depërtimi i drejtëzës a nëpër L, P_a (fig.51a).

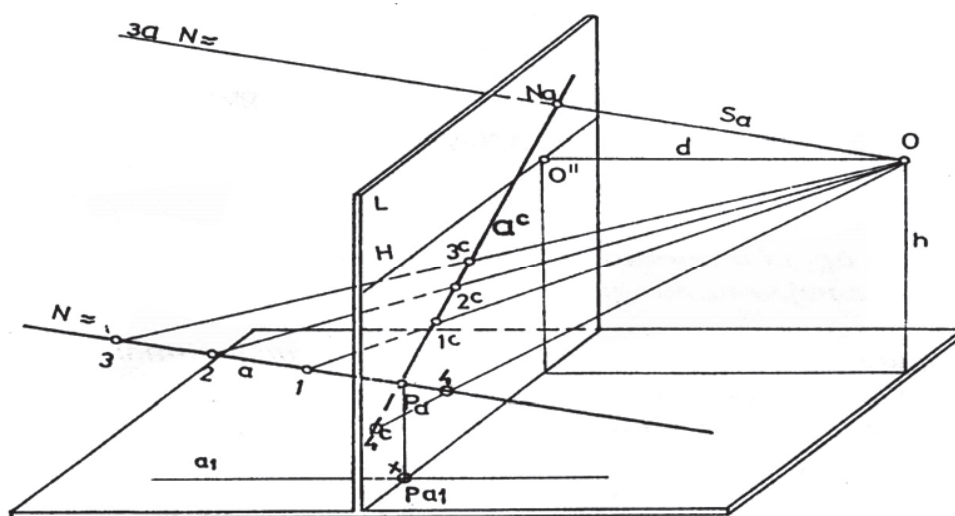


fig. 51 a

Figura perspektive e drejtëzës a kalon nëpër pikën P_a . Meqë një drejtëzë definohe me dy pikë, duhet të gjendet edhe një pikë që të fitohet a^c . Nga vargu i pikave që e përbëjnë drejtëzën a merret njëra e cila gjendet pafundësisht (në pafundësi) larg, pika N. Nëse nëpër këtë pikë tërheqim rreze kah pika e syrit, kjo rreze do të jetë paralele me drejtëzën a . Depërtimi i kësaj rreze nëpër rrafshin kuadër quhet **pafundësia** e drejtëzës a dhe shënohet me N_a .

Pafundësia e një drejtëze është figura perspektive e një pike pafundësisht larg të drejtëzës.

Figura perspektive e drejtëzës kalon nëpër depërtimin P_a dhe pafundësinë N_a .

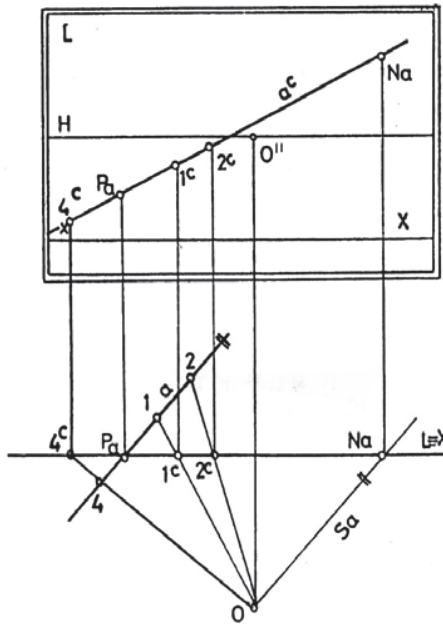


fig. 51 b

Në fig.51a është dhënë zgjidhja hapësinore për gjetjen e figurës perspektive të drejtëzës a e cila kalon nëpër depërtimin dhe pafundësinë. Depërtimi (P_a) i drejtëzës nëpër rrafshin kuadër është gjetur me ndihmën e depërtimit të figurës së parë të drejtëzës (P_{a1}) e cila gjendet në boshtin x . Pafundësia N_a gjendet në rrafshin kuadër dhe është gjetur me ndihmën e rrezes S_a e cila është tërhequr nga një pikë pafundësisht të largët të drejtëzës kah pika e syrit dhe është paralele me drejtëzën a .

Në drejtëzën janë vendosur në mënyrë arbitrare pikat 1, 2, 3 dhe 4, figurat perspektive të të cilave janë në a^c . Nga kjo rrjedh:

Nëse pika i takon drejtëzës, figura e saj perspektive do t'i takojë figurës perspektive të drejtëzës dhe anasjelltas.

Në figurën 51b është dhënë projeksioni ortogonal për përcaktimin e figurës perspektive të drejtëzës.

2. 3. Figura perspektive e drejtëzave në pozitë speciale

Një drejtëzë në hapësirë mund të jetë në pozita speciale ndaj rrafshit bazë dhe rrafshit kuadër edhe atë:

1⁰ Drejtëza i takon rrafshit kuadër

Nëse drejtëza i takon rrafshit kuadër, figura e saj perspektive do të jetë në vendin e njëjtë në rrafshin kuadër edhe atë në madhësi të vërtetë.

2⁰ Drejtëza i takon rrafshit bazë

Është dhënë drejtëza b e cila i takon rrafshit bazë (fig.52). Depërtimi i saj (P_a) nëpër rrafshin kuadër është në boshtin x , kurse pafundësia (N_b) është në horizontin. Nëse lidhen këto dy pikë do të fitohet figura perspektive e drejtëzës b .

Drejtëza e cila i takon rrafshit bazë ka depërtim në boshtin x dhe pafundësi në horizontin.

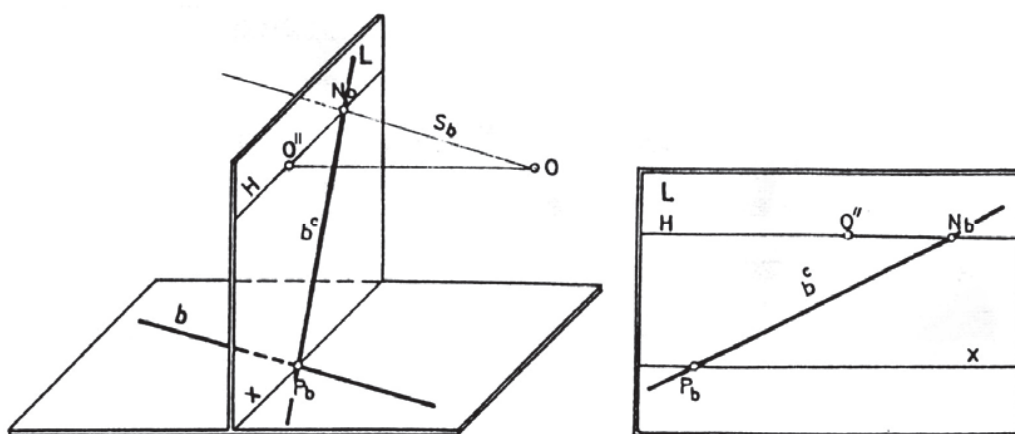


fig. 52

3^o Drejtëza është paralele me rrafshin bazë

Drejtëza (c) e cila është paralele me rrafshin bazë quhet **horizontale** (fig.53). Depërtimi i saj nëpër rrafshin kuadër është pika P_c , e fituar me shfrytëzimin e depërtimit të figurës së parë të drejtëzës e cila gjendet në boshtin x . Pafundësia N_c gjendet në horizontin.

Drejtëza paralele me rrafshin bazë ka depërtim në rrafshin kuadër, kurse pafundësi në horizontin.

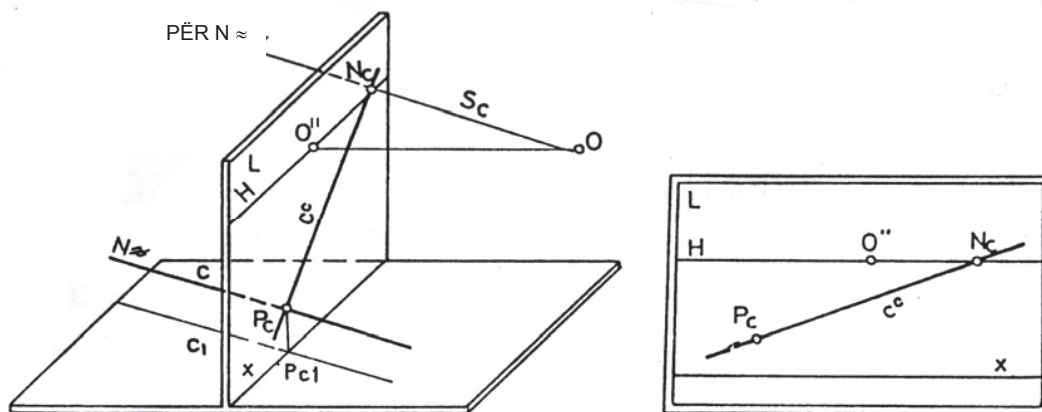


fig. 53

4^o Drejtëza është normale ndaj rrafshit bazë dhe paralele me rrafshin kuadër

Është dhënë segmenti AB normal ndaj rrafshit bazë që e depërton rrafshin kuadër në pafundësi. Figura perspektive e drejtëzës fitohet në mënyrë të njëjtë si në fig. 49, me vendosjen e rrafshit normal ndaj rrafshit bazë. Figura perspektive A^cB^c e segmentit AB është paralele me të, por nuk është në madhësi të vërtetë (fig. 54).

Nëse segmenti është normal ndaj rrafshit bazë, figura e tij perspektive është normale ndaj boshtit x .

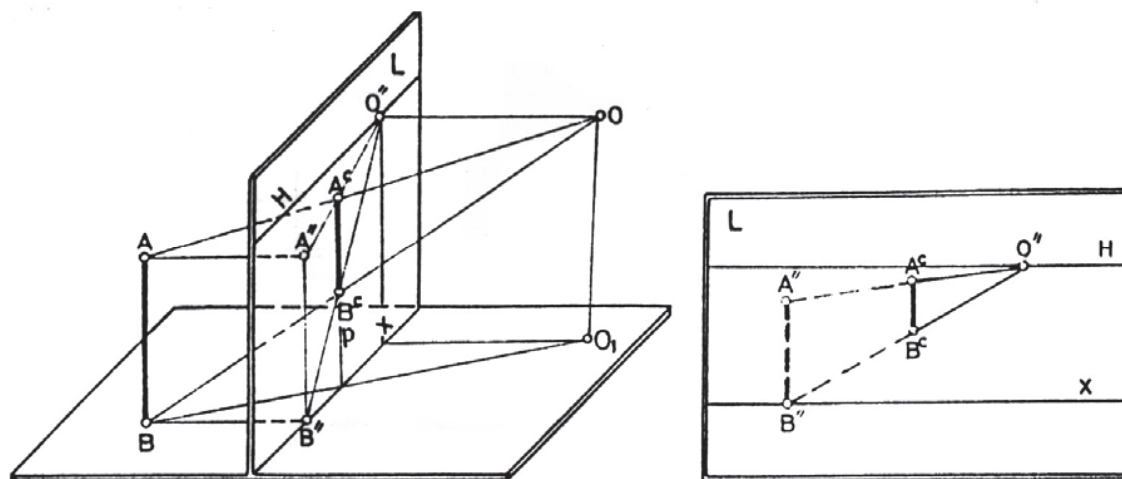


fig. 54

5^o Drejtëza është normale ndaj rrafshit kuadër dhe paralele me rrafshin bazë

Është dhënë drejtëza d normale ndaj rrafshit kuadër me pafundësi që përputhet me pikën O'' , meqë rrezja nëpër pikë pafundësisht të largët të drejtëzës është normale ndaj rrafshit kuadër dhe e depërton në O'' . Për përcaktimin e P_d është shfrytëzuar depërtimi i figurës së parë të drejtëzës që gjendet në boshtin x (fig. 55).

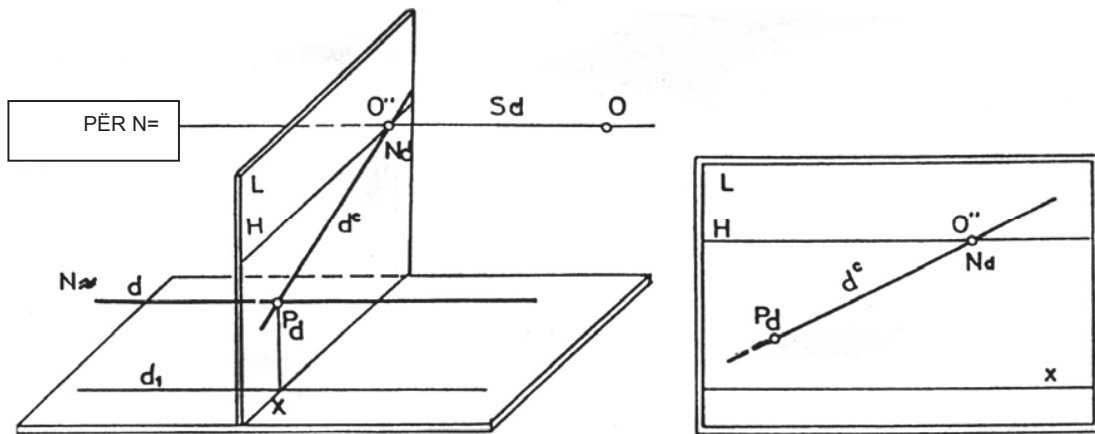


fig. 55

6^o Drejtëza është paralele me rrafshin kuadër dhe boshtin x

Segmenti i dhënë ka pikë pafundësie në pafundësi. Figura perspektive është paralele me boshtin x , por nuk është në madhësi të vërtetë. Figura perspektive e segmentit, $A^C B^C$, është gjetur si depërtim i rezeve AO dhe BO nëpër rrafshin kuadër (fig. 56).

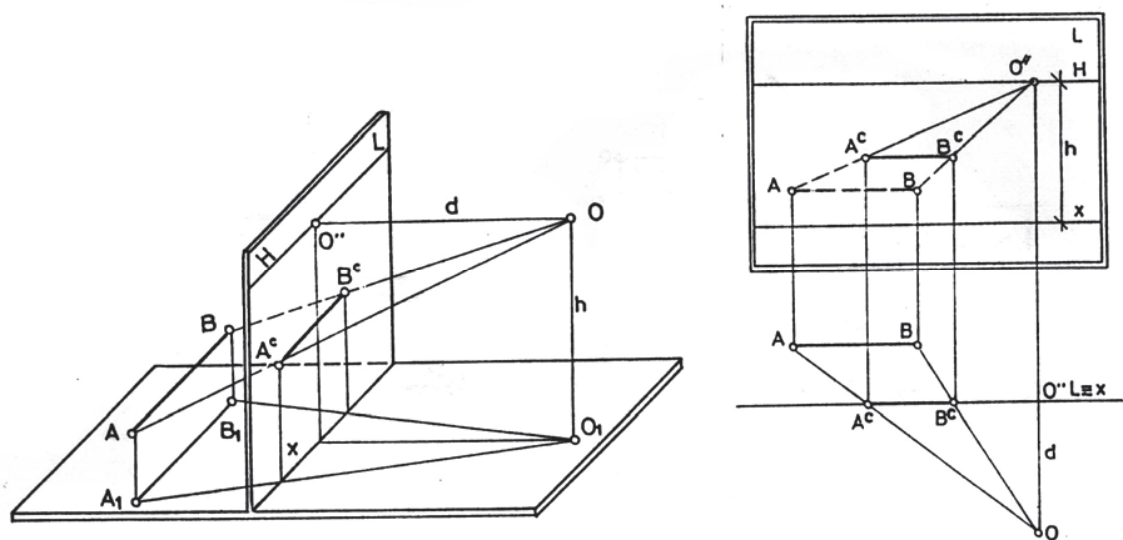


fig. 56

7^o Dy drejtëza paralele mes veti

Janë dhënë dy drejtëza **a** dhe **b** të cilat janë paralele mes veti. Ato kanë pafundësi të përbashkëta $N_a \equiv N_b$. Rrezja e tërhequr nëpër pikë pafundësisht të larguar të drejtëzës **a** ose **b** kah pika e syrit do të jetë e përbashkët dhe paralele me to (fig. 57).

Drejtëzat paralele (dy ose më shumë) në perspektivë kanë pafundësi të përbashkët, kurse depërtime të ndryshme.

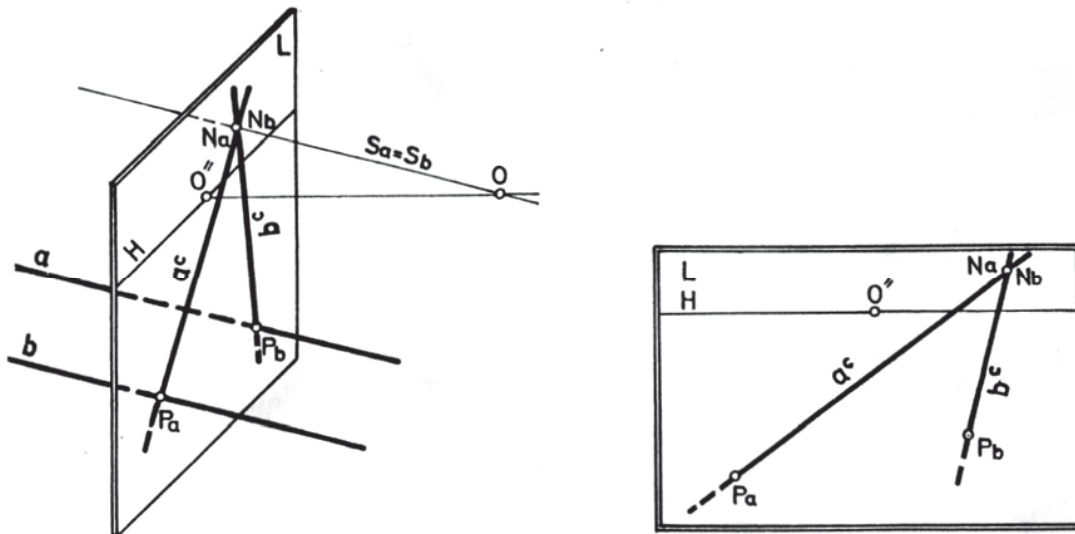


fig. 57

8^o Dy drejtëza paralele mes veti dhe normale ndaj rrafshit kuadër

Ato kanë pafundësi të përbashkëta në horizontin që përputhen me pikën kryesore të syrit O'' (fig. 58).

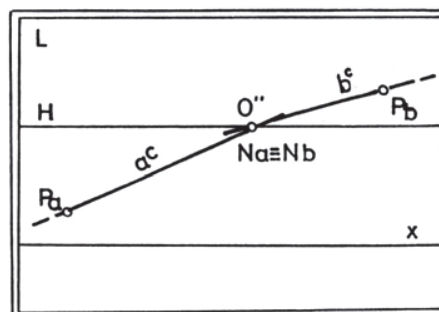


fig. 58

9⁰ Perspektiva e këndrejtit

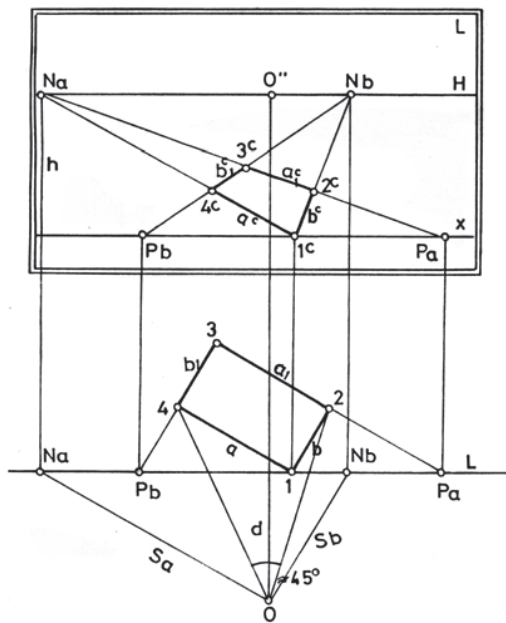


fig. 59

Është dhënë këndrejt i cili i takon rrafshit bazë dhe gjendet pas rrafshit kuadër. Kulmi 1 i takon rrafshit kuadër, gjegjësisht boshtit x (fig. 59).

Pika 1 paraqet depërtim të brinjëve *a* dhe *b* të këndrejtit, në rrafshin kuadër. Depërtimi i brinjës *a*₁ i cili kalon nëpër kulmet 3 dhe 2 dhe *b*₁ i cili kalon nëpër kulmet 3 dhe 4, janë depërtimet *P_a* dhe *P_b* në boshtin x. Me tërheqjen e rrezeve *S_a* dhe *S_b* nga pika e syrit O, paralelisht me brinjët e këndrejtit, fitohen pafundësitë *N_a* dhe *N_b*. Këto gjenden në rrafshin kuadër në horizontin dhe janë të përbashkëta për brinjët paralele të këndrejtit: *N_a* është për brinjët 14 dhe 23 dhe *N_b* është për brinjët 12 dhe 43.

Pafundësitë e përcaktuara në projektionin ortogonal janë përcjellur në projektionin frontal (rrafshin kuadër) në horizontin, kurse depërtimet në boshtin x. Figura perspektive e këndrejtit është konstruktuar me shfrytëzimin e pafundësive *N_a* dhe *N_b* dhe depërtimeve *P_a* dhe *P_b*.

Detyra për ushtrim:

Të vizatohen figurat perspektive të figurave të dhëna të rrafshita (fig.60) të cilat shtrihen në rrafshin bazë, gjenden pas rrafshit kuadër dhe kanë një kulm (1) që i takon boshtit x. Të përdoret metoda e depërtimeve!

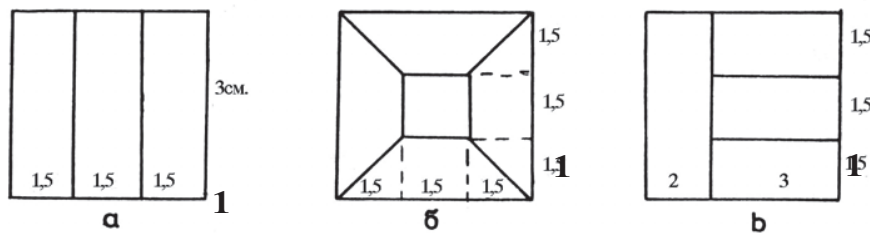


fig. 60

 **TË MBAJMË MEND**

- ✓ **Figura perspektive e pikës është depërtimi i rrezes së shikimit nëpër rrafshin kuadër.**
- ✓ **Pafundësia e një drejtëze është figura perspektive e një pike pafundësisht të largët të drejtëzës.**
- ✓ **Dy drejtëza paralele kanë pafundësi të përbashkëta.**

Pyetje për kontrollim të diturisë:

1. Ç'është perspektiva?
2. Si është i vendosur rrafshi i horizontit dhe si shënohet?
3. Ç'është figura perspektive e pikës?
4. Ç'është pafundësia?
5. Si shënohen pikat e pafundësisë?
6. Si është i vendosur rrafshi kuadër dhe si shënohet?
7. Sipas lartësisë së horizontit, cilat lloje të perspektivave ekzistojnë?
8. Sipas pozitës së rrafshit kuadër, cilat lloje të perspektivave ekzistojnë?
9. Ç'është perspektiva e pikës?
10. Si është i vendosur rrafshi bazë (baza)?
11. Ç'është lartësia e horizontit?
12. Cilat janë llojet e perspektivave sipas vendit të shikuesit?
13. Me cilat pika është e përcaktuar perspektiva e drejtëzës?
14. Ç'është pika e syrit?

Tërësia tematike

3. VIZATIMI I PERSPEKTIVAVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë dituri për:

- **nocionet e përgjithshme: pikat e proporcionit, lartësia e horizontit, këndi i shikimit, pozita e rrafshit kuadër ndaj bazës;**
- **vizatimin e perspektivave të figurave më të thjeshta të rrafshta dhe**
- **ndjenjën e estetikës dhe krijimtarisë.**

TËRËSIA TEMATIKE

3. Vizatimi i perspektivave të figurave të rrafshita

3. 1. Pikat e proporcionit

3. 2. Figurat perspektive të figurave të rrafshita që i takojnë rrafshit bazë

3. 1. Pikat e proporcionit

Vizatimi i figurave perspektive të figurave dhe lëndëve të ndërlukuara të rrafshit bazë, me shfrytëzimin e depërtimeve për secilën brinjë të figurës, shumë shpesh është jopraktik. Për këtë shkak, shfrytëzohen **pikat e proporcionit** me ndihmën e të cilave kryhet përcjellja e gjatësive nga rrafshi bazë (ku janë në madhësi të vërtetë) në perspektivë.

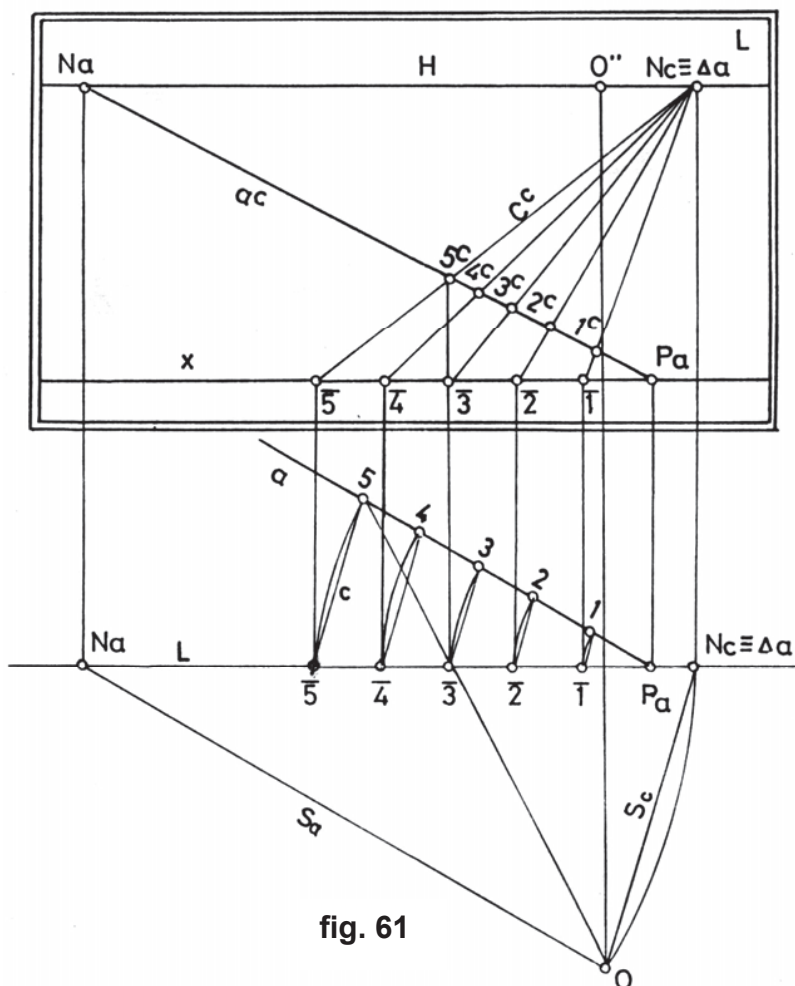


fig. 61

Në figurën 61 është paraqitur drejtëza a e cila i takon rrafshit bazë shikuar ortogonalisht dhe perspektiva e saj në rrafshin kuadër. Në rrafshin bazë janë gjetur P_a në boshtin x dhe N_a në horizontin (H), me rreze S_a paralele me drejtëzën a që kalon nëpër O . Në drejtëzën a janë vendosur pikat 1, 2, 3, 4 dhe 5 në distanca të njëjta. Gjatësia P_a5 është përcjellur në boshtin x dhe është fituar segmenti $P_a\bar{5}$ ($P_a\bar{5} = P_a5$). Tetiva $5\bar{5}$ është drejtimi i përkapur c . Pafundësia e drejtimit c është N_c e gjetur me rrezen S_c të tërhequr nëpër O paralelisht me c . Trekëndëshi $P_a5\bar{5}$ është i ngjashëm me trekëndëshin N_aON_c .

Meqë të dy trekëndëshat janë barakrahës, rrjedh se: $N_a O = N_a N_c$ që do të thotë se pafundësia N_c mund të gjendet me rotacionin e O rreth N_a deri te boshti x . Figura perspektive e drejtëzës a, a^c , kalon nëpër P_a dhe N_a . Pika $\bar{5}$ është depërtimi i drejtimit (tetivës) c nëpër rrafshin kuadër në boshtin x . Pika 5^c gjendet në a^c , si edhe pikat $4^c, 3^c, 2^c$ dhe 1^c . Segmentet 12, 23, 34 dhe 45 të cilat në drejtëzë janë të njëjta si edhe në boshtin x , në perspektivë nuk janë të njëjta. Ato janë më të vogla për aq sa janë të larguara nga rrafshi kuadër. Pika N_c është pafundësi për tetivat $\bar{44}, \bar{33}, \bar{22}, \bar{11}$ dhe $\bar{55}$ të cilat mes veti janë paralele.

Pika N_c quhet **pika e proporcionit** dhe shënohet me Δ_a .

Pikat e proporcionit shërbejnë për përcjelljen e gjatësive në madhësi të vërtetë, në perspektivë.

3. 2. Figurat perspektive të figurave të rrafshta që i takojnë rrafshit bazë

Rrafshi bazë në praktikë identifikohet me rrafshin e terrenit ku gjenden të gjitha objektet. Në figurën 62 është vizatuar perspektiva e katrorit i cili i takon rrafshit bazë, të vendosur pas rrafshit kuadër.

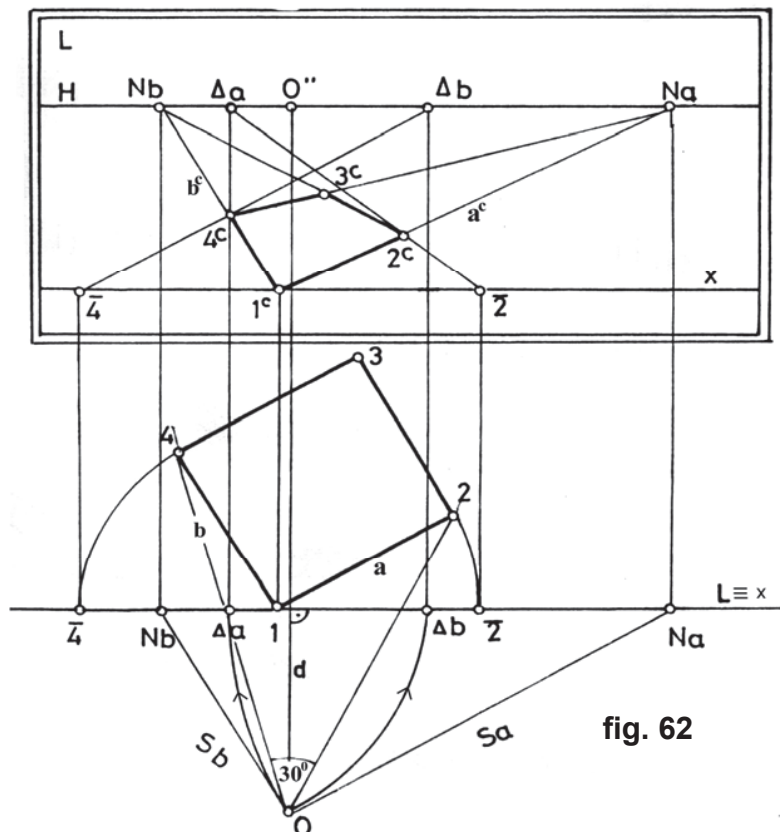


fig. 62

Kulmi 1 i katrorit i takon boshtit x. Largesia e pikës së syrit O është e përcaktuar ashtu që i gjithë katrori të përfshihet në kënd prej 30° deri 45° . Normalisht ndaj simetrales së këtij këndi, nëpër pikën 1 është vendosur rrafshi kuadër. Pikat e pafundësisë N_a dhe N_b janë gjetur në bazë me tërheqjen e drejtimeve paralele me anët e katrorit.

Pikat e proporcionit Δ_a dhe Δ_b janë gjetur në bazë me përcjelljen e segmenteve N_aO dhe N_bO në boshtin x. Pafundësitë dhe pikat e proporcionit nga baza janë përcjellur në perspektivë. Madhësia e vërtetë e anëve të katrorit 12 dhe 14 janë matur në boshtin x, majtas dhe djathtas nga pika 1. Me pikat e proporcionit Δ_a dhe Δ_b janë gjetur 2^C dhe 4^C në drejtimet a^C dhe b^C . Brinjët e katrorit 12 dhe 34 janë paralele, prandaj kanë pafundësi të përbashkët N_a si dhe brinjët 14 dhe 23 pafundësi e të cilave është N_b . Në prerje të drejtimeve $4^C N_a$ dhe $2^C N_b$ është pika 3^C .

Vizatimi i figurave perspektive si është shpjeguar paraprakisht (fig.62) shpesh është jopraktik. Kjo mënyrë e punës, kërkon hapësirë më të madhe për vizatim meqë projeksioni i parë dhe figura perspektive janë në përpjesë (proporcion) të njëjtë.

Prandaj, projeksioni i parë ndahet dhe vizatohet në përpjesë më të imët (fig.63). Në këtë vizatim përcaktohen elementet e vizatimit perspektiv: N_a , N_b , Δ_a dhe Δ_b . Projeksioni i parë vizatohet në këndin e sipërm të majtë të vizatimit me vendosjen e drejtimeve a (gjatësitë) dhe b (gjerësitë) horizontalisht dhe vertikalisht. Pastaj, në krahët e këndit prej 45° duhet të përfshihet i gjithë projeksioni i parë me çka përcaktohet pika e syrit O . Rrafshi kuadër vendoset normalisht ndaj simetrales të këndit prej 45° nëpër një nga kulmet ose brinjët e figurës për të cilën vizatohet perspektiva.

Në figurën 63 katrori nga fig.62 është vendosur ashtu që projeksioni i parë të jetë në përpjesë më të imët, kurse rrafshi kuadër është nën kënd, gjegjësisht normal ndaj simetrales së këndit nën të cilin shihet figura. Në përpjesë më të madhe, veçant, vizatohet rrafshi kuadër me figurën perspektive të katrorit.

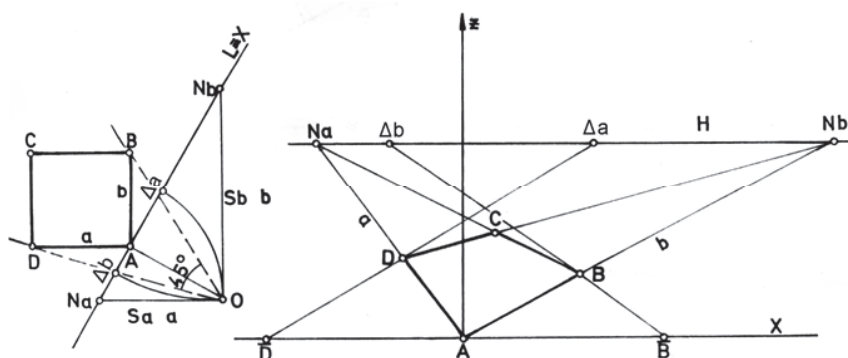


fig. 63

Në fig.64 është paraqitur figura perspektive e katrorit i cili shtrihet në rrafshin bazë dhe gjendet para rrafshit kuadër. Në fig.65a katrori është pas, kurse në fig.65b para rrafshit kuadër dhe njëra brinjë e katrorit i takon rrafshit kuadër. Në fig.66 është gjetur perspektiva e figurës së rrafshët të vendosur pas rrafshit kuadër, kur njëri nga kulmet (pika 1) i takon rrafshit kuadër, gjegjësisht boshtit x.

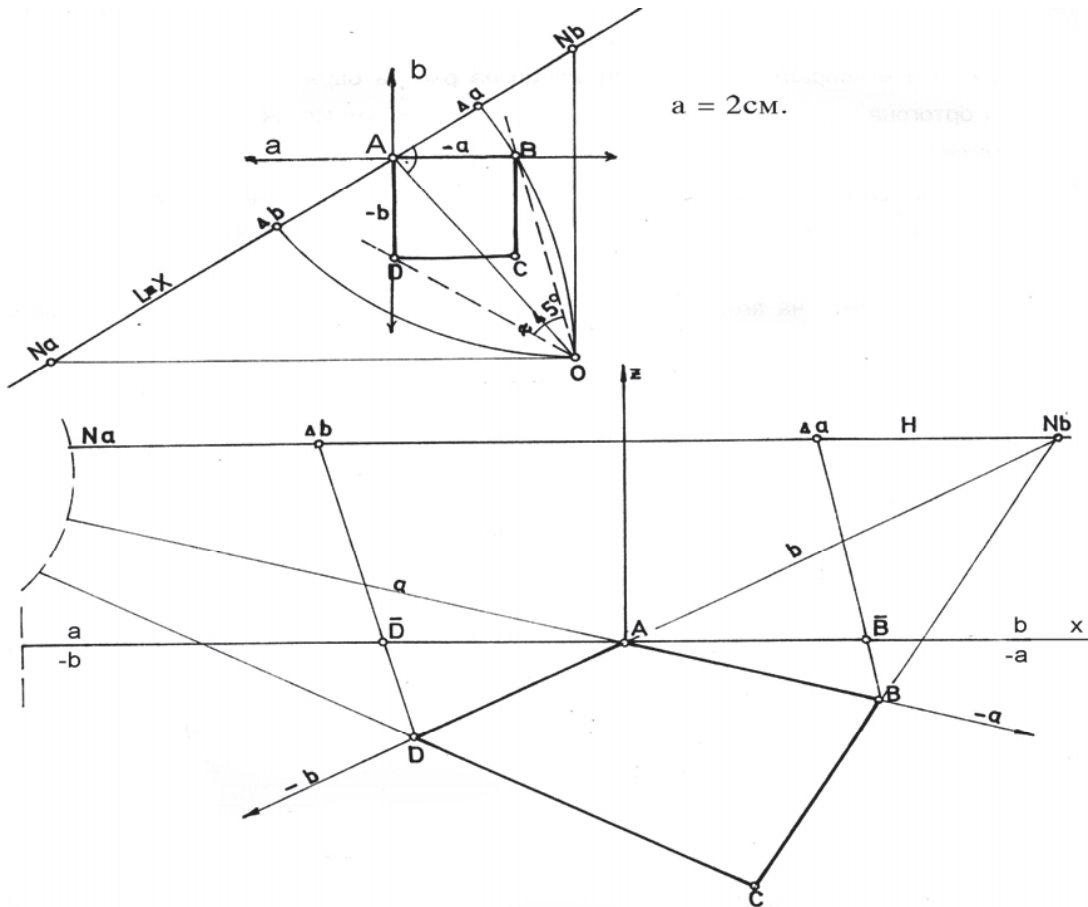


fig. 64

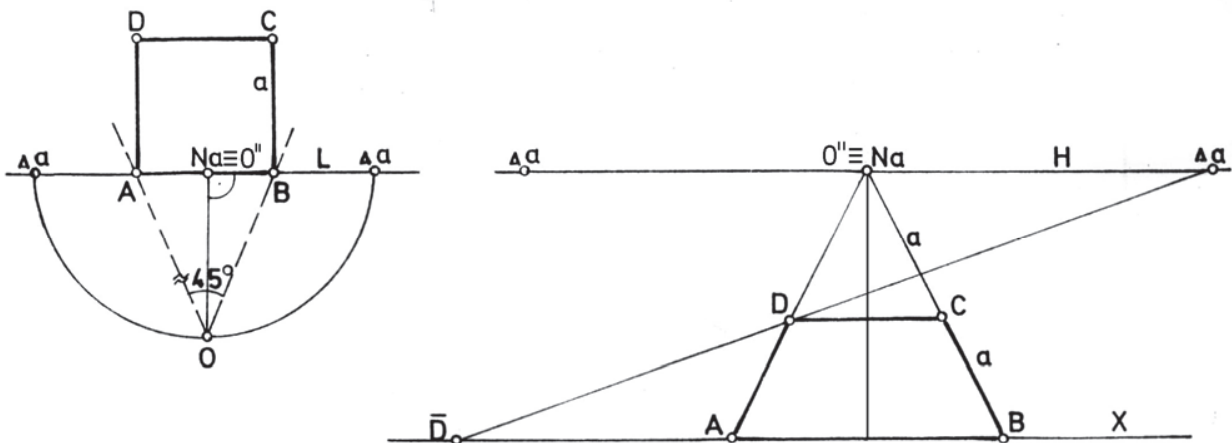


fig. 65a

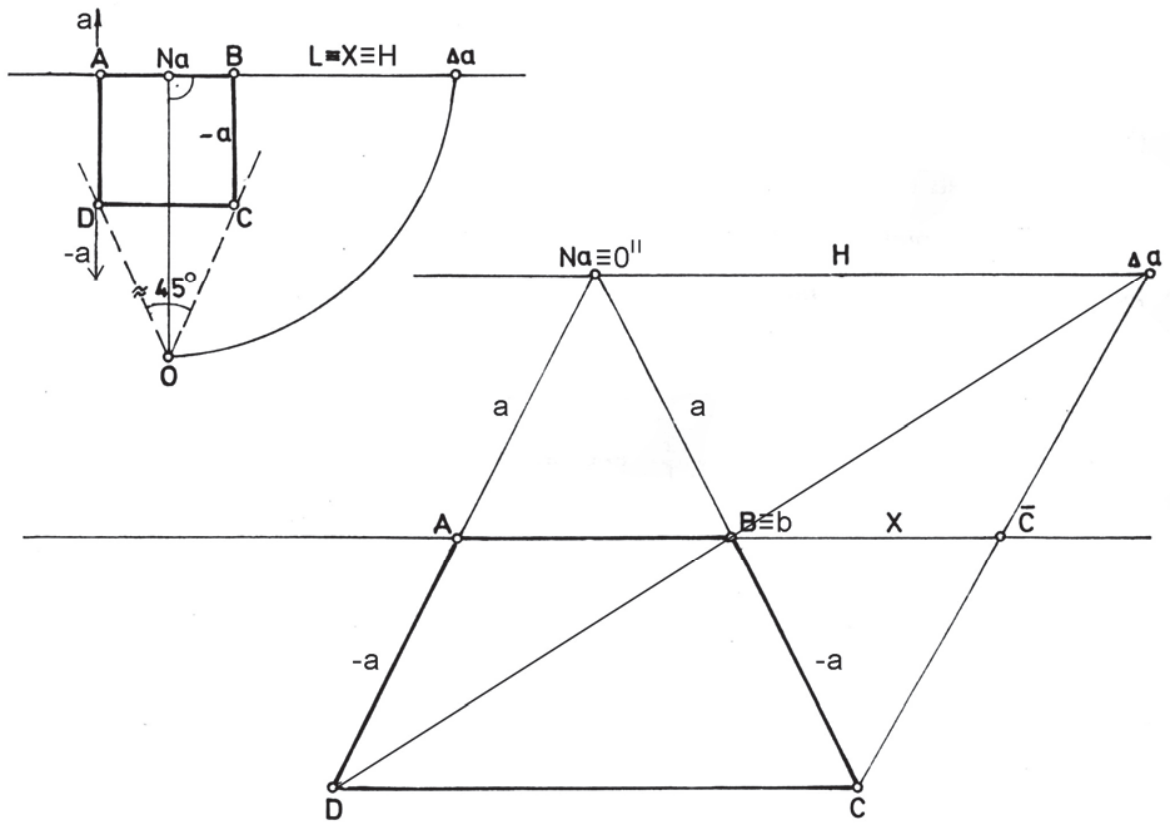


fig. 65b

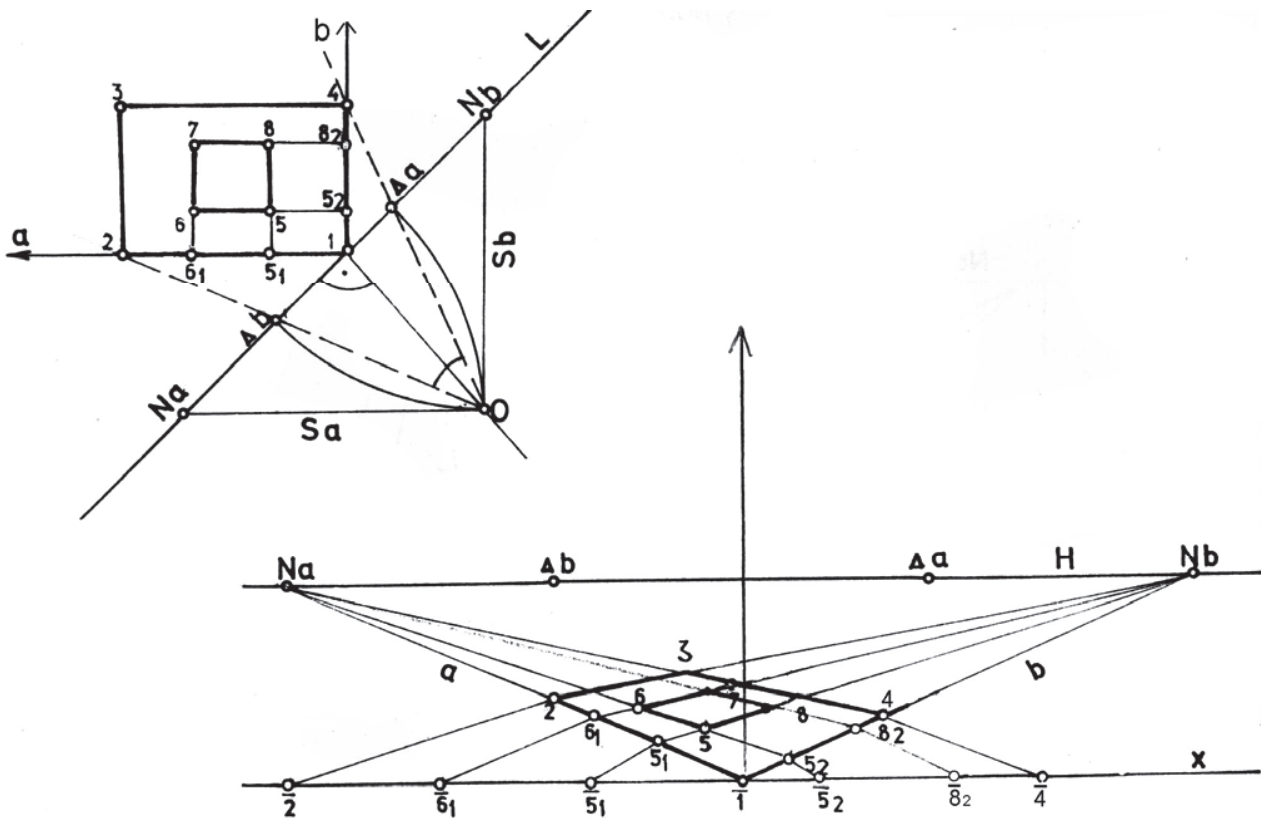


fig. 66

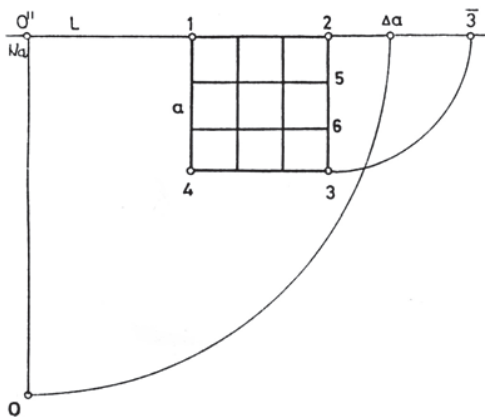


fig. 67a

Në fig.67 a, b është vizatuar perspektiva frontale e katrorit të ndarë në rrjetë katrorësh më të vegjël. Katrori i takon rrafshit bazë dhe gjendet para rrafshit kuadër, me njërën anë në boshtin x. Pika e syrit është e vendosur anash. Pafundësia e anëve normale ndaj L puthitet me O'' . Në fig.67a, është përcaktuar Δ_a në H me rotacionin e O deri te rrafshi kuadër.

Në fig.67b është dhënë figura perspektive e katrorit. Në H (horizontin) i cili është i vendosur në lartësi të dhënë - h - nga boshti x, është vendosur pika e syrit $O'' \equiv N_a$ dhe Δ_a . Në boshtin x është përcjellur ana 12 në madhësi të vërtetë meqë i takon L . Anët 14 dhe 23 janë normale ndaj rrafshit kuadër dhe prandaj kanë pafundësi të përbashkët në O'' . Ana 23 në madhësi të vërtetë është përcjellur në boshtin x djathtas nga 2^c deri te pika $\bar{3}$. Në prerjen e drejtimeve $\Delta_a \bar{3}$ dhe $N_a 2^c$ gjendet pika 3^c . Anët e katrorit që janë paralele me boshtin x edhe në perspektivë janë paralele me boshtin x. Përcaktimi i pikës 4^c dhe konstruksioni i katrorëve më të vegjël shihet në fig.67b.

Gjatësitë e barabarta 25, 56 dhe 63 në perspektivë nuk janë të barabarta, ato janë për aq më të mëdha sa janë më larg boshtit x, për gjatësitë që janë para rrafshit kuadër.

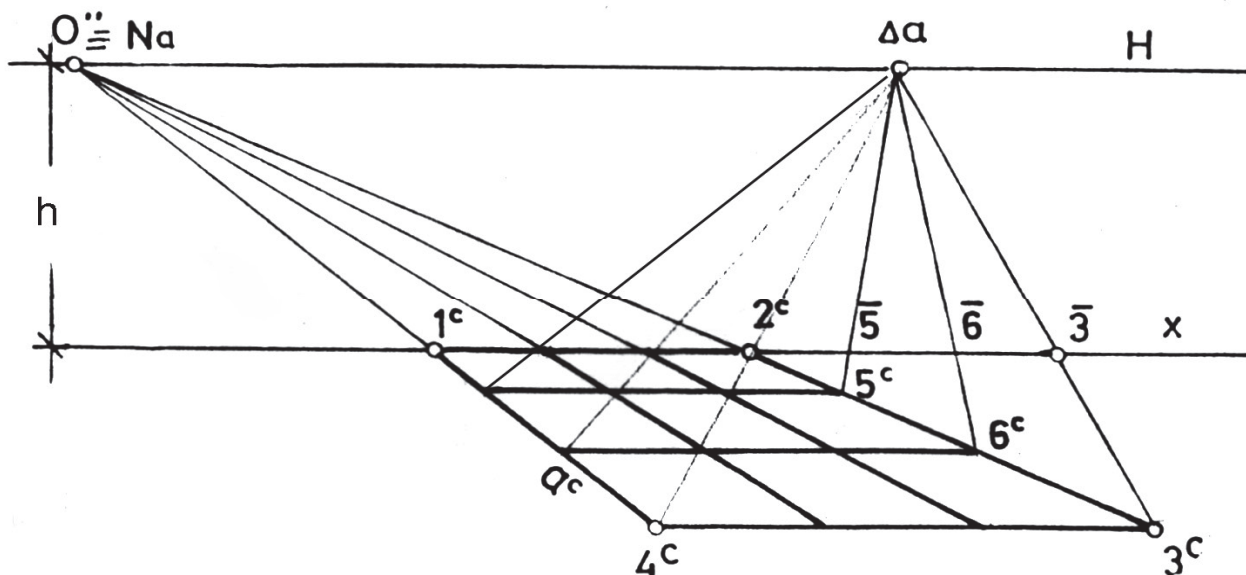


fig. 67b

Rrethi që i takon rrafshit bazë, në perspektivë duket si elipsë. Mënyra më e thjeshtë për përcaktimin e figurës perspektive të rrethit është ai të brendashkruhet në katror që e prek rrethin në katër pikë. Anët e katrorit janë tangjenta të rrethit.

Nëse rrethi është paralel me rrafshin kuadër, figura e tij perspektive është rreth, por me rreze më të vogël ose më të madhe nga madhësia e vërtetë varësisht nga pozita e rrethit para ose pas rrafshit kuadër.

Në fig. 68a,b është vizatuar perspektiva këndore e rrethit të brendashkruar në katror. Pika e syrit është vendosur në largesë që mundëson e gjithë figura të shihet nën kënd prej 45° . Normalisht ndaj simetrales së këndit është vendosur rrafshi kuadër, nëpër pikën 1. Në mënyrë të njohur janë gjetur N_a , N_b , Δ_a dhe Δ_b .

Në fig. 68b është dhënë perspektiva e rrethit dhe katrorit. Horizonti H është vendosur në lartësi të dhënë nga boshti x . Në të në përpjesë më të madhe janë përcjellur N_a , N_b , O'' , Δ_a dhe Δ_b . Majtas nga pika 1 në boshtin x janë përcjellur pikat \bar{A} dhe $\bar{4}$ në madhësi të vërtetë. Nëse këto pika lidhen me Δ_a përcaktohen figurat perspektive të pikave A dhe 4 që shtrihen në drejtimin a . Nga ana e djathtë e pikës 1, përcillen pikat \bar{D} dhe $\bar{2}$ dhe në mënyrë të njëjtë gjenden figurat e tyre perspektive që shtrihen në drejtimin b . Në prerjen e $4N_b$ dhe $2N_a$ fitohet perspektiva e pikës 3.

Diametri AB është paralel me drejtimin b dhe prandaj kanë pafundësi të përbashkët, N_b . Diametri CD është paralel me drjtimin a dhe pafundësia e tyre është N_a . Në katrorin e fituar kështu është brendashkruar elipsa që është figura perspektive e rrethit.

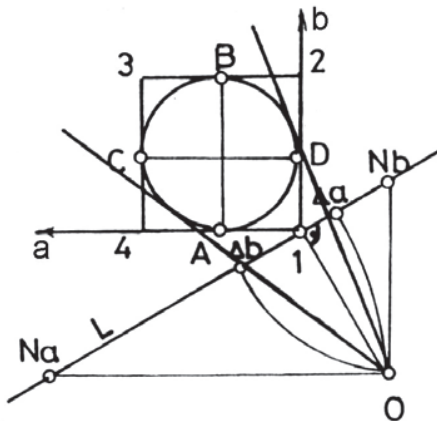


fig. 68 a

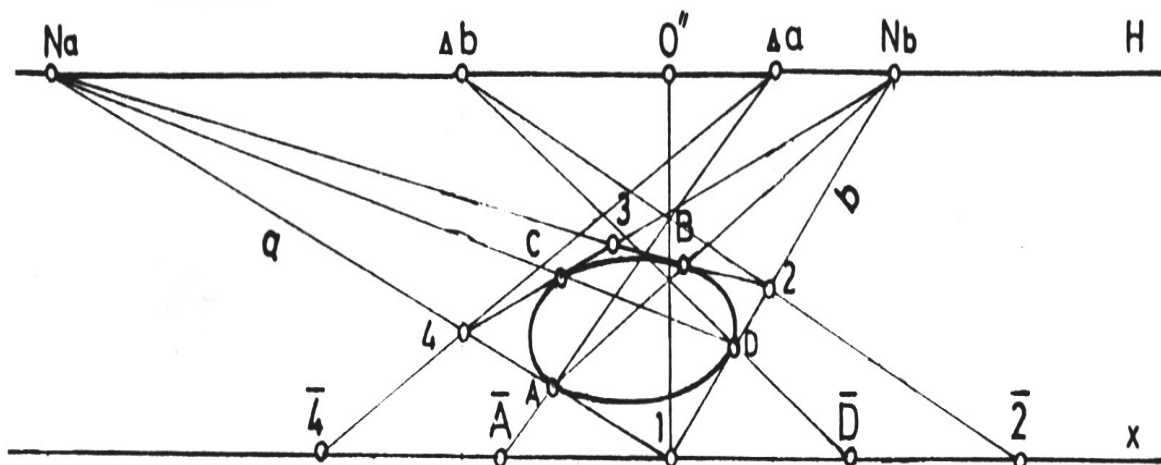


fig. 68 b

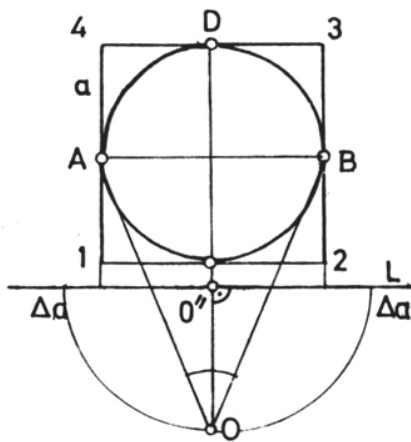


fig. 69 a

Në fig. 69a, është dhënë perspektiva frontale e rrethit të brendashkruar në katror. Rrethi është i vendosur në rrafshin bazë, pas rrafshit kuadër dhe njëri nga diametrat - AB - është paralel me boshtin x. Është vendosur pika e syrit dhe janë gjetur pikat e proporcioneve Δ_a .

Në fig. 69b në përpjesë më të madhe janë përcjellur Δ_a dhe O'' e cila puthitet me N_a (pafundësi e segmenteve 14, 23 dhe CD). Konstruksioni i katrorit dhe diametrat e rrethit AB dhe CD janë edhe diametra të elipsës (shihet në fig. 69b).

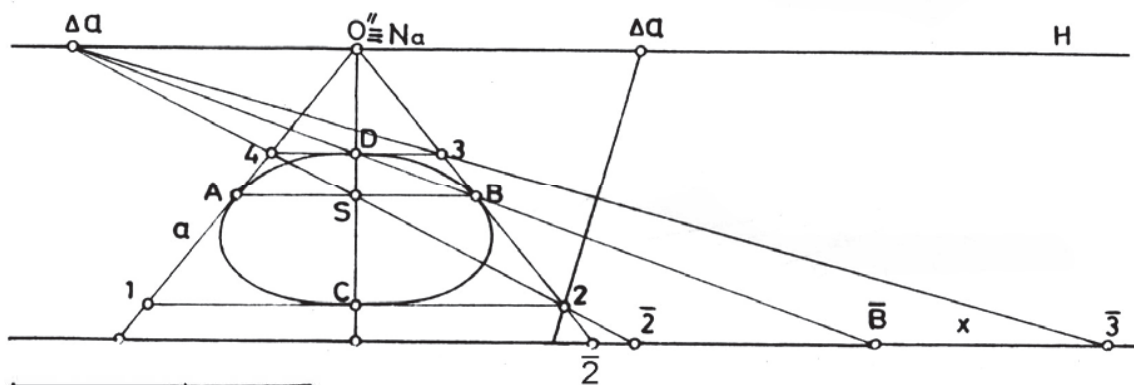
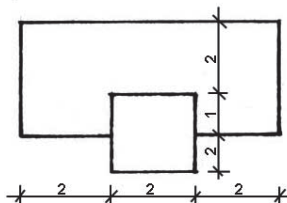
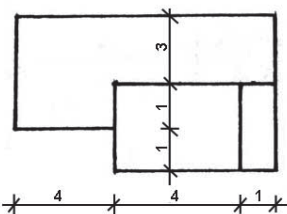
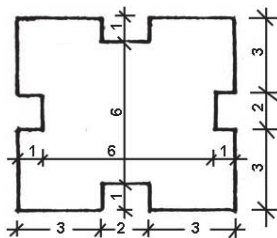
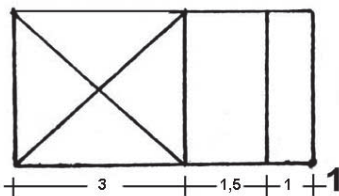


fig. 69 b



Detyra për ushtrim

📖 TË MBAJMË MEND

- ✓ Pikat e proporcioneve shërbejnë për përcjelljen e gjatësive në madhësi të vërtetë, në perspektivë.
- ✓ Drejtimi *a* shërben për përcjelljen e gjatësive.
- ✓ Drejtimi *b* shërben për përcjelljen e gjerësive.
- ✓ Drejtimi *z* shërben për përcjelljen e lartësisë së trupave.

Pyetje për kontrollim të diturisë:

1. Për se shërbejnë pikat e proporcioneve?
2. Si shënohen pikat e proporcioneve?
3. Ku përcillen pafundësitë dhe pikat e proporcioneve?
4. Në cilat drejtime (boshte) përcillen gjatësitë, gjerësitë dhe lartësitë e objektit?

Tërësia tematike

**4. VIZATIMI I PERSPEKTIVËS SË
LËNDËVE TREDIMENSIONALE**

Në këtë tërësi tematike, nxënësi mund të përfitojë dituri për:

- **përcjelljen e lartësisë në perspektivë;**
- **vizatimin e perspektivës me metodën e sistemit koordinativ dhe me metodën e depërtimeve të rrezeve të shikimit dhe pafundësive;**
- **teknikën e vizatimit të perspektivës së jashtme dhe të brendshme të objekteve nga praktika dhe**
- **vizatimin e figurës së stilizuar të njeriut**

TËRËSIA TEMATIKE

4. Vizatimi i perspektivës së lëndëve tredimensionale

4. 1. Përcjellja e lartësive në perspektivë

4. 2. Figurat perspektive të lëndëve tredimensionale

4. 3. Metodat e vizatimit të figurave perspektive

4. 4. Përpunimi i vizatimeve teknike

4. 1. Përcjellja e lartësive në perspektivë

Vizatimi i figurave perspektive të formave (trupave) tredimensionale lidhet me përcjelljen e lartësive mbi pika të caktuara. Drejtimet vertikale në perspektivë janë në madhësi të vërtetë vetëm nëse i takojnë rrafshit kuadër (shih pozita speciale të drejtëzës). Tek figurat e rrafshita, gjatësitë dhe gjerësitë përcillen në drejtimet *a* dhe *b*, kurse lartësia si dimension i tretë tek trupat, përcillet në drejtimin *z* i cili i takon rrafshit kuadër.

Ky drejtim është i njohur si **vertikala proporcionale**, drejtimi *z*, boshti në të cilin maten lartësi, të cilat me ndihmën e horizontaleve dhe pafundësive përcillen mbi pikat e duhura. Ekzistojnë më shumë mënyra të përcjelljes së lartësive në perspektivë. Në figurën 70 është paraqitur mënyra më e shpeshtë.

Është dhënë pika M mbi të cilën duhet ngritur lartësi prej 7cm. Në horizont janë vendosur pafundësitë N_a , N_b në mënyrë arbitrare. Në drejtimin *z* i cili i takon rrafshit kuadër dhe është normal ndaj boshtit *x*, matet lartësia prej 7cm. Pika M me ndihmën e N_b përcillet në drejtimin *a* dhe fitohet pika ndihmëse M_1 . Mbi pikën M_1 ngrihet normale në të cilën me ndihmën e horizontales h_1 dhe pafundësisë N_a përcillet lartësia nga boshti *z* (lidhet N_a me pikën 7 nga boshti *z*). Lartësia mbi pikën M_1 përcillet mbi pikën M ashtu që pika M_1^v lidhet me N_b . Në këtë mënyrë, përcillet lartësia nga boshti *z* mbi pikën M që gjendet në hapësirë dhe fitohet pika M^v .

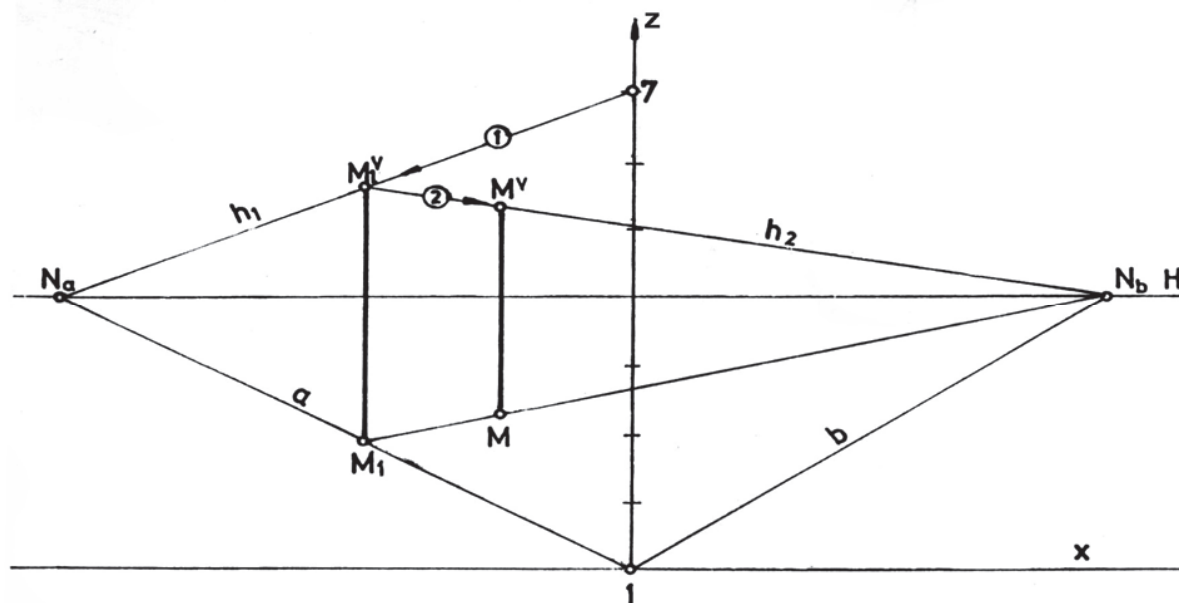


fig. 70

4. 2. Figurat perspektive të lëndëve tredimensionale

Figura perspektive e lëndëve tredimensionale vizatohet ndarë nga figura ortogonale në të cilën (më shpesh në përpjesë më të imët) gjenden elementet themelore për vizatimin e figurës perspektive.

Në fig. 71a, është vizatuar projeksioni i parë dhe i dytë i trupit dhe është vendosur pika e syrit dhe rrafshi kuadër në të cilin janë caktuar pafundësitë dhe pikat e proporcionit për një trup të përbërë prej pllakës dhe shtyllës. Nëpër pikën 1 (e cila i takon L dhe trupit) në bazë dhe në perspektivë, janë vendosur drejtimet **a**, **b** dhe **z**.

Baza e trupit në perspektivë është vizatuar si edhe figurat e tjera të rrafshta. Lartësia e pllakës (fig.71b) është matur në boshtin z deri te pika 1^v. Prej këtu, me ndihmën e horizontaleve dhe pafundësive, lartësia e pllakës është përcjellur mbi pikat 2^C, 3^C dhe 4^C. Në këtë lartësi është edhe shtrati i shtyllës. Lartësia e shtyllës matet në boshtin z deri te pika 5^v. Me horizontale kah N_b , lartësia përcillet mbi pikën 5₂, kurse me horizontalet kah N_a mbi pikën 5^C (brinja vertikale e shtyllës). Duke i shfrytëzuar pafundësitë, është vizatuar baza e sipërme e shtyllës. Të dukshme janë brinjët që shihen prej pikës së syrit kah H.

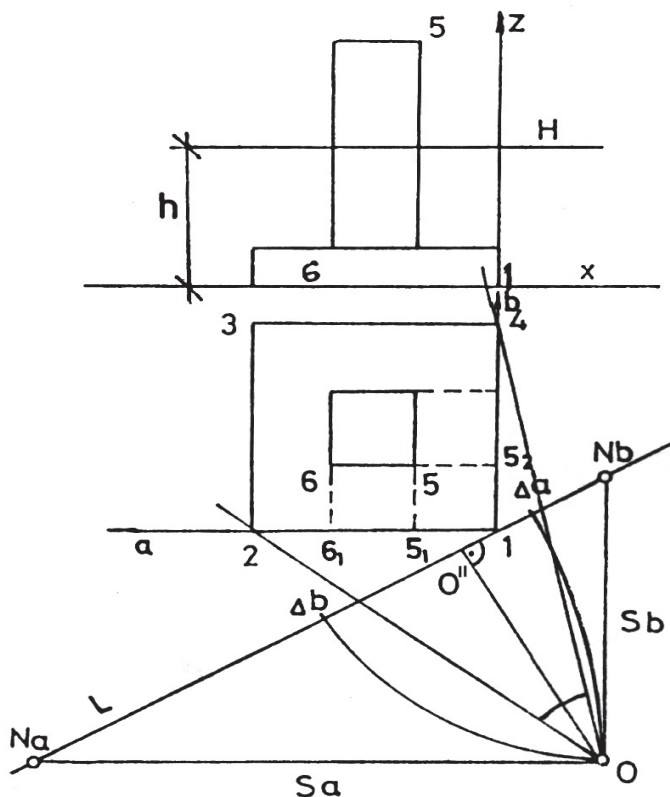


fig. 71a

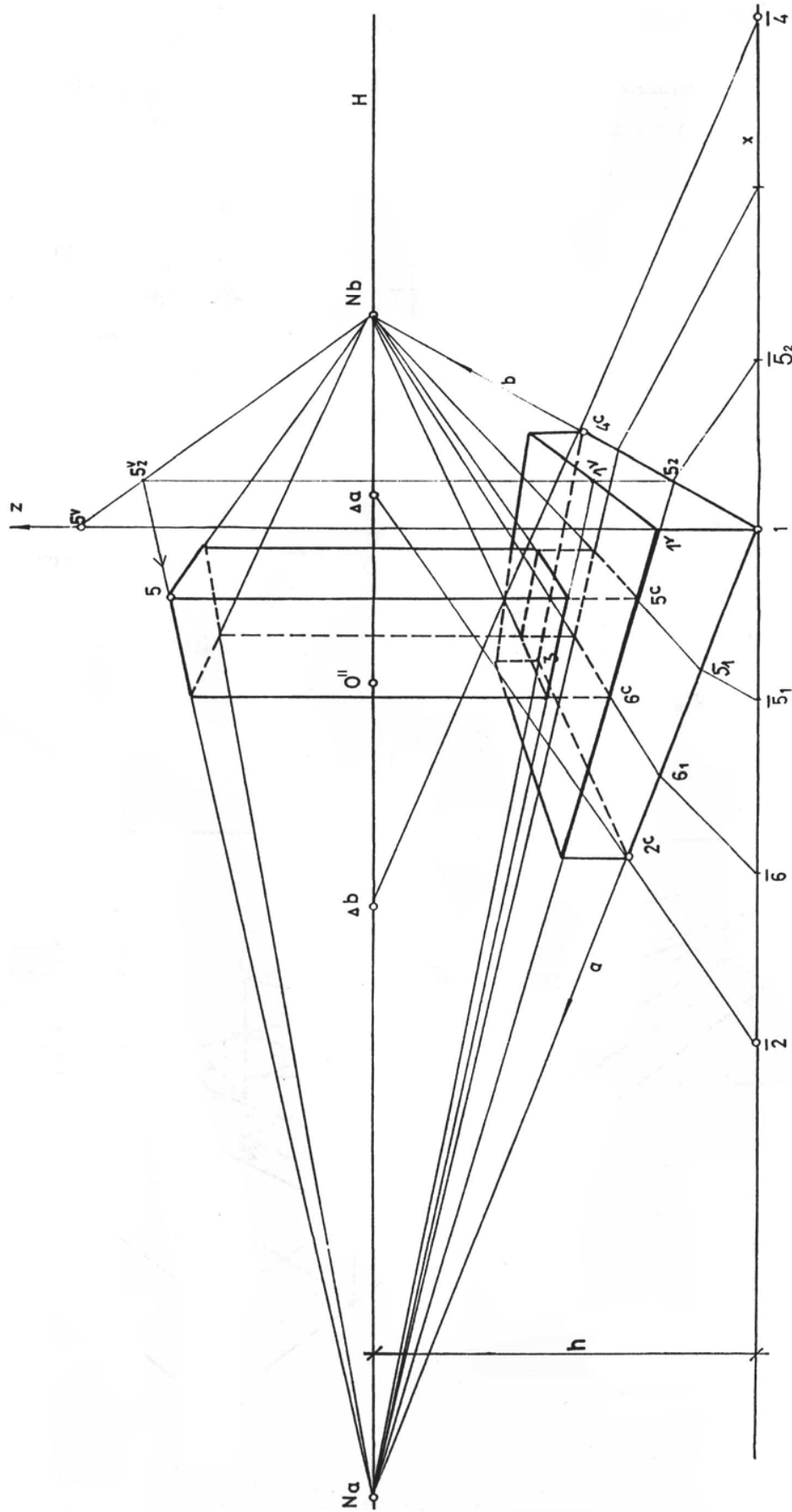
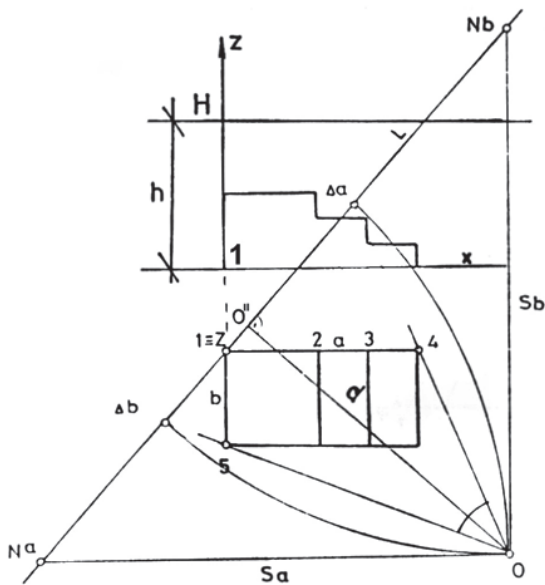


fig. 71 b

Në figurën 72 është vizatuar perspektiva e një elementi hapësinor në formë të shkallëve. Rafshi kuadër është vendosur pas elementit, në pikën 1. Në skemën ortogonale janë gjetur elementet e nevojshme për vizatimin e perspektivës.

Baza në perspektivë është vizatuar me ndihmën e pafundësive, pikave të proporcionit dhe drejtimit *a* dhe *b*. Lartësia është matur në drejtimin *z*, prej ku me ndihmën e horizontaleve kah pafundësitë është përcjellur mbi pikat përkatëse.



- skema ortogonale

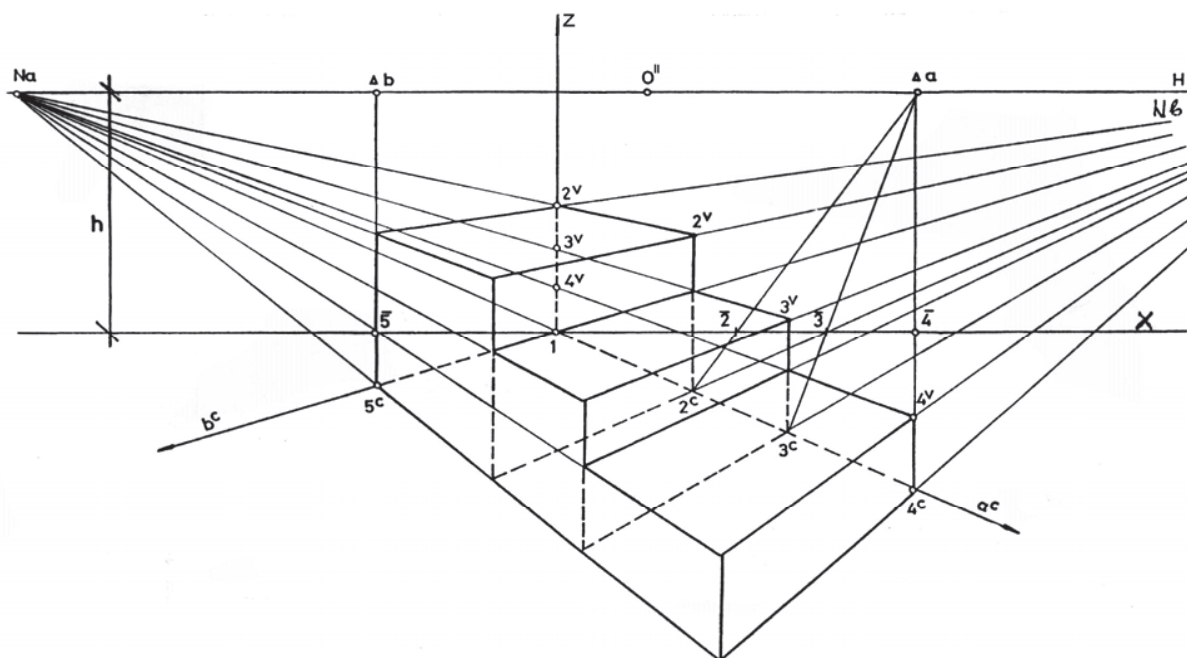
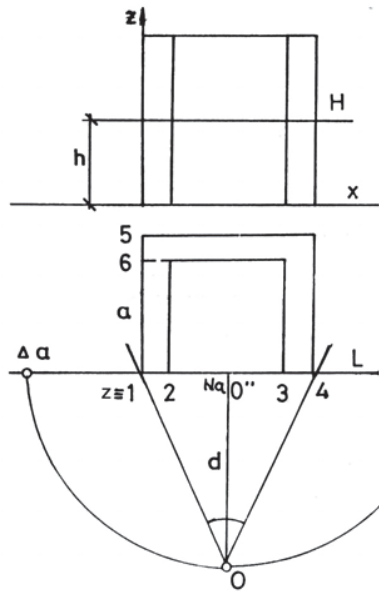


fig. 72



Në figurën 73 është vizatuar perspektivë frontale e një elementi hapësinor të vendosur pas rrafshit kuadër. Brinjët e trupit që janë normale ndaj rrafshit kuadër kanë pafundësi identike me pikën kryesore të syrit, $N_a = O''$. Brinjët e trupit që janë paralele me boshtin x edhe në perspektivë janë paralele me të. Pika e proporcionit Δ_a gjendet në rrafshin kuadër e larguar prej O'' për largësinë d .

Figura perspektive është vizatuar në përpjesë më të madhe. Në boshtin x majtas, duke filluar nga pika 1 maten gjatësitë e vërteta të drejtimit a . Në prerje të $\bar{5} - \Delta_a$ me drejtimin a^C , gjendet 5^C . Në prerje të $\bar{6} - \Delta_a$ me drejtimin a^C , gjendet 6^C .

Lartësia është në madhësi të vërtetë mbi të gjitha brinjët që i takojnë rrafshit kuadër. Konstruksioni i lartësive të tjera shihet në vizatim.

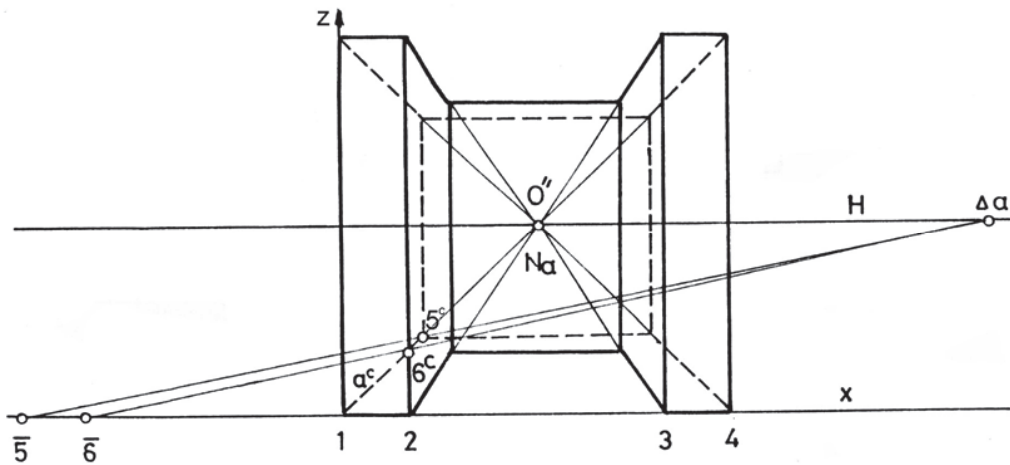
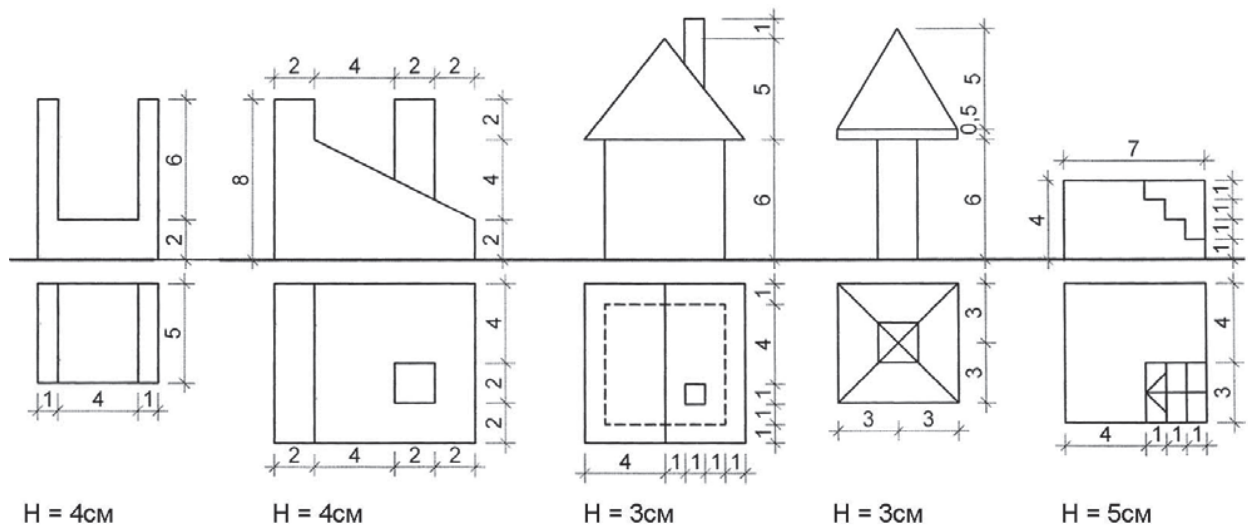


fig. 73

Detyra për ushtrim





4. 3. Metodën e vizatimit të figurave perspektive

Gjatë vizatimit të figurave perspektive ekzistojnë etapa dhe rendim si në vazhdim:

- në përpjesë të volitshme vizatohet projeksioni ortogonal i trupit, rrafshi kuadër dhe pika e syrit dhe përcaktohen pafundësitë dhe pikat e proporcionit;
- përcaktohet përpjesë për figurën perspektive;
- elementet e fituara nga figura ortogonale përcillen në letrën vizatimore;
- definohet vertikala proporcionale z dhe drejtëza bazë x ;
- vizatohet baza e lëshuar me të gjitha detajet;
- vizatohet figura perspektive duke i shfrytëzuar elementet nga baza e lëshuar dhe përcillen lartësitë e objektit;
- vizatohet definitivisht objekti dhe figura perspektive përpunohet me vendosjen e figurës së njeriut si element nismëtar për kuptimin e madhësive dhe marrëdhënien e objektit me rrethinën.

Me përfitimin e përvojës më të madhe, figurat perspektive mund të vizatohen edhe me dorë të lirë duke përdorur shumë forma dhe detaje.

Ekzistojnë më shumë metoda për vizatimin e figurave perspektive mes të cilave më të njohura janë:

- metoda e depërtimeve të rrezeve të shikimit dhe pafundësive dhe
- metoda e sistemit koordinativ.

Më shpesh, për vizatimin e figurave perspektive shfrytëzohet metoda e sistemit koordinativ (fig. 74). Baza dhe projeksioni i dytë i objektit vizatohen në përpjesë më të imët dhe në këtë vizatim zgjidhet pika e cila përvetësohet si fillim koordinativ dhe nëpër të kalojnë tre drejtëmet kryesore të objektit: drejtimi a – për gjatësi, drejtimi b – për gjerësi dhe drejtimi z – për lartësi.

Në projektionin ortogonal, në bazën e trupit vendoset pika e syrit O , ashtu që këndi i shikimit të mos jetë më i madh se 45° . Normalisht ndaj simetrales së këtij këndi vendoset rrafshi kuadër nëpër pikën e cila është përcaktuar si fillim koordinativ. Pafundësitë dhe pikat e proporcionit përcaktohen në mënyrë të njohur.

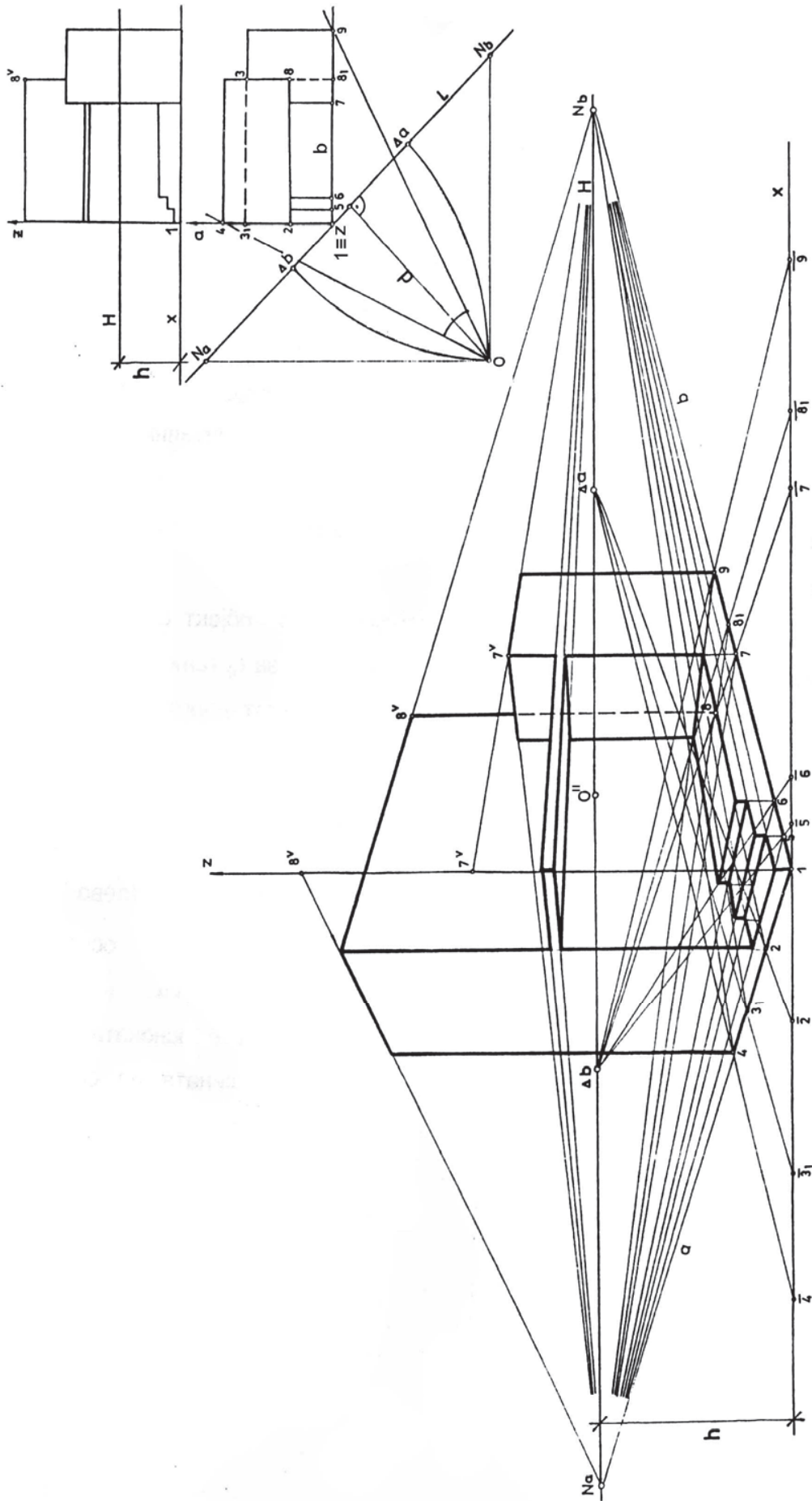


fig. 74



Në fig. 74 është dhënë baza dhe figura perspektive e një objekti. Sistemi koordinativ është vendosur në pikën **1** si dhe drejtimet *a*, *b* dhe *z*. Janë gjetur pafundësitë N_a dhe N_b dhe pikat e proporcionit Δ_a dhe Δ_b . Pikat e bazës gjenden me ndihmën e koordinatave të tyre, distanca të secilës pikë nga fillimi koordinativ (pika 1) në drejtimin *a* dhe *b*. Pikat të cilat nuk u takojnë drejtimeve kryesore duhet të projektohen në to. Këto janë pikat 3 dhe 8 të cilat janë shënuar si 3_1 dhe 8_1 në drejtimin *a* dhe *b*.

Pikat 2, 3_1 dhe 4 gjenden në drejtimin *a* në bazë. Në perspektivë, këto distanca përcillen të matura nga pika **1** në boshtin *x*, majtas nga pika **1** dhe nga vertikala proporcionale. Këto janë pikat $\overline{1,3_1}$ dhe $\overline{4}$, të cilat të lidhura me Δ_a përcillen në drejtimin *a* dhe fitohen figurat perspektive të pikave 2, 3_1 dhe 4. Poashtu, janë gjetur figurat perspektive të pikave 5, 6, 7, 8_1 dhe 9 në drejtimin *b* me pikën e proporcionit Δ_b . Distancat e tyre nga pika 1 në bazë janë përcjellë në boshtin *x* në anën e djathtë nga pika **1** dhe nga vertikala proporcionale. Pika 8 është gjetur në prerje të $2 - N_b$ dhe $8_1 - N_a$. Baza e objektit konstruktoret me ndihmën e këtyre pikave dhe pafundësive sipas projekcionit ortogonal.

Lartësitë e objektit maten në boshtin *z* për secilën pjesë në veçanti, prej ku me ndihmën e horizontaleve përcillen në vertikale të ngritura mbi secilën pikë.

Lartësitë e pikave të matura në boshtin *z* mund të përcillen vetëm në vertikale të pikave që gjenden në drejtimet *a* ose *b*. Nëse pika nuk shtrihet në drejtimet kryesore, si që është rasti me pikën 8, atëherë lartësia e saj (pika 8^y) përcillet me lidhjen me N_a në vertikalen e ngritur në pikën 2 prej ku me horizontale kah N_b përcillet mbi pikën 8.

Në perspektivë, shumë shpesh, shfrytëzohet lëshimi i bazës. Baza e lëshuar mundëson gjetje precize të pikave që gjenden në prerjen e drejtëzave që priten nën kënd të ngushtë (shumë të vogël) ose kënd të gjerë (shumë të madh).

Kjo arrihet me lëshimin e rrafshit bazë kah poshtë, gjegjësisht me zmadhimin e lartësisë së horizontit. Prerja e bazës së lëshuar me rrafshin kuadër është boshti *x*. Gjatë përvetësimit të sistemit koordinativ, i gjithë objekti është më mirë të mbetet prapa drejtimeve *a* dhe *b*. Në këtë rast, pikat do të kenë koordinata pozitive.

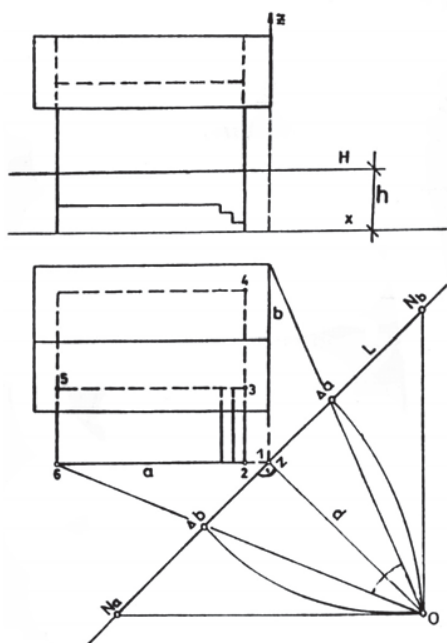


fig. 75 a

Edhe këtu duhet kujdesur rregulla se të gjitha gjatësitë dhe gjerësitë e trupit, në perspektivë maten në boshtin x, prej ku përcillen në perspektivë me ndihmën e pikave të proporcionit.

Në figurën 75b është vizatuar perspektivë e një objekti me tarracë hyrëse dhe pullaz dyfaqësor. Në figurën 75a në projeksion ortogonal janë gjetur elementet për vizatimin e perspektivës dhe janë përcjellë në figurën 75b.

Baza e lëshuar e objektit është vizatuar në figurën 75b me fillim në pikën 1 në boshtin x. Në bazën e objektit janë shënuar pikat më karakteristike. Ato janë matur në boshtin x (majtas – gjatësitë dhe djathtas - gjerësitë). Nga boshti x, me ndihmën e pikave të proporcionit dhe pafundësive është konstruktuar baza. Lartësia e secilës pikë është matur në boshtin z prej ku me horizontale kah pafundësitë është përcjellë në vertikalet e ngritura mbi pikat e bazës. Konstruksioni i perspektivës në vijim shihet në figurën 75 b.



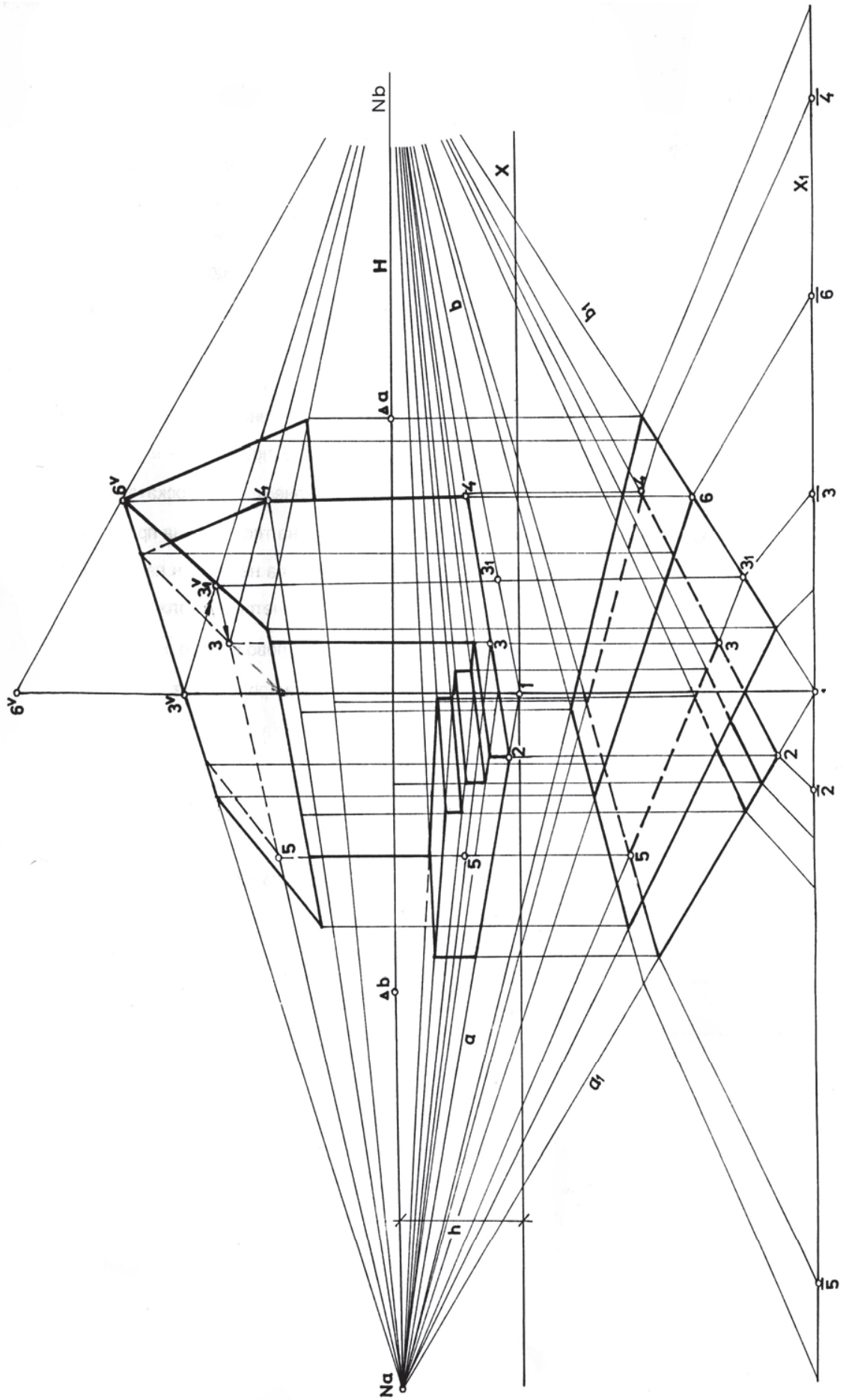


fig. 75 b

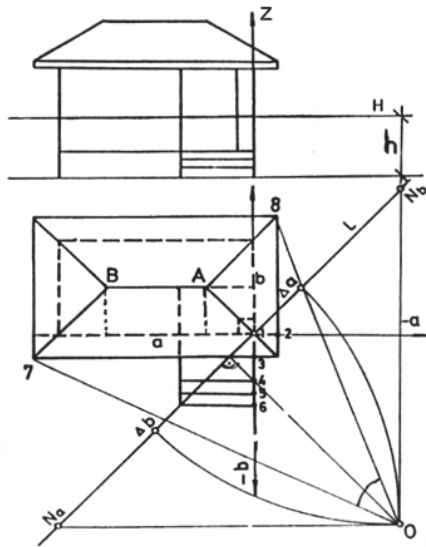
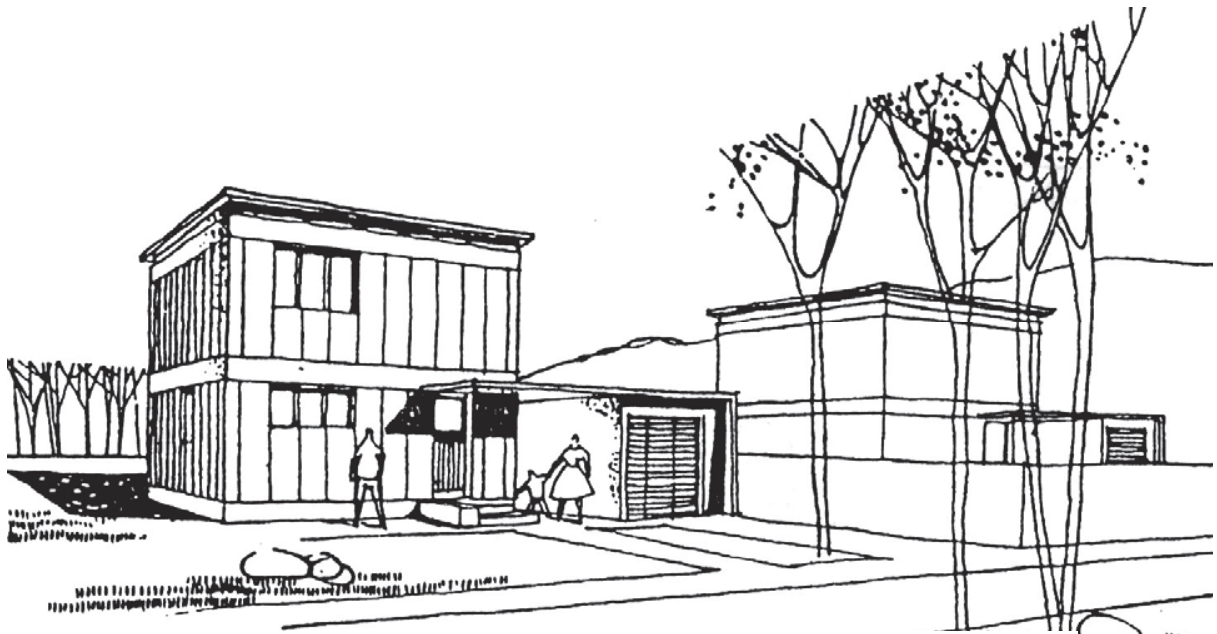


fig. 76 a

Në figurën 76 është zgjidhur shembull i një objekti me koordinata negative. Kjo është pika 2 në drejtimin-*a* dhe pikat 3, 4, 5 dhe 6 në drejtimin-*b*. Pikat me koordinata negative të drejtimit-*a*, në perspektivë maten djathtas nga pika 1, kurse me pikën e proporcionit Δ_a gjenden në drejtimin-*a*. Po ashtu, pikat me koordinata negative të drejtimit -*b* maten në boshtin x majtas nga pika 1. Me pikën e proporcionit Δ_b gjenden perspektivat e këtyre pikave në drejtimin-*b*.

Lartësitë e pikave maten në drejtimin *z*, kurse prej aty me horizontale përcillen mbi pikat e bazës.

Konstruksioni i perspektivës shihet në figurën 76b.



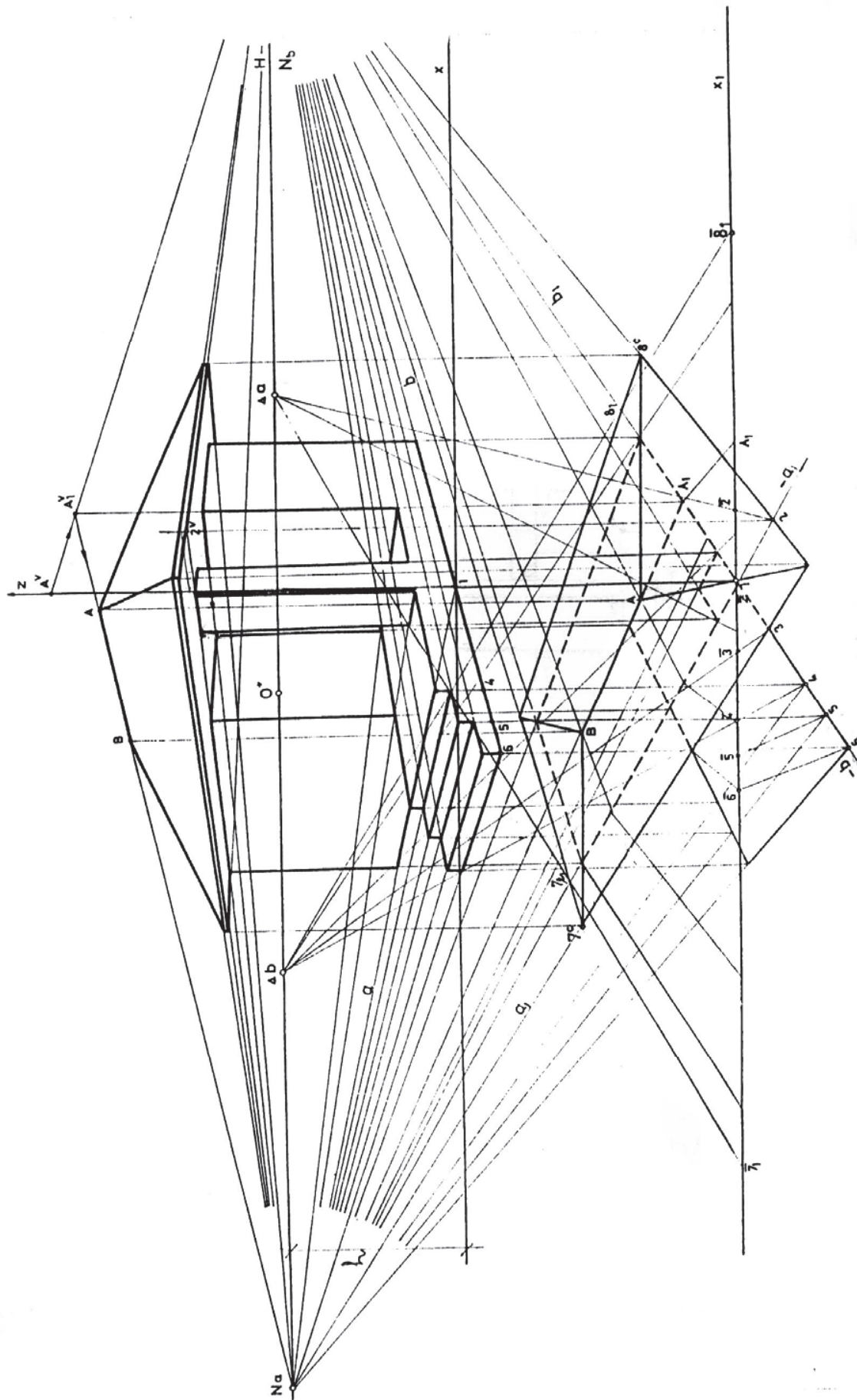


fig. 76 b

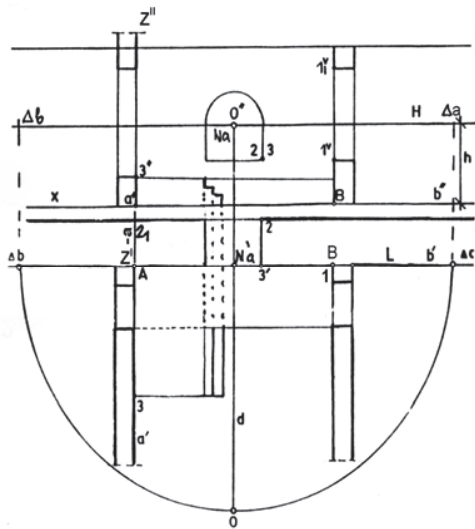


fig. 77 a

Në fig. 77 është vizatuar perspektiva frontale e një ambienti të brendshëm sipas metodës së sistemit koordinativ. Rrafshi kuadër përputhet me murin e pasëm frontal të ambientit. Drejtimi a është normal ndaj rrafshit kuadër. Në lartësi h është vendosur horizonti dhe në të O'' e përcjellë nga baza. Në perspektivë, muri frontal është në madhësi të vërtetë. Brinjët e sipërme dhe të poshtme të mureve anësore janë normale ndaj rrafshit kuadër dhe kanë pafundësi në O'' ($N_a \equiv O''$). Pikat e proporcionit janë në horizontin majtas dhe djathtas nga O'' .

Konstruksioni i perspektivës shihet në figurën 77b.

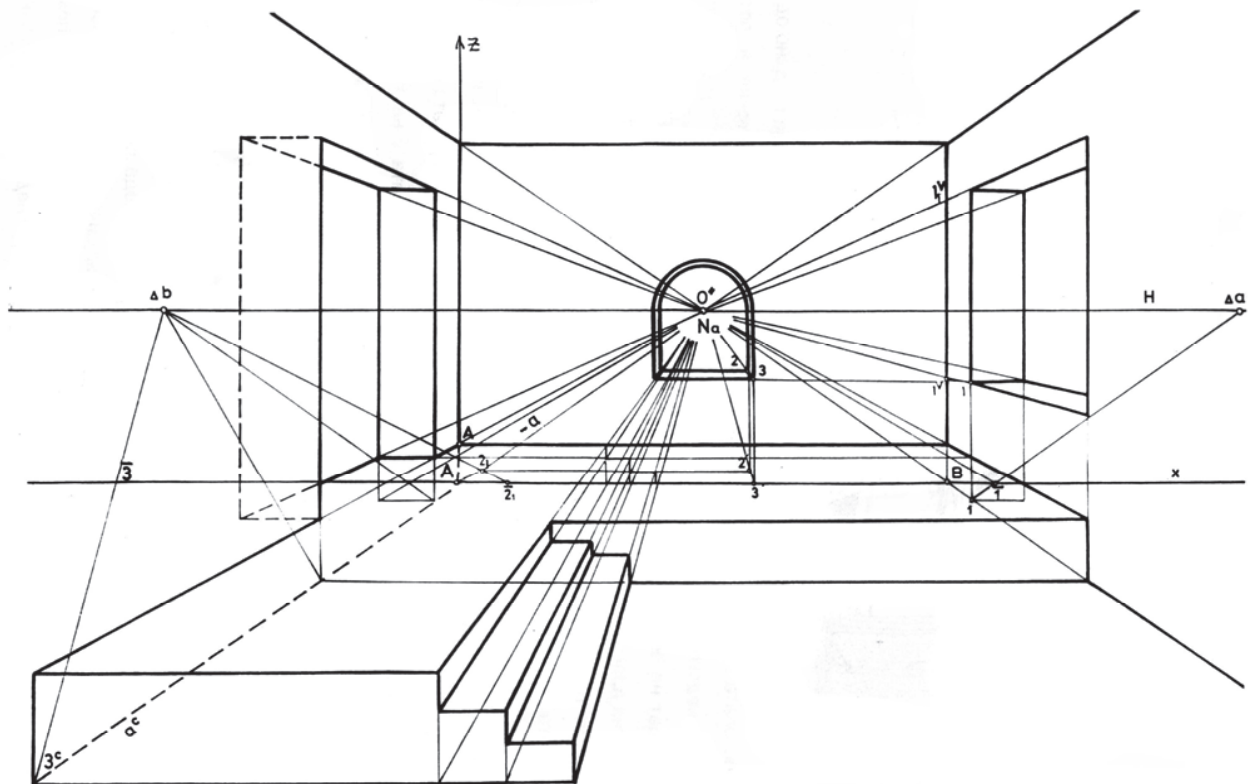


fig. 77 b

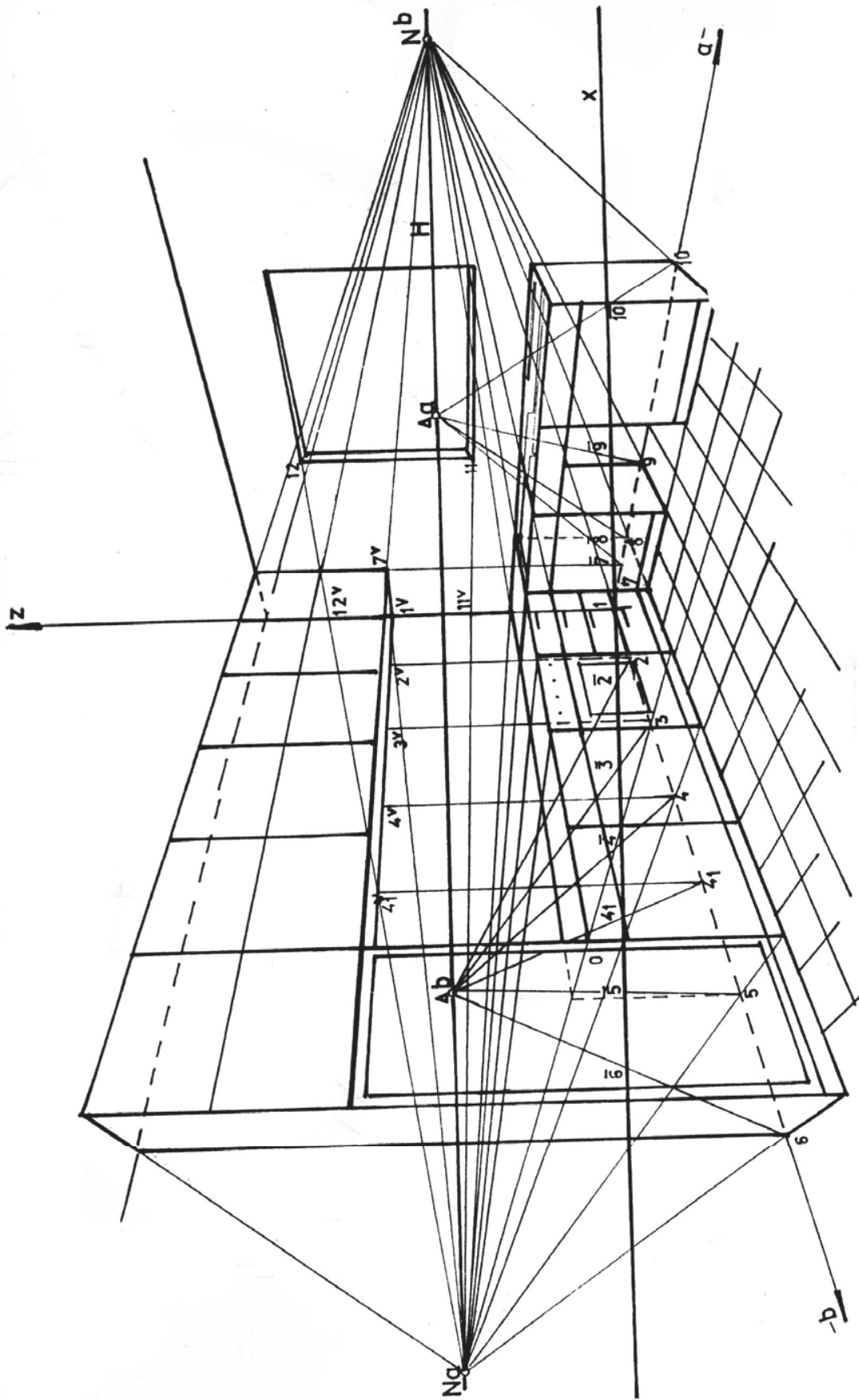
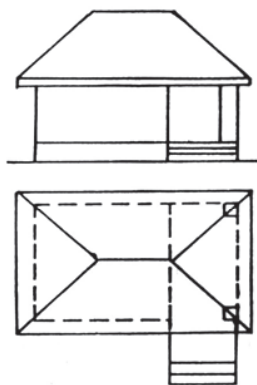


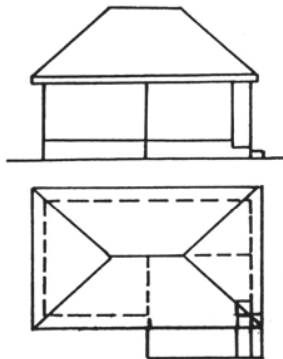
fig. 78 b

Detyra për ushtrim



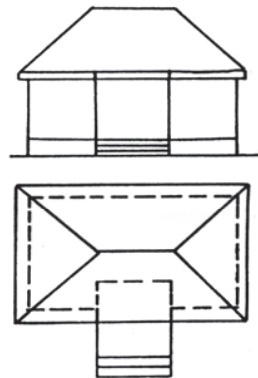
H=4cm.

a



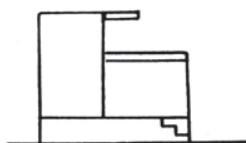
H=4cm.

b



H=4cm.

c



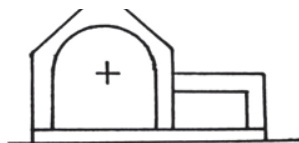
H=4cm.

d



H=4cm.

g



H=4cm.

h

4. 4. Përpunimi i vizatimeve teknike

Me vizatimin e shprehjeve të zgjedhura grafike të pamjeve të stilizuara të gjelbërimit të ulët dhe të lartë si dhe figurës së njeriut, ngrihet cilësia e projekteve.

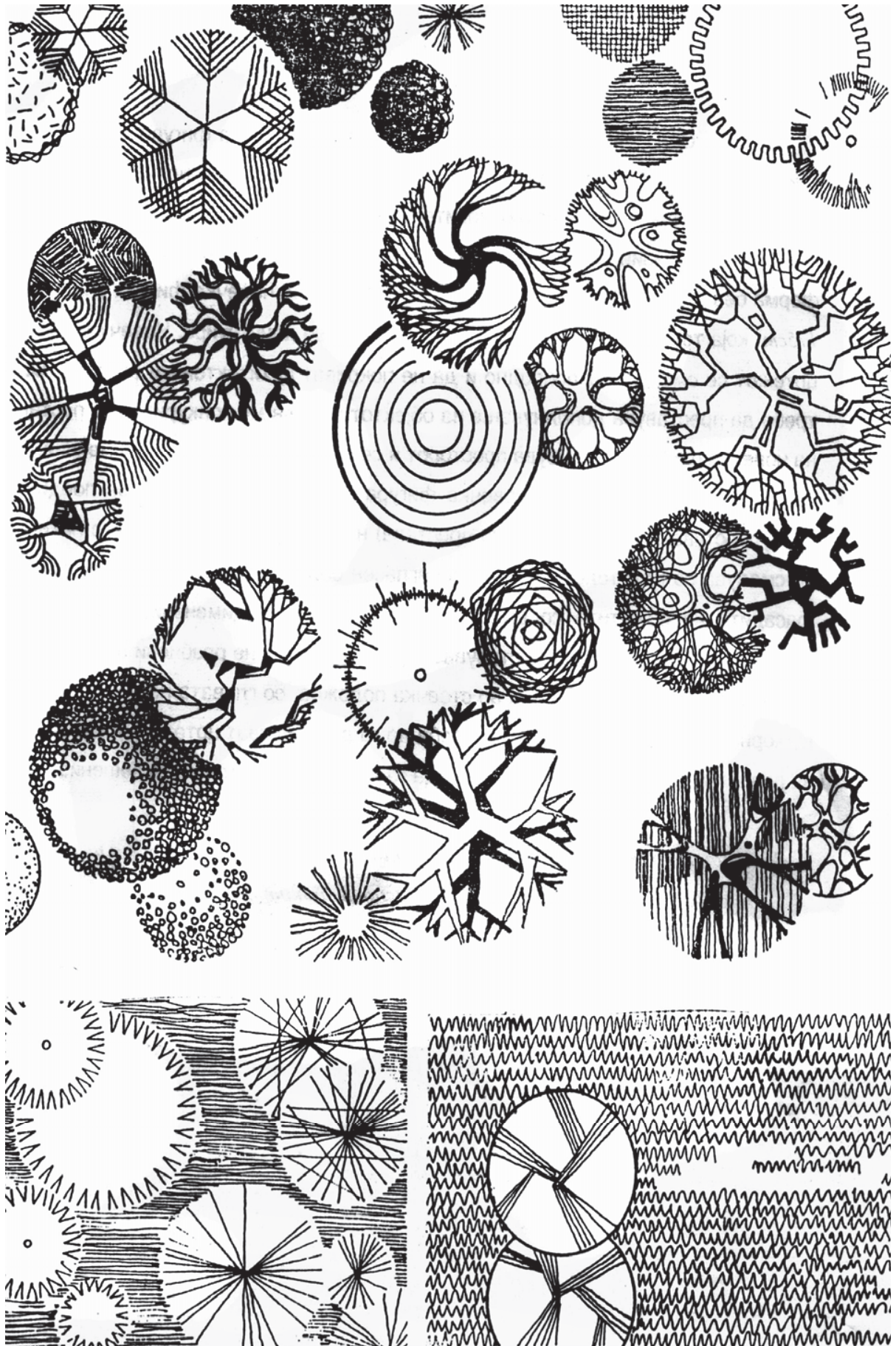
Në projekte të vizatuara në përpjesë të imët, gjelbërimi paraqitet i stilizuar, kurse në projekte të vizatuara në përpjesë më të madhe, gjelbërimi paraqitet me më shumë detaje (degë, gjethe).

Vizatimi i plotësuar me figurë të njeriut e formon kompozicionin e tërësishëm të vizatimit. Figura e njeriut në projekte është e stilizuar me dimensione, proporcione dhe lëvizje të drejta me formë të thjeshtë grafike, pa detaje.

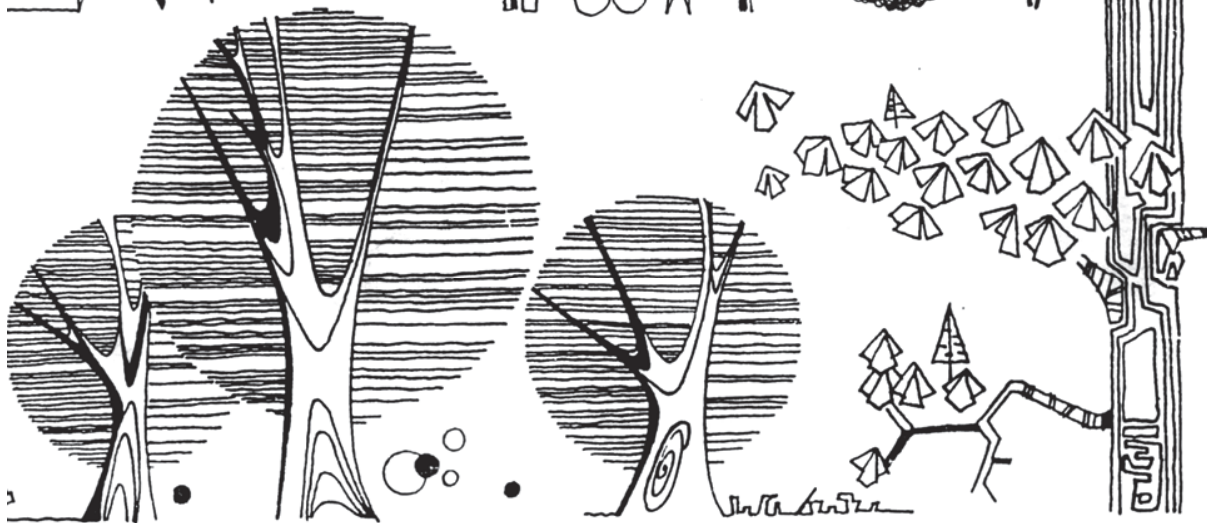
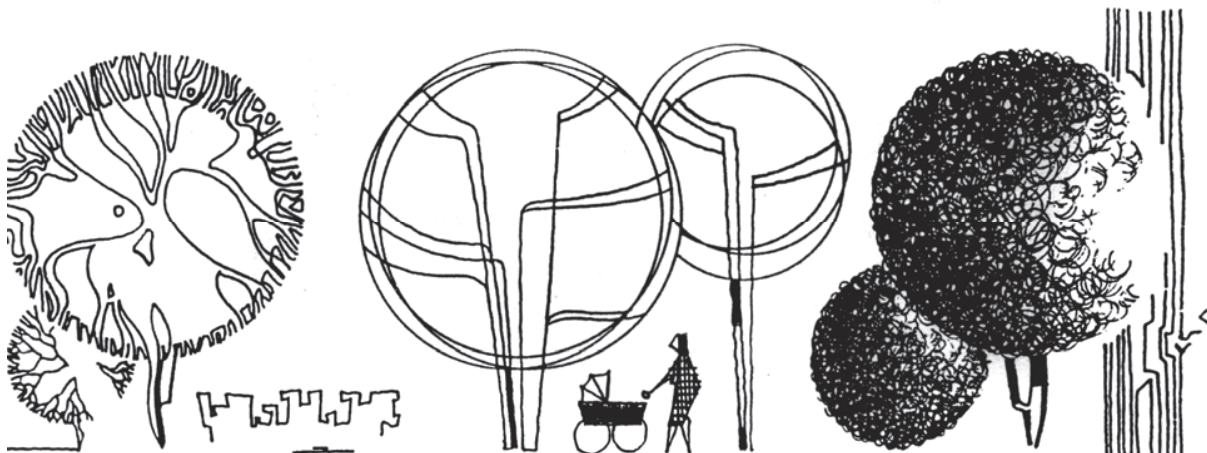
Me formim dhe vendosje të mirë të gjelbërimit dhe figurës së njeriut, vizatimi plotësohet, krijohet ndjenjë për dimensionet reale të objektit dhe gjallërohet hapësira.

Në vazhdim, janë dhënë më shumë shembuj të vizatimeve të gjelbërimit të lartë dhe të ulët në bazë, në pamje dhe në perspektivë. Janë dhënë edhe shembuj të figurave të stilizuara të njeriut për vizatimet teknike.

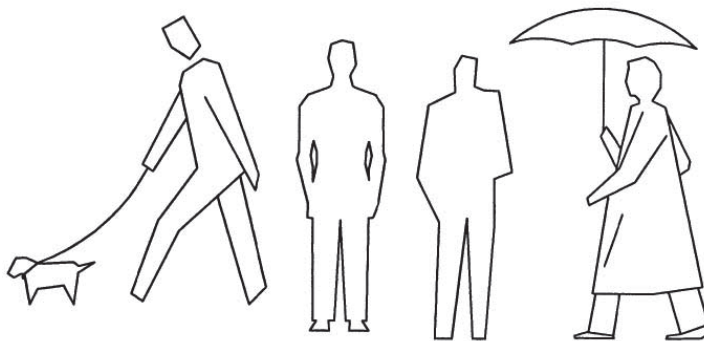
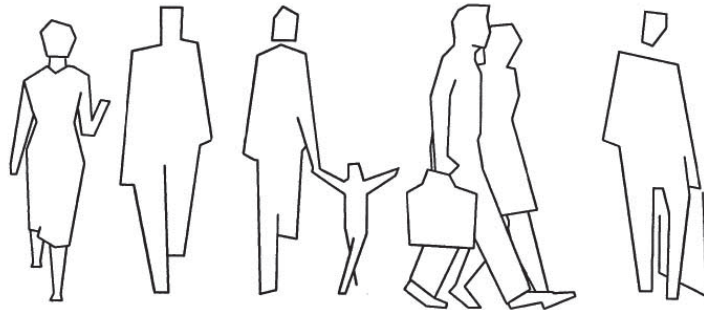
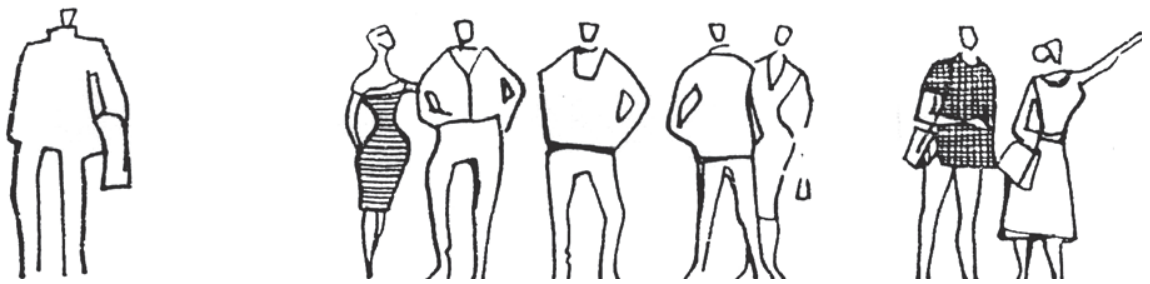
- Gjelbërim në bazë



- Gjelbërim në pamje (fasada)



- Figura të njeriut në pamje (fasada)



Literatura e shfrytëzuar:

1. **Gjeometria deskriptive** për shkollat ndërtimore – Vasileva, Mangaroski, Mateski, Olluiq, Trpkovska
2. **Gjeometria deskriptive** - Dr. Villko Niçe
3. **Gjeometria deskriptive** për vitin IV të gjimnazit me drejtim matematikor natyror – Dr. Zagorka Shnajder, Vesna Tomashiq
4. **Gjeometria deskriptive** për vitin II, III dhe IV të gjimnazit – Dragutin Mutabxhija dhe Llav Rajçiq
5. **Perspektiva** – ark. Petar D. Anagnosti